



ΕΝΩΣΗ ΚΥΠΡΙΩΝ ΦΥΣΙΚΩΝ

23^Η ΠΑΓΚΥΠΡΙΑ ΟΛΥΜΠΙΑΔΑ ΦΥΣΙΚΗΣ

Γ' ΛΥΚΕΙΟΥ (Επαναληπτικός Διαγωνισμός)

Κυριακή, 05 Απριλίου, 2009,

Ωρα: 10.00 - 13.00

Προτεινόμενες Λύσεις

ΘΕΜΑ 1 (20 μονάδες)

α. Είδος κίνησης ράβδου:

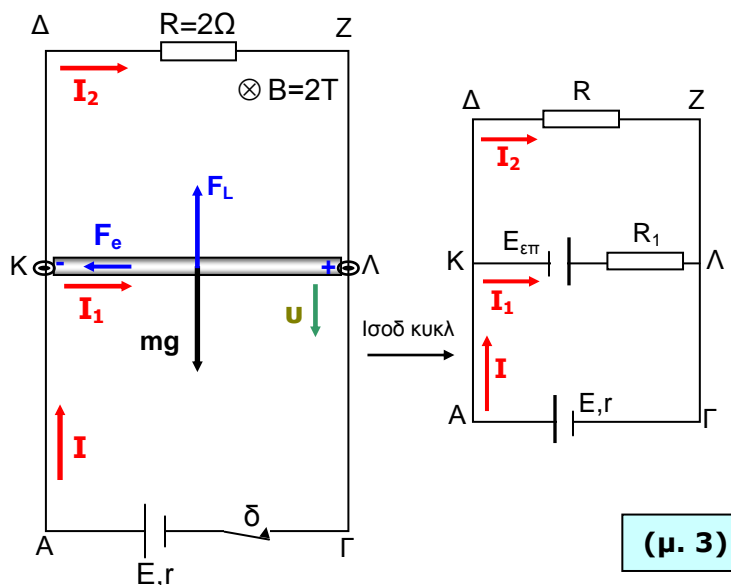
Τη χρονική στιγμή $t=0s$ η ράβδος αφήνεται ελεύθερη και κλείνει το κύκλωμα οπότε διαρρέεται από ρεύμα I_1 . Στη ράβδο τότε ασκούνται το βάρος της $mg=20N$ και η δύναμη Laplace $F_L=B \cdot I_1 \cdot \ell$ με αντίθετη κατεύθυνση και με μέτρο που υπολογίζεται ως εξής:

$$I = \frac{E}{R_{ολ}} \quad \text{όπου} \quad R_{ολ} = r + \frac{R \cdot R_1}{R + R_1} = 2\Omega \Rightarrow$$

$$I = \frac{28}{2} = 14A, \text{ αλλά } I = I_1 + I_2 = 14A \text{ και}$$

$$I_1 = I_2 \Rightarrow I_1 = I_2 = 7A. \text{ Επομένως}$$

$$F_L = B \cdot I_1 \cdot \ell \Rightarrow F_L = 2 \cdot 7 \cdot 1 = 14N \text{ και } mg > F_L.$$



(μ. 3)

Αυτό έχει σαν αποτέλεσμα η ράβδος να αρχίσει να επιταχύνεται προς τα κάτω και θα ισχύει:

$$\Sigma F = m \cdot a \Rightarrow mg - F_L = m \cdot a \Rightarrow mg - B \cdot I_1 \cdot \ell = m \cdot a$$

Στα άκρα της ράβδου θα εμφανιστεί λόγω του νόμου του Faraday, επαγωγική τάση με το άκρο K αρνητικό και το άκρο Λ θετικό. Το γεγονός αυτό έχει σαν αποτέλεσμα η ράβδος να διαρρέεται από ρεύμα μεγαλύτερης έντασης. Το αποτέλεσμα τελικά είναι η αύξηση του μέτρου της δύναμης Laplace. Αυτό θα συμβαίνει μέχρι η F_L να γίνει ίσου μέτρου και αντίθετης κατεύθυνσης με το βάρος της ράβδου. Η συνισταμένη δύναμη στη ράβδο θα ισούται τότε με $\Sigma F = 0$.

Η κίνηση της ράβδου θα είναι αρχικά επιταχυνόμενη, με επιτάχυνση που μειώνεται συνεχώς και όταν η συνισταμένη δύναμη που θα ασκείται στη ράβδο μηδενιστεί, θα κινείται με ομαλή ευθύγραμμη κίνηση με σταθερή, οριακή ταχύτητα.

(μ. 4)



β. Οριακή ταχύτητα ράβδου:

Οριακή ταχύτητα αποκτά η ράβδος όταν $\Sigma F = mg - F_L = 0 \Rightarrow B \cdot I_1 \cdot \ell = mg \Rightarrow I_1 = 10A$

Από το ισοδύναμο κύκλωμα έχουμε: $I = I_1 + I_2 \Rightarrow I = 10 + I_2$ (1)

Για το κύκλωμα ισχύει: $V_{\Delta Z} = V_{\kappa\lambda} = V_{A\Gamma} \Rightarrow I_2 R = I_1 R_1 - E_{\epsilon\pi} = E - Ir \Rightarrow I_2 R = I_1 R_1 - B \cdot \ell \cdot v_{op} = E - Ir$,
 $I_2 R = E - Ir \Rightarrow$ και σε συνδιασμό με τη σχέση (1) $2I_2 = 28 - 10 - I_2 \Rightarrow I_2 = 6A$

$$2I_2 = 20 - 2 \cdot v_{op} \Rightarrow v_{op} = \frac{20 - 2 \cdot 6}{2} = \frac{8}{2} \Rightarrow v_{op} = 4m/s$$

(μ. 7)

γ. Επιβεβαίωση της αρχής διατήρησης της ενέργειας:

Από τη στιγμή που η ράβδος θα αποκτήσει οριακή ταχύτητα και μετά, στο κύκλωμα προσφέρεται ενέργεια από την πηγή E και μηχανική ενέργεια λόγω μεταβολής της βαρυτικής δυναμικής ενέργειας της ράβδου. Η προσφερόμενη ενέργεια μετατρέπεται σε θερμότητα στις αντιστάσεις του κυκλώματος εφόσον η κινητική ενέργεια της ράβδου θα παραμένει σταθερή.

(μ. 1)

Η ενέργεια ανά μονάδα χρόνου που καταναλώνεται λόγω φαινομένου Joule στις αντιστάσεις του κυκλώματος όταν η ράβδος αποκτήσει οριακή ταχύτητα είναι:

$$\frac{\Delta Q}{\Delta t} = I^2 \cdot r + I_1^2 \cdot R_1 + I_2^2 \cdot R = 16^2 \cdot 1 + 10^2 \cdot 2 + 6^2 \cdot 2 = 256 + 200 + 72 \Rightarrow \frac{\Delta Q}{\Delta t} = 528J/s$$

(μ. 2)

Ο ρυθμός μεταβολής της βαρυτικής δυναμικής ενέργειας που προσφέρεται από τη ράβδο στο κύκλωμα είναι:

$$\frac{\Delta E_{\delta\betaαρ}}{\Delta t} = mgv_{op} = 2 \cdot 10 \cdot 4 \Rightarrow \frac{\Delta E_{\delta\betaαρ}}{\Delta t} = 80J/s$$

(μ. 1)

Η ηλεκτρική ενέργεια ανά μονάδα χρόνου που προσφέρει η πηγή στο κύκλωμα είναι:

$$\frac{\Delta W_{\eta\lambda}}{\Delta t} = E \cdot I = 28 \cdot 16 \Rightarrow \frac{\Delta W_{\eta\lambda}}{\Delta t} = 448J/s$$

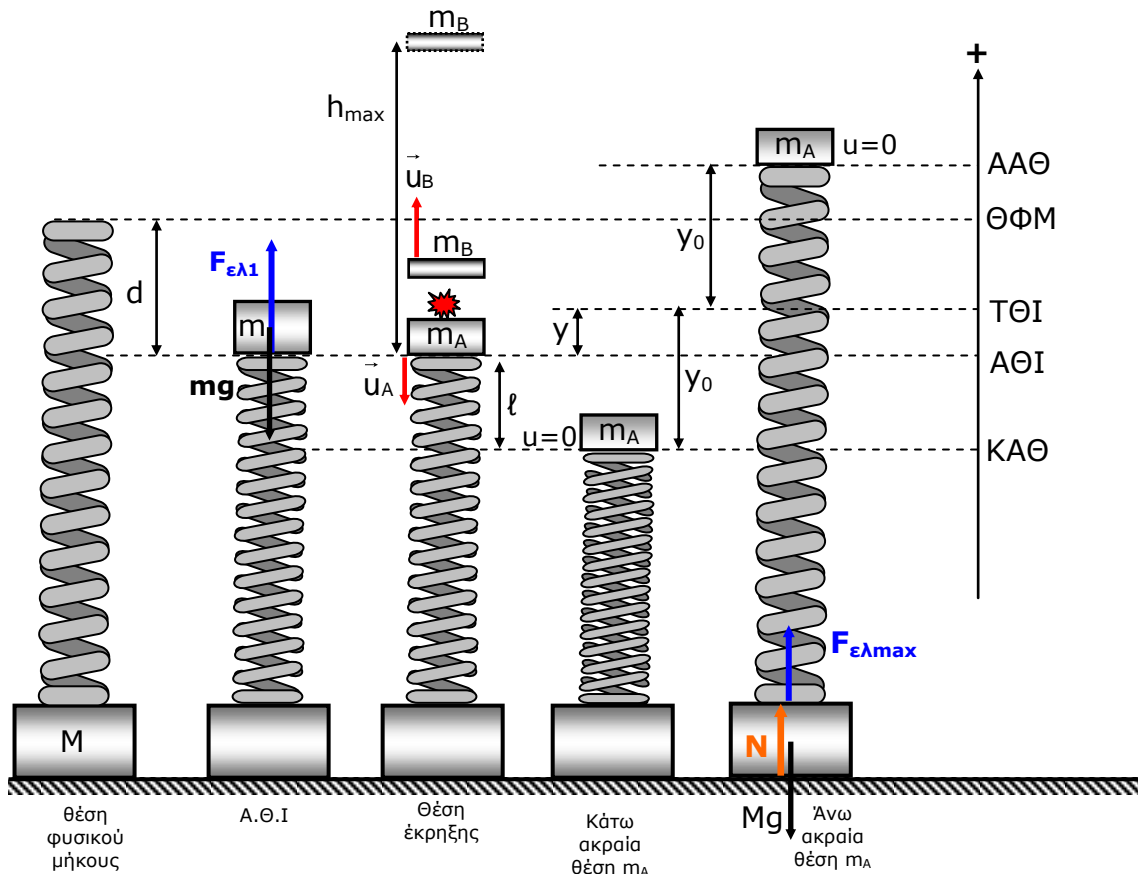
(μ. 1)

$$\frac{\Delta W_{\eta\lambda}}{\Delta t} + \frac{\Delta E_{\delta\betaαρ}}{\Delta t} = \frac{\Delta Q}{\Delta t}$$

 \Rightarrow

Αρχή διατήρησης της ενέργειας

(μ. 1)

ΘΕΜΑ 2 (20 μονάδες)**α. Εξίσωση απομάκρυνσης σώματος m_A**

Μετά την έκρηξη το σώμα m_A εκτελεί γραμμική αρμονική ταλάντωση με τελική θέση ισορροπίας (ΤΘΙ) η οποία θα ανέβει κατά y πάνω από την αρχική θέση ισορροπίας εξ αιτίας της αποχώρησης της μάζας m_B . Το ελατήριο δηλαδή θα ανέβει (αποσυσπειρωθεί) κατά y όπου

$$y = \frac{m_B \cdot g}{k} = \frac{1 \cdot 10}{200} \Rightarrow y = 0,05\text{m}$$

(μ. 1)

Το πλάτος y_0 της ταλάντωσης θα είναι είναι ίσο με $y_0 = y + l = 0,05 + 0,1 = 0,15\text{m}$

(μ. 2)

Η κυκλική συχνότητα είναι: $\omega = \sqrt{\frac{k}{m_A}} = \sqrt{\frac{200}{2}} \Rightarrow \omega = 10\text{rad/s}$

(μ. 1)

Τη χρονική στιγμή $t=0\text{s}$, το σώμα m_A έχει απομάκρυνση $y = -0,05\text{m}$ από τη θέση ισορροπίας και αρνητική ταχύτητα διότι κινείται προς τα κάτω. Η εξίσωση της ταλάντωσης του συστήματος ελατήριο-μάζα m_A είναι:

$$y = y_0 \eta\mu(\omega t + \phi_0) \Rightarrow -0,05 = 0,15 \eta\mu(\phi_0) \Rightarrow \phi_0 = -0,339\text{rad}(\alpha\text{πορ}) \quad \eta$$

(μ. 2)

$$\phi_0 = 1,108\pi\text{rad} = 3,48\text{rad}(\Delta\text{εκτ}\eta) \quad \text{Τελικά προκύπτει ότι: } y = 0,15\eta\mu(10t + 3,48)$$

(μ. 1)



β. Διερεύνηση αν το σώμα Μ χάνει επαφή κατά την ταλάντωση του m_A

Το σώμα βρίσκεται αρχικά σε μια αρχική θέση ισορροπίας (ΑΘΙ), στην οποία το ελατήριο είναι συσπειρωμένο κατά d από τη θέση φυσικού μήκους (ΘΦΜ).

$$\Sigma F = 0 \Rightarrow F_{\varepsilon\lambda 1} = mg \Rightarrow d = \frac{mg}{k} \Rightarrow \boxed{d = 0,15\text{m}}$$

(μ. 1)

Στο σώμα μάζας M ασκείται από το ελατήριο η μέγιστη δυνατή δύναμη $F_{\varepsilon\lambda\text{max}}$ με φορά προς τα πάνω, όταν το σώμα A βρίσκεται στην πάνω ακραία θέση, η οποία είναι πιο πάνω από τη θέση φυσικού μήκους (ΘΦΜ) του ελατηρίου κατά απόσταση $y_0 + y - d = 0,15 + 0,05 - 0,15 = 0,05\text{m}$.

(μ. 2)

Επομένως $F_{\varepsilon\lambda\text{max}} = k(y_0 + y - d) = 200 \cdot 0,05 \Rightarrow \boxed{F_{\varepsilon\lambda\text{max}} = 10\text{N}}$

(μ. 2)

Για το σώμα ισχύει: $N + F_{\varepsilon\lambda} = Mg$ και θα έχανε την επαφή του με το δάπεδο αν ήταν $N = 0$, δηλ αν $F_{\varepsilon\lambda} = Mg = 50\text{N}$. Αυτό δεν ισχύει αφού $F_{\varepsilon\lambda\text{max}} = 10\text{N}$, άρα δεν χάνει επαφή.

(μ. 2)

γ. Υπολογισμός μέγιστου ύψους

Η ταχύτητα του τμήματος A αμέσως μετά την έκρηξη υπολογίζεται από την αρχή διατήρησης της ενέργειας της ταλάντωσης:

$$\frac{1}{2} \cdot m_A \cdot u_A^2 + \frac{1}{2} \cdot k y^2 = \frac{1}{2} k y_0^2 \Rightarrow u_A = \sqrt{\frac{k(y_0^2 - y^2)}{m_A}} = \sqrt{\frac{200(0,15)^2 - 0,05^2}{2}} \Rightarrow \boxed{u_A = \sqrt{2}\text{m/s}}$$

(μ. 2)

με φορά προς τα κάτω.

Από την αρχή διατήρησης της ορμής κατά την έκρηξη υπολογίζεται η ταχύτητα του τμήματος m_B :

$$\vec{P}_{\text{αρχ}} = \vec{P}_{\text{τελ}} \Rightarrow 0 = m_A \cdot \vec{u}_A + m_B \cdot \vec{u}_B \Rightarrow 0 = -2\sqrt{2} + 1 \cdot \vec{u}_B \Rightarrow \boxed{\vec{u}_B = +2\sqrt{2}\text{m/s}}$$

(μ. 2)

Από την αρχή διατήρησης της μηχανικής ενέργειας για την κίνηση του σώματος m_B στον αέρα ισχύει:

$$\frac{1}{2} m_B \cdot u_B^2 = mgh_{\text{max}} \Rightarrow h_{\text{max}} = \frac{u_B^2}{2g} \Rightarrow h_{\text{max}} = \frac{(2\sqrt{2})^2}{20} \Rightarrow \boxed{h_{\text{max}} = 0,4\text{m}}$$

(μ. 2)

**ΘΕΜΑ 3 (20 μονάδες)****α. Εξίσωση στάσιμου κύματος:**

Η εξίσωση του στάσιμου κύματος με σημείο αναφοράς $x=0$ το σημείο Ο (κοιλία) είναι:

$$y = 2y_0 \sin \frac{2\pi x}{\lambda} \cdot \eta \mu \frac{2\pi t}{T}$$

$$2y_0 = 10 \text{ cm} \Rightarrow y_0 = 5 \text{ cm}$$

$$\frac{\lambda}{2} = 4 \text{ cm} \Rightarrow \lambda = 8 \text{ cm} \quad \Rightarrow$$

$$v = \frac{x}{t_1} = \frac{6}{3} = 2 \text{ m/s}$$

$$T = \frac{\lambda}{v} = \frac{8}{2} = 4 \text{ s}$$

$$y = 10 \sin \frac{\pi x}{4} \eta \mu \frac{\pi t}{2}$$

$$y, x \rightarrow \text{cm}, t \rightarrow \text{s}$$

(μ. 3)

Τα δύο κύματα που το δημιούργησαν έχουν εξισώσεις:

$$y_1 = y_0 \eta \mu 2\pi \left(\frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda} \right) = 5 \eta \mu 2\pi \left(\frac{t}{4} - \frac{x}{8} \right)$$

$$y_2 = y_0 \eta \mu 2\pi \left(\frac{t}{T} + \frac{x}{\lambda} \right) = 5 \eta \mu 2\pi \left(\frac{t}{4} + \frac{x}{8} \right) \quad y, x \rightarrow \text{cm}, t \rightarrow \text{s}$$

(μ. 1)**β. Ενέργεια του υλικού σημείου $x=7\text{cm}$ τις χρονικές στιγμές $t_1=3\text{s}$ και $t_2=6\text{s}$**

Για $t_1=3\text{s}$ δεν άρχισε η συμβολή στο σημείο $x=7\text{cm}$, άρα το πλάτος ταλάντωσης είναι 5cm .

$$E = \frac{1}{2} m \omega^2 y_0^2 = \frac{1}{2} \cdot 2 \cdot 10^{-3} \frac{\pi^2}{4} 25 \cdot 10^{-4} \Rightarrow E = 6,25 \cdot 10^{-6} \text{ J}$$

(μ. 2)

Για $t=6\text{s}$ το στάσιμο κύμα κάλυψε απόσταση ut_2 και καταλαμβάνει έκταση από -12cm μέχρι $+12\text{cm}$ άρα άρχισε η συμβολή στη θέση $x=7\text{cm}$. Το πλάτος ταλάντωσης του υλικού αυτού σημείου είναι:

$$y'_0(x) = 2y_0 \sin \frac{2\pi x}{\lambda} = 10 \sin \frac{2\pi 7}{8} = 10 \sin \frac{7\pi}{4} = 10 \frac{\sqrt{2}}{2} = 5\sqrt{2} \text{ cm} = 7,07 \cdot 10^{-2} \text{ m}$$

(μ. 2)

Επομένως η ενέργεια είναι:

$$E' = \frac{1}{2} m \omega^2 y_0'^2 = \frac{1}{2} \cdot 2 \cdot 10^{-3} \frac{\pi^2}{4} 50 \cdot 10^{-4} \Rightarrow E' = 12,5 \cdot 10^{-6} \text{ J}$$

(μ. 1)**γ. Διαφορά φάσης**

Για $t_1=3\text{s}$ το στάσιμο κύμα εκτείνεται από -6m έως $+6\text{m}$ διότι $x=ut_1=2 \cdot 3=6\text{m}$. Επομένως στα σημεία Α και Β επικρατεί κατάσταση τρέχοντος κύματος. Η διαφορά φάσης των δύο σημείων δίνεται από τη σχέση:

$$\Delta\phi = \frac{2\pi}{\lambda} \Delta x = \frac{2\pi}{8} (11 - 8) = \frac{3\pi}{4} \Rightarrow \Delta\phi = 0,75\pi \text{ rad}$$

(μ. 2)

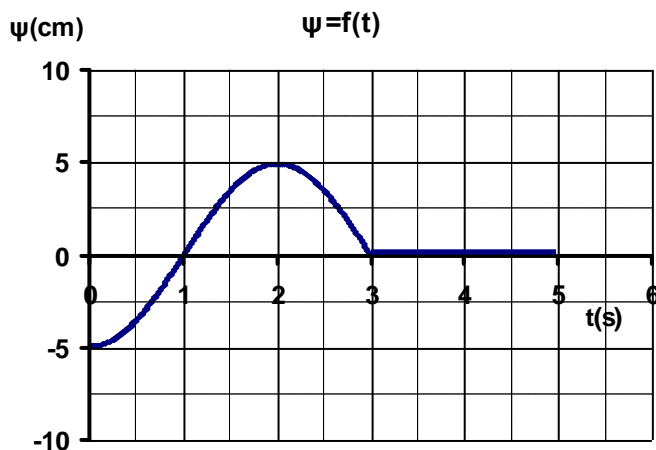


Για $t_2=6s$ το στάσιμο κύμα εκτείνεται από $-12m$ έως $+12m$ διότι $x=ut_2=2.6=12m$. Επομένως στα σημεία A και B επικρατεί κατάσταση στάσιμου κύματος με κοιλίες τα σημεία $4m, 8m, 12m$ και δεσμούς τα σημεία $2m, 6m, 10m$. Τα σημεία A και B διαφέρουν απόσταση $\Delta x=3m$ και βρίσκονται εκατέρωθεν του δεσμού ($x=10m$).

Άρα $\Delta\phi = \pi \text{ rad}$

(μ. 2)

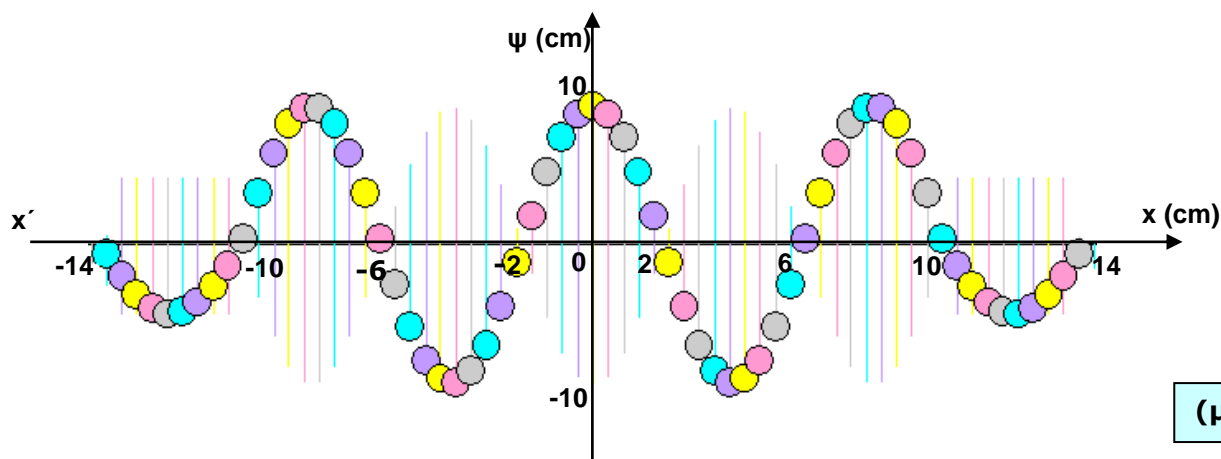
δ. Διάγραμμα $\psi=f(t)$ του σημείου $x=6cm$ για $0s \leq t \leq 5s$:



(μ. 3)

ε. Στιγμιότυπο του κύματος

Το στιγμιότυπο του κύματος τη χρονική στιγμή $t_3=5s$ είναι:



(μ. 4)



α. Υπολογισμός τιμών
 συμπλήρωση πίνακα:

h (m)	t (s)	a (m/s ²)
0,02	4,47	0,1
0,05	2,58	0,3
0,07	2,23	0,4
0,08	2,00	0,5

επιτάχυνσης _____ και

Κατά την κίνησή του ο
 επιταχυνόμενη κίνηση και

$$L = \frac{1}{2} \alpha t^2 \Rightarrow \alpha = \frac{2L}{t^2} \text{ από την}$$

επιτάχυνση και συμπληρώνουμε τον πίνακα.

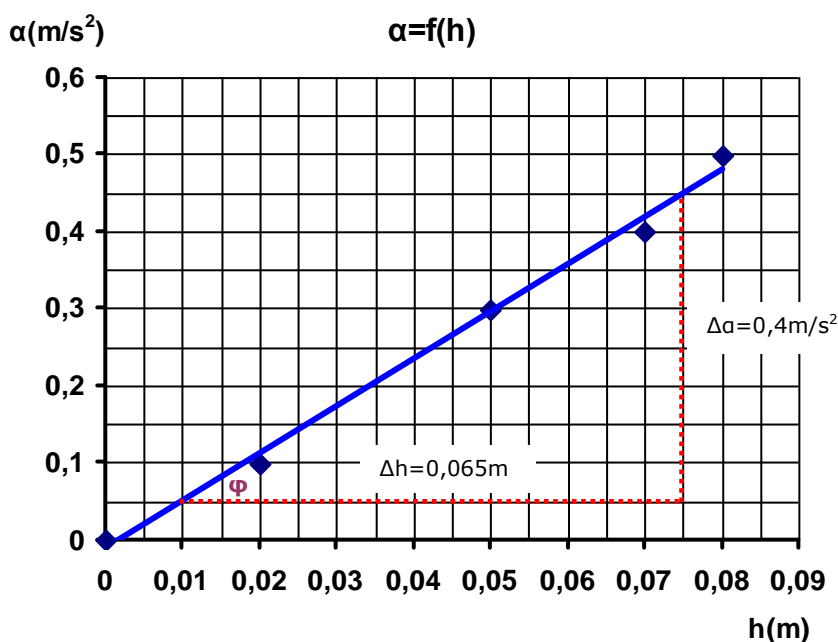
κύλινδρος εκτελεί ομαλή
 ισχύει η σχέση:

οποία υπολογίζουμε την

Πίνακας

(μ. 2)

β. Γραφική παράσταση $a = f(h)$ και πειραματικός υπολογισμός της ροπής αδράνειας του κυλίνδρου:



(μ. 4)

Η κλίση της γραφικής είναι ίση με $\epsilon\phi\phi = \frac{\Delta\alpha}{\Delta h} = \frac{0,4}{0,065} \Rightarrow \epsilon\phi\phi = 6,15$

(μ. 2)

Από το Θεώρημα Διατήρησης της Μηχανικής ενέργειας για την κίνηση του κυλίνδρου:

$$E_{\text{ΜΗΧ}(1)} = E_{\text{ΜΗΧ}(2)}$$

$$mgh = \frac{1}{2} I \omega^2 + \frac{1}{2} m v^2 \Rightarrow mgh = \frac{1}{2} I \frac{v^2}{R^2} + \frac{1}{2} m v^2 \Rightarrow mgh = \frac{1}{2} I \frac{2\alpha L}{R^2} + \frac{1}{2} m \cdot 2\alpha L$$

7 |

$$\Rightarrow mgh = \alpha \left(\frac{I L}{R^2} + mL \right) \Rightarrow$$



$$\alpha = \frac{mg}{L(m + \frac{I}{R^2})} \cdot h$$

(μ. 6)

Από τη σχέση αυτή παρατηρούμε ότι η κλίση της γραφικής μας είναι:

$$\frac{mg}{L(m + \frac{I}{R^2})} = \varepsilon\phi\phi \Rightarrow I = mR^2 \left(\frac{g}{L\varepsilon\phi\phi} - 1 \right) \Rightarrow I = 1.625 \cdot 10^{-6} \left(\frac{9,8}{6,15} - 1 \right)$$

$$\Rightarrow I = 3,7 \cdot 10^{-4} \text{kg.m}^2$$

(μ. 2)

γ. Υπολογισμός θεωρητικής τιμής ροπής αδράνειας κυλίνδρου και (%) σφάλμα:

Η θεωρητική τιμή υπολογίζεται από τη σχέση:

$$I_0 = \frac{1}{2} mR^2 = \frac{1}{2} \cdot 1.0,025^2 \Rightarrow I_0 = 3,125 \cdot 10^{-4} \text{kg.m}^2$$

(μ. 1)

Το % σφάλμα είναι: $\frac{\Delta I}{I_0} = \left| \frac{I_{\text{πειρ}} - I_0}{I_0} \right| \cdot 100\% \Rightarrow \frac{\Delta I}{I_0} = 18,4\%$

(μ. 3)

ΘΕΜΑ 5 (20 μονάδες)

α. Ροπή αδράνειας:

$$I = I_p + I_m = \frac{ML^2}{3} + mL^2 = \frac{1}{3} \cdot 6.2^2 + 2.2^2 \Rightarrow I = 16 \text{kgm}^2$$

(μ. 2)

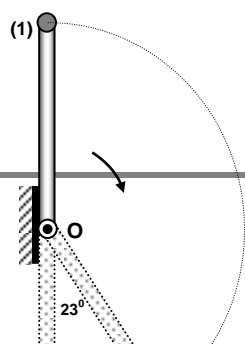
β. Γωνιακή ταχύτητα συστήματος στην κατώτερη θέση:

$$E_{\mu_1} = E_{\mu_2} \Rightarrow Mg \frac{3L}{2} + 2mgL = Mg \frac{L}{2} + \frac{1}{2} I \omega^2 \Rightarrow 6 \cdot 10 \cdot 3 \frac{2}{2} + 2 \cdot 10 \cdot 2 \cdot 2 = 6 \cdot 10 \cdot \frac{2}{2} + \frac{1}{2} 16 \omega^2$$

$$\Rightarrow \omega = 5 \text{ rad/s}$$

(μ. 3)

γ. Ποσοστό μεταβολής της κινητικής ενέργειας:



$$E_{\mu_2} = E_{\mu_3} \Rightarrow Mg \frac{L}{2} + \frac{1}{2} I \omega_1^2 = Mg(L - h_1) + mg(L - h_2)$$

$$\Rightarrow 6 \cdot 10 \cdot 1 + 8 \omega_1^2 = 6 \cdot 10 \cdot (L - \frac{L}{2} \sin 23^\circ) + 2 \cdot 10 (L - L \sin 23^\circ)$$

$$\Rightarrow 6 \cdot 10 \cdot 1 + 8 \omega_1^2 = 120 - 60 \sin 23^\circ + 40 - 40 \sin 23^\circ$$

$$\Rightarrow \omega_1 = 1 \text{ rad/s}$$

8



(μ. 4)

$$\Delta E_k = \frac{1}{2} I \omega^2 - \frac{1}{2} I \omega_1^2 = \frac{1}{2} 16.5^2 - \frac{1}{2} 16.1^2 = 192 \text{ J}$$

$$\pi\%(\Delta E_k) = \frac{\Delta E_k}{E_{k_{\text{αρχ}}}} \cdot 100\% = \frac{192}{\frac{1}{2} I \omega^2} \cdot 100\% = \frac{192}{200} \cdot 100\%$$

⇒ ποσοστό απώλειας=96%

(μ. 3)

δ. Πλάτος ταλάντωσης μετά την κρούση:

Αρχή διατήρησης στροφορμής του συστήματος και της μάζας m_2 κατά την κρούση.

$$L_\pi = L_\mu \Rightarrow -I\omega = +I\omega_1 + m_2 L V \Rightarrow -16.5 = 16.1 + 9,6 \cdot 2 \cdot V \Rightarrow V = -5 \text{ m/s}$$

(μ. 3)

Η κρούση γίνεται στη θέση ισορροπίας άρα $V = V_0$. Επομένως

$$E_{\text{ολ.ταλ.}} = \frac{1}{2} k x_0^2 = \frac{1}{2} m_2 V^2 \Rightarrow 960 x_0^2 = 9,6 \cdot 5^2 \Rightarrow x_0 = 0,5 \text{ m}$$

(μ. 2)

ε. Χρόνος που θα ξαναβρεθεί για πρώτη φορά στο φυσικό του μήκος:

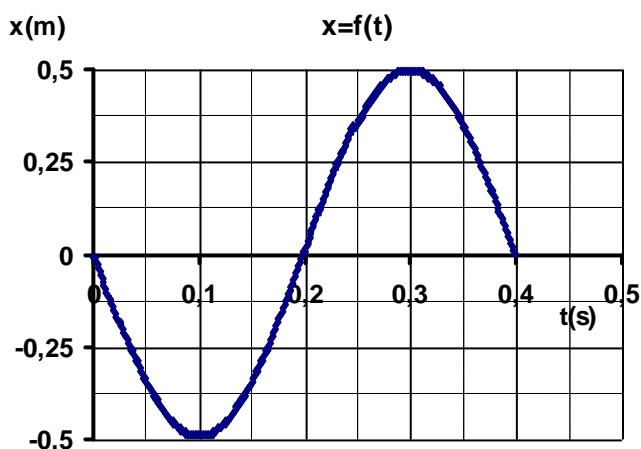
$$T = 2\pi \sqrt{\frac{m_2}{k}} = 2\pi \sqrt{\frac{9,6}{960}} = 0,2\pi \text{ s}$$

Το ελατήριο θα ξαναβρεθεί στο φυσικό του μήκος μετά από χρόνο:

$$t = \frac{T}{2} = \frac{0,2\pi}{2} \Rightarrow t = 0,1\pi \text{ s}$$

(μ. 1)

στ. Γραφική παράσταση $x=f(t)$:



(μ. 2)