ΧΡΗΣΤΟΣ ΕΠ. ΚΥΡΓΙΑΚΗΣ

ΦΥΣΙΚΗ

Β΄ ΛΥΚΕΙΟΥ

ΓΕΝΙΚΗΣ ΠΑΙΔΕΙΑΣ

- **ΘΕΩΡΙΑ**
- **ΕΡΩΤΗΣΕΙΣ ΚΛΕΙΣΤΟΥ ΤΥΠΟΥ**
- **ΛΥΜΕΝΑ ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΑ**
- **ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΑ ΓΙΑ ΛΥΣΗ**
- **ΚΡΙΤΗΡΙΑ ΑΞΙΟΛΟΓΗΣΗΣ**
- **ΑΠΑΝΤΗΣΕΙΣ στις ΕΡΩΤΗΣΕΙΣ και τα ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΑ του σχολικού βιβλίου**

Κάθε γνήσιο αντίτυπο φέρει τη σφραγίδα των εκδόσεων ΒΟΛΟΝΑΚΗ

ΕΚΔΟΣΕΙΣ
ΒΟΛΟΝΑΚΗ

Μαυρομιχάλη 41 και Βαλτετσίου
Τηλ. (010) 3608065 – (010) 3608197
Fax (010) 3608197
ΑΘΗΝΑ

Στοιχειοθεσία – Σελιδοποίηση
ΔΙΗΝΕΚΕΣ τηλ.: (010) 3606826 – (010) 3606760

ISBN: 978-960-381-393-4

ΠΡΟΛΟΓΟΣ

Το βιβλίο αυτό γράφτηκε με την ελπίδα να αποτελέσει ένα χρήσιμο εργαλείο στην προσπάθεια που κάνουν, τόσο οι μαθητές στο να προετοιμαστούν όσο το δυνατόν καλύτερα, όσο και οι συνάδελφοι καθηγητές στο να προσφέρουν όσο το δυνατόν περισσότερα εφόδια στους μαθητές.

Περιέχει στοχεία θεωρίας, ερωτήσεις πολλαπλής επιλογής, ερωτήσεις του τύπου σωστό – λάθος, συμπλήρωση κενών και ερωτήσεις αντιστοίχησης. Στη συνέχεια περιλαμβάνει λυμένα προβλήματα, προβλήματα για λύση και στο τέλος κάθε κεφαλαίου τις απαντήσεις στις ερωτήσεις και τα προβλήματα του σχολικού βιβλίου. Στο τέλος του βιβλίου υπάρχουν κριτήρια αξιολόγησης.

Ελπίζω το βιβλίο αυτό να σας φανεί χρήσιμο.

Οι παρατηρήσεις σας είναι ευπρόσδεκτες και επιθυμητές.

email:neutonas@internet.gr.

Ο συγγραφέας

Το βιβλίο αυτό το αφιερώνω
στη Φωτεινή, τη Βάλια και το μικρό Ορέστη.

Π Ε Ρ Ι Ε Χ Ο Μ Ε Ν Α

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 3 ΗΛΕΚΤΡΟΜΑΓΝΗΤΙΣΜΟΣ

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 4 ΤΑΛΑΝΤΩΣΕΙΣ

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 1

ΔΥΝΑΜΕΙΣ ΜΕΤΑΞΥ ΗΛΕΚΤΡΙΚΩΝ ΦΟΡΤΙΩΝ

3.1 ΔΥΝΑΜΕΙΣ ΜΕΤΑΞΥ ΗΛΕΚΤΡΙΚΩΝ ΦΟΡΤΙΩΝ

ΣΤΟΙΧΕΙΑ ΘΕΩΡΙΑΣ

3.1.1. Ο ΝΟΜΟΣ ΤΟΥ COULOMB

Κάνοντας πολλές πειραματικές μετρήσεις των δυνάμεων που αναπτύσσονται μεταξύ των ηλεκτρικών φορτίων, ο Coulomb το 1784 διατύπωσε τον γνωστό νόμο που φέρει το όνομά του – νόμος του Coulomb – συμπεριλαμβάνοντας σ' αυτόν τα συμπεράσματα των πειραμάτων που έκανε. Ο νόμος του Coulomb διατυπώνεται ως εξής:

«Η ελκτική ή απωστική δύναμη $\vec{F}$ που αναπτύσσεται μεταξύ δύο σημειακών ηλεκτρικών φορτίων q_1 και q_2 που απέχουν μεταξύ τους απόσταση r, έχει:

- **μέτρο, που είναι ανάλογο της απόλυτης τιμής του γινομένου των δύο φορτίων και αντιστρόφως ανάλογο του τετραγώνου της απόστασης μεταξύ των δύο φορτίων. Δηλαδή:**

$$\boxed{F = k\frac{|q_1 \cdot q_2|}{r^2}} \quad (1),$$

όπου k μια σταθερά που ονομάζεται ηλεκτρική σταθερά ή σταθερά του Coulomb,

- **διεύθυνση, τη διεύθυνση της ευθείας που ορίζεται από τα δύο φορτία,**
- **φορά, ελκτική αν τα φορτία είναι ετερόσημα (το ένα θετικό και το άλλο αρνητικό) και απωστική αν τα φορτία είναι ομόσημα (και τα δύο θετικά ή και τα δύο αρνητικά),**
- **σημείο εφαρμογής, το κάθε σημειακό φορτίο q_1 και q_2».**

ΠΑΡΑΤΗΡΗΣΗ

Η ηλεκτρική σταθερά k εξαρτάται από το σύστημα μονάδων που χρησιμοποιούμε και από το υλικό που παρεμβάλλεται ανάμεσα στα δύο φορτία.

Αν τα δύο φορτία βρίσκονται στο κενό ή κατά προσέγγιση στον αέρα, η σταθερά k στο (S.I.) είναι ίση με:

$$k = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} = 9 \cdot 10^9 \, \frac{N \cdot m^2}{c^2}.$$

Το ε_0 ονομάζεται **απόλυτη διηλεκτρική σταθερά του κενού ή κατά προσέγγιση του άερα** και στο (S.I.) είναι ίση με:

$$\varepsilon_0 = 8{,}85 \cdot 10^{-12} \frac{c^2}{N \cdot m^2}$$

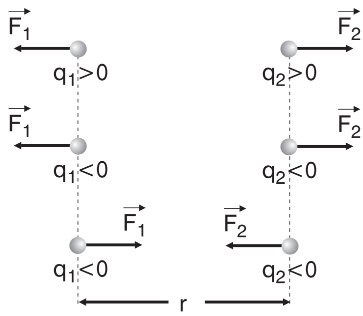
Αν τα φορτία βρίσκονται σε κάποιο υλικό, εκτός από κενό ή αέρα, η ηλεκτρική σταθερά k είναι ίση με:

$$k = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0 \cdot \varepsilon}$$

Το ε ονομάζεται **σχετική διηλεκτρική σταθερά του υλικού**, είναι καθαρός αριθμός (χωρίς μονάδα μέτρησης) χαρακτηριστικός για το κάθε υλικό και παίρνει τιμές $\varepsilon > 1$, π.χ. για το νερό $\varepsilon \simeq 81$. (Για το κενό ή τον αέρα ισχύει $\varepsilon = 1$).

Στο διπλανό σχήμα φαίνονται οι δυνάμεις μεταξύ δύο φορτίων q_1 και q_2. Οι δυνάμεις Coulomb $\vec{F}_1$, $\vec{F}_2$ λόγω δράσης - αντίδρασης είναι αντίθετες ($\vec{F}_1 = -\vec{F}_2$). Τα μέτρα τους είναι ίσα και δίνονται από το νόμο του Coulomb:

$$F_1 = F_2 = k \frac{|q_1 \cdot q_2|}{r^2}$$



Σχήμα 1.

Χρησιμοποιώντας τη σχέση (1) μπορούμε να πούμε ότι η ηλεκτρική σταθερά K **εκφράζει αριθμητικά** την τιμή της δύναμης Coulomb που αναπτύσσεται μεταξύ δύο σημειακών φορτίων, 1 C το καθένα, που βρίσκονται σε απόσταση 1 m το ένα από το άλλο.

Επίσης, παρατηρούμε ότι η σχέση $F = k \frac{|q_1 \cdot q_2|}{r^2}$ είναι της μορφής

$$\boxed{F = \frac{\alpha}{r^2}}$$

όπου $\alpha = k\,|q_1 q_2| =$ σταθερό > 0.

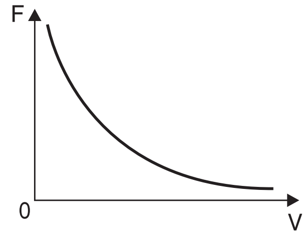
Επομένως η γραφική παράσταση του μέτρου της δύναμης F σε σχέση με την απόσταση r θα είναι **υπερβολή**, όπως φαίνεται στο παρακάτω σχήμα.

$$F = k\frac{|q_1 \cdot q_2|}{r^2}$$

Είναι στη μορφή $\psi = \frac{\alpha}{x^2}$ με:

$$\psi \rightarrow F,\ x \rightarrow r,\ \alpha \rightarrow k|q_1 q_2|$$

Η γραφική παράσταση είναι υπερβολή.



Σχήμα 2.

Τίθεται το ερώτημα αν η σχέση

$F = k\frac{|q_1 \cdot q_2|}{r^2}$ ισχύει για φορτισμένα σώματα οποιουδήποτε σχήματος.

Η παραπάνω σχέση ισχύει μόνο για **σημειακά** φορτισμένα σωματίδια, δηλαδή για φορτισμένα σωματίδια με διαστάσεις σημείου, καθώς και για **σφαιρικά** σώματα **ομοιόμορφα** φορτισμένα αρκεί η απόσταση r να είναι η απόσταση μεταξύ **των κέντρων** των σφαιρών και όχι μεταξύ των επιφανειών τους. Επίσης, η απόσταση r πρέπει να είναι μεγαλύτερη της ακτίνας των σφαιρών.

Ορισμός της μονάδας μέτρησης ηλεκτρικού φορτίου (1 C) στο S.I. με τη βοήθεια της σχέσης:

$$\mathbf{F = k\frac{|q_1 \cdot q_2|}{r^2}}$$

«1 C (1 Κουλόμπ) είναι το φορτίο που αν βρεθεί στο κενό ή τον αέρα σε απόσταση 1 m από ένα άλλο ίσο με αυτό φορτίο θα του ασκήσει δύναμη ίση με $9 \cdot 10^9$ N».

3.1.2 Ηλεκτρικο Πεδιο

Με τον όρο «πεδίο δυνάμεων» στη Φυσική εννοούμε το χωρο μέσα στον οποίο, αν βρεθεί το κατάλληλο «υπόθεμα», ασκείται πάνω του δύναμη. Επομένως:

«Ηλεκτρικό πεδίο ονομάζεται ο χώρος μέσα στον οποίο αν βρεθεί κάποιο ηλεκτρικό φορτίο, θα ασκηθεί πάνω του ηλεκτρική δύναμη».

Δηλαδή, στην περίπτωση του ηλεκτρικού πεδίου το «υπόθεμα» είναι κάποιο ηλεκτρικό φορτίο.

Το φυσικό μέγεθος που μας δείχνει το πόσο ισχυρό είναι ένα πεδίο στα διάφορα σημεία του είναι η **ένταση** του πεδίου, και ορίζεται ως εξής:

«Ένταση $\vec{E}$ ηλεκτρικού πεδίου σε κάποιο σημείο του ονομάζεται το φυσικό διανυσματικό μέγεθος που ισούται, με το πηλίκο της δύναμης $\vec{F}$, που θα δεχτεί ένα φορτίο q αν βρεθεί σ' εκείνο το σημείο, προς το φορτίο αυτό, Δηλαδή:

$$\boxed{\vec{E} = \frac{\vec{F}}{q}} \qquad (2)$$

Το μέτρο E της έντασης ισούται, με το πηλίκο του μέτρου F της δύναμης, προς την απόλυτη τιμή $|q|$ του φορτίου. Δηλαδή:

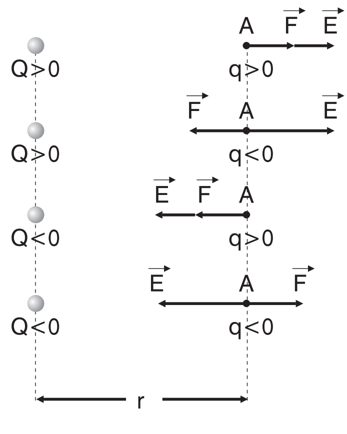
$$\boxed{E = \frac{F}{|q|}} \qquad (3)$$

Η διεύθυνση της έντασης είναι ίδια με τη διεύθυνση της δύναμης, ενώ η φορά της έντασης είναι ίδια με τη φορά της δύναμης, αν το φορτίο q είναι θετικό, και αντίθετη από τη φορά της δύναμης, αν το φορτίο q είναι αρνητικό.»

Στο διπλανό σχήμα φαίνονται οι εντάσεις ηλεκτρικών πεδίων που δημιουργούνται από ένα ακίνητο ηλεκτρικό φορτίο Q, σε κάποιο σημείο A.

Όταν η πηγή Q του πεδίου είναι θετικό φορτίο το διάνυσμα της έντασης $\vec{E}$ έχει κατεύθυνση απομακρυνόμενη από το Q.

Όταν η πηγή Q του πεδίου είναι αρνητικό φορτίο το διάνυσμα της έντασης $\vec{E}$ έχει κατεύθυνση προς το Q.



Σχήμα 3.

Η μονάδα μέτρησης της έντασης στο S.I. από τη σχέση (3) προκύπτει ότι είναι το $1\,\frac{N}{C}\left(1\,\frac{\text{Νιούτον}}{\text{Κουλόμπ}}\right)$.

Υπολογισμός του μέτρου E της έντασης σε ένα σημείο A ηλεκτροστατικού πεδίου που δημιουργείται από ένα ακίνητο σημειακό ηλεκτρικό φορτίο Q.

Έστω ένα φορτίο Q δημιουργεί γύρω του ηλεκτροστατικό πεδίο και σ' ένα σημείο A του πεδίου, που απέχει από το Q απόσταση r φέρουμε ένα υπόθεμα q. Τότε, το μέτρο E της έντασης στο σημείο A είναι με βάση από τη σχέση (3):

$$E = \frac{F}{|q|},$$

όπου $F = k\dfrac{|Qq|}{r^2}$.

Οπότε η σχέση (3) γίνεται:

$$E = \frac{k\dfrac{|Qq|}{r^2}}{|q|} \Rightarrow E = \frac{k|Qq|}{|q|\cdot r^2} = \frac{k|Q||q|}{|q|r^2} \Rightarrow \boxed{E = k\frac{|Q|}{r^2}} \quad (4)$$

Παρατηρούμε ότι η σχέση $E = k\dfrac{|Q|}{r^2}$ είναι της μορφής:

$$\boxed{E = \frac{\alpha}{r^2}}$$

όπου $\alpha = k|Q| =$ σταθερό > 0.

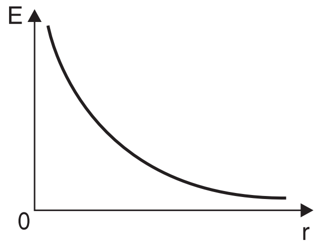
Επομένως η γραφική παράσταση του μέτρου της έντασης E σε σχέση με την απόσταση r θα είναι **υπερβολή**, όπως φαίνεται στο παρακάτω σχήμα.

$$E = K\frac{|Q|}{r^2}.$$

Είναι στη μορφή $\psi = \dfrac{\alpha}{x^2}$ με:

$$\psi \to E,\ x \to r,\ \alpha \to K(Q)$$

Η γραφική παράσταση είναι υπερβολή.



Σχήμα 4.

Από το σχήμα 3 διαπιστώνουμε ότι η κατεύθυνση (διεύθυνση και φορά) της έντασης $\vec{E}$ σε κάποιο σημείο ηλεκτρικού πεδίου **δεν** εξαρτάται από το πρόσημο του υποθέματος q που τυχόν υπάρχει στο σημείο εκείνο, αλλά μόνο από το πρόσημο της πηγής Q.

Από τη σχέση (4) διαπιστώνουμε ότι το μέτρο E της έντασης σε κάποιο σημείο ηλεκτρικού πεδίου δεν εξαρτάται από την τιμή του υποθέματος q που τυχόν υπάρχει στο σημείο εκείνο αλλά από την τιμή της πηγής $|Q|$ κατ' απόλυτη τιμή και την απόσταση r του σημείου από την πηγή.

Συμπέρασμα:

Η ένταση $\vec{E}$ σε ένα σημείο ηλεκτροστατικού πεδίου δεν εξαρτάται από το υπόθεμα που τυχόν υπάρχει σ' εκείνο το σημείο. Δηλαδή, ορίζεται σε κάθε σημείο ενός πεδίου, ανεξάρτητα από το αν στο σημείο εκείνο υπάρχει ή όχι και κάποιο υπόθεμα.

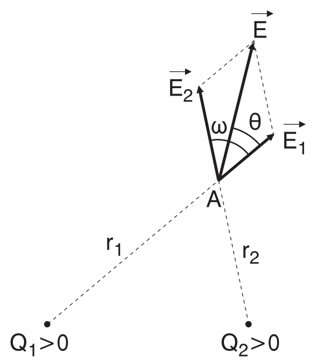
Εύρεση της έντασης $\vec{E}$ σ’ ένα σημείο Α ηλεκτροστατικού πεδίου που δημιουργείται από δύο πηγές Q_1 και Q_2.

Έστω ένα ηλεκτρικό πεδίο δημιουργείται από δύο ακίνητα θετικά σημειακά ηλεκτρικά φορτία Q_1 και Q_2 και θέλουμε να βρούμε την ένταση $\vec{E}$ του πεδίου στο σημείο Α.

Σχεδιάζουμε την ένταση $\vec{E}_1$ στο σημείο Α εξαιτίας του Q_1 και την ένταση $\vec{E}_2$ στο ίδιο σημείο εξαιτίας του Q_2. Τα μέτρα των εντάσεων αυτών είναι αντίστοιχα:

$$E_1 = k\frac{|Q_1|}{r_1^2} \quad \text{και} \quad E_2 = k\frac{|Q_2|}{r_2^2},$$

όπου r_1, r_2 οι αποστάσεις του σημείου Α από τις πηγές Q_1 και Q_2 αντίστοιχα.



Σχήμα 5.

«Η ένταση $\vec{E}$ στο σημείο Α του πεδίου θα ισούται με το διανυσματικό άθροισμα των εντάσεων $\vec{E}_1$, $\vec{E}_2$ στο σημείο Α, εξαιτίας των πηγών Q_1 και Q_2 αντίστοιχα. Δηλαδή:»

$$\boxed{\vec{E} = \vec{E}_1 + \vec{E}_2} \quad \textbf{(5) (Αρχή της επαλληλίας)»}$$

Σχεδιάζουμε την ένταση $\vec{E}$ με τη βοήθεια του γνωστού κανόνα του παραλληλογράμμου (Σχήμα 4) και προσδιορίζουμε το μέτρο της από τη σχέση:

$$\boxed{E = \sqrt{E_1^2 + E_2^2 + 2E_1E_2\text{συνφ}}} \quad (6),$$

όπου φ η γωνία που σχηματίζουν τα διανύσματα $\vec{E}_1$, $\vec{E}_2$.

Η **διεύθυνση** της έντασης $\vec{E}$ προσδιορίζεται αν υπολογίσουμε τη γωνία που σχηματίζει η ένταση $\vec{E}$ με μία από τις εντάσεις $\vec{E}_1$, $\vec{E}_2$. Έτσι για τη γωνία θ (Σχήμα 5) έχουμε τη σχέση:

$$\boxed{\text{εφθ} = \frac{E_2\text{ημφ}}{E_1 + E_2\text{συνφ}}} \quad (7)$$

Δυναμικές γραμμές ηλεκτρικού πεδίου

Όπως αναφέραμε, η ένταση αναφέρεται σε κάθε σημείο ενός ηλεκτρικού πεδίου και μας δείχνει το πόσο ισχυρό είναι το πεδίο στα διάφορα σημεία.

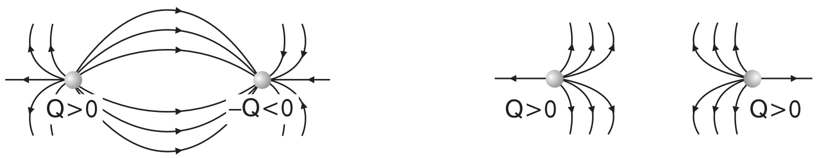
Για να μπορούμε όμως να έχουμε μια «εικόνα» του πεδίου, αφού αυτό είναι α-όρατο, χρησιμοποιούμε κάποιες **νοητές** γραμμές που ονομάζονται δυναμικές γραμμές, και ορίζονται ως εξής:

«Δυναμικές γραμμές ενός ηλεκτρικού πεδίου ονομάζονται εκείνες οι νοητές γραμμές στις οποίες η ένταση του πεδίου εφάπτεται σε κάθε σημείο τους».

Στο σχήμα (6) φαίνονται οι δυναμικές γραμμές διαφόρων ηλεκτρικών πεδίων.

α) Δυναμικές γραμμές ηλεκτρικού πεδίου που παράγεται από ένα ακίνητο σημειακό θετικό ηλεκτρικό φορτίο.

β) Δυναμικές γραμμές ηλεκτρικού πεδίου που παράγεται από ένα ακίνητο σημειακό αρνητικό ηλεκτρικό φορτίο.



γ) Δυναμικές γραμμές ηλεκτρικού πεδίου που παράγεται από δύο ακίνητα αντίθετα σημειακά ηλεκτρικά φορτία.

δ) Δυναμικές γραμμές ηλεκτρικού πεδίου που παράγεται από δύο ακίνητα ίσα θετικά σημειακά ηλεκτρικά φορτία.

Σχήμα 6.

Ιδιότητες των δυναμικών γραμμών

Οι δυναμικές γραμμές χαρακτηρίζονται από τις εξής ιδιότητες:

α. Οι δυναμικές γραμμές είναι **ανοιχτές** και έχουν κατεύθυνση από τα θετικά προς τα αρνητικά φορτία.

β. Στις περιοχές του πεδίου που οι δυναμικές γραμμές είναι πιο πυκνές, το πεδίο είναι πιο ισχυρό, δηλαδή, η ένταση του πεδίου έχει μεγαλύτερο μέτρο.

γ. Οι δυναμικές γραμμές **δεν τέμνονται** ούτε και **εφάπτονται** σε κάποιο σημείο.

Ομογενές ηλεκτροστατικό πεδίο

«Ομογενές ονομάζεται κάθε ηλεκτρικό πεδίο στο οποίο η ένταση είναι η ίδια (κατά διεύθυνση φορά και μέτρο) σε κάθε σημείο του».

Σε κάθε ομογενές ηλεκτρικό πεδίο, οι δυναμικές του γραμμές είναι:

α. **παράλληλες με ίδια φορά,** αφού η ένταση έχει την **ίδια κατεύθυνση** σε κάθε σημείο του.

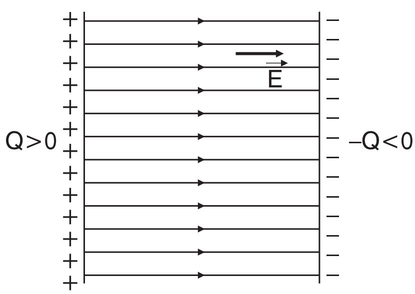
β. **ισαπέχουσες,** αφού η ένταση έχει το **ίδιο μέτρο** σε κάθε σημείο του οπότε **η πυκνότητα** των δυναμικών γραμμών πρέπει να είναι ίδια σε όλο το χώρο του πεδίου.

Ομογενές πεδίο δημιουργείται στο χώρο μεταξύ δύο παράλληλων μεταλλικών πλακών ίδιων διαστάσεων που έχουν φορτιστεί με **αντίθετα** ηλεκτρικά φορτία (σχήμα 7). Ένα τέτοιο σύστημα ονομάζεται **επίπεδος πυκνωτής.**

Το διάνυσμα της έντασης $\vec{E}$, είναι το ίδιο σε κάθε σημείο ενός ομογενούς ηλεκτρικού πεδίου.

Ένα ηλεκτρικό πεδίο στο οποίο η ένταση μεταβάλλεται από σημείο σε σημείο ονομάζεται **ανομοιογενές.**

Τα ηλεκτρικά πεδία του σχήματος **6** είναι ανομοιογενή.



Σχήμα 7.

Ορισμός της μονάδας μέτρησης της έντασης ηλεκτρικού πεδίου (1N/C) στο S.I.

Η ένταση σ’ ένα σημείο ηλεκτρικού πεδίου είναι ίση με 1N/C αν, σε ηλεκτρικό φορτίο 1C που θα βρεθεί στο σημείο εκείνο ασκείται από το πεδίο δύναμη ίση με 1 N.

3.1.3 ΗΛΕΚΤΡΙΚΗ ΔΥΝΑΜΙΚΗ ΕΝΕΡΓΕΙΑ

Βαρυτικό πεδίο και βαρυτική δυναμική ενέργεια

Σε αντιστοιχία με τον ορισμό του ηλεκτρικού πεδίου έχουμε για το βαρυτικό πεδίο τον εξής ορισμό:

«Βαρυτικό πεδίο ονομάζεται ο χώρος μέσα στον οποίο αν βρεθεί κάποια μάζα, θα ασκηθεί πάνω της βαρυτική δύναμη»

Υπενθυμίζεται ότι οι βαρυτικές δυνάμεις μεταξύ μαζών περιγράφονται από το νόμο της παγκόσμιας έλξης του Newton ο οποίος διατυπώνεται ως εξής:

«Η ελκτική δύναμη $\vec{F}$ που αναπτύσσεται μεταξύ δύο σημειακών μαζών m_1 και m_2 που απέχουν μεταξύ τους απόσταση r, έχει:

– μέτρο, που είναι ανάλογο του γινομένου των δύο μαζών και αντιστρόφως ανάλογο του τετραγώνου της απόστασης μεταξύ των δύο μαζών. Δηλαδή,

$$\boxed{F = G\frac{m_1 m_2}{r^2}} \quad (8),$$

όπου G μια σταθερά που ονομάζεται παγκόσμιας έλξης,

– διεύθυνση, τη διεύθυνση της ευθείας που ορίζεται από τις δύο μάζες,

– φορά, πάντα ελκτική,

– σημείο εφαρμογής, την κάθε σημειακή μάζα m_1 και m_2.»

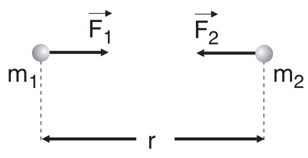
ΠΑΡΑΤΗΡΗΣΗ

Η σταθερά παγκόσμιας έλξης G εξαρτάται μόνο από το σύστημα μονάδων που χρησιμοποιούμε και έχει τιμή $G = 6{,}67 \cdot 10^{-11}\ \frac{Nm^2}{kg^2}$

Στο παρακάτω σχήμα φαίνονται οι δυνάμεις μεταξύ δύο μαζών m_1 και m_2.

Οι δυνάμεις παγκόσμιας έλξης $\vec{F}_1$, $\vec{F}_2$ λόγω δράσης - αντίδρασης είναι αντίθετες ($\vec{F}_1 = -\vec{F}_2$). Τα μέτρα τους είναι ίσα και δίνονται από το νόμο παγκόσμιας έλξης:

$$F_1 = F_2 = G\frac{m_1 m_2}{r^2}$$

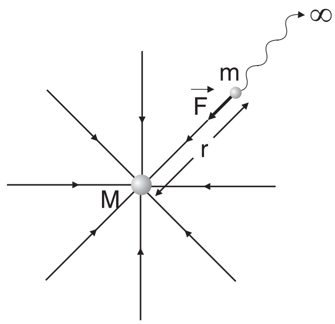


Σχήμα 8.

Έστω μάζα M δημιουργεί γύρω της βαρυτικό πεδίο όπως φαίνεται στο παρακάτω σχήμα, και σε κάποιο σημείο Α του πεδίου φέρουμε μια μάζα m. Η μάζα m αλληλεπιδρά με τη μάζα M και δέχεται από αυτή δύναμη $\vec{F}$ μέτρου $F = G\frac{Mm}{r^2}$.

Ορίζουμε ως **βαρυτική δυναμική ενέργεια U_A**, της μάζας m στο σημείο Α, το έργο $W_{A\to\infty}$ της δύναμης $\vec{F}$ του πεδίου, κατά τη μεταφορά της μάζας m από το Α στο άπειρο. Δηλαδή,

$$\boxed{U_A = W_{A\to\infty}} \qquad (9)$$



Σχήμα 9.

Αποδεικνύεται ότι

$$\boxed{W_A = -G\frac{Mm}{r}} \qquad (10)$$

Άρα:

$$\boxed{U_{(A)} = -G\frac{Mm}{r}} \qquad (11)$$

Σημειώνουμε ότι το έργο $W_{A\to\infty}$ της δύναμης $\vec{F}$ του πεδίου κατά τη μεταφορά της μάζας m από το Α στο άπειρο δεν εξαρτάται από τον τρόπο που γίνεται η μεταφορά, ούτε από την τροχιά που ακολουθούμε. Αυτό συμβαίνει γιατί η βαρυτική δύναμη $\vec{F}$ είναι **συντηρητική δύναμη.**

“Συντηρητικές ή διατηρητικές, ονομάζονται οι δυνάμεις που το έργο τους, εφόσον παράγουν, κατά μήκος μιας κλειστής διαδρομής, είναι ίσο με μηδέν”.

Ή αλλιώς:

“Συντηρητικές ονομάζονται οι δυνάμεις που το έργο τους μεταξύ δύο θέσεων Α και Γ δεν εξαρτάται από τη διαδρομή που ακολουθούμε αλλά μόνο από τις θέσεις Α και Γ”

Συγκεκριμένα το έργο $W_{A\to\infty}$ μιας συντηρητικής δύναμης μεταξύ των θέσεων Α και Γ είναι πάντα:

$$\boxed{W_{A\to\Gamma} = -\Delta U = -(U_\Gamma - U_A) = U_A - U_\Gamma} \qquad (12),$$

όπου ΔU η μεταβολή της δυναμικής ενέργειας ($\Delta U = U_{\tau\varepsilon\lambda} - U_{\alpha\rho\chi} = U_\Gamma - U_A$) και U_Γ, U_A η δυναμική ενέργεια του υποθέματος που μετακινείται στις θέσεις Γ και Α αντίστοιχα.

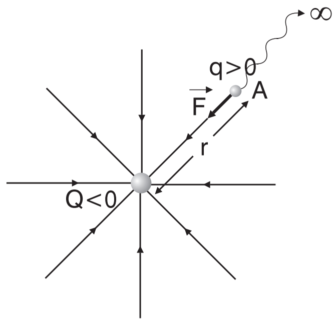
Οι βαρυτικές δυνάμεις, οι δυνάμεις Coulomb, οι δυνάμεις επαναφοράς ελατηρίων, οι μαγνητικές δυνάμεις που οφείλονται σε φυσικούς μαγνήτες καθώς επίσης και όλες οι **σταθερές δυνάμεις** (κατά διεύθυνση, φορά και μέτρο), είναι **συντηρητικές**.

Τέλος, η μονάδα μέτρησης δυναμικής ενέργειας, όπως και οποιασδήποτε άλλης μορφής ενέργειας ή έργου, στο S.I. είναι το 1 Joule (1J).

Ηλεκτρικό πεδίο και ηλεκτρική δυναμική ενέργεια

Έστω φορτίο $Q < 0$ δημιουργεί γύρω του ηλεκτρικό πεδίο όπως φαίνεται στο παρακάτω σχήμα, και σε κάποιο σημείο A του πεδίου φέρουμε ένα φορτίο $q > 0$. Το φορτίο q αλληλεπιδρά με το φορτίο Q και δέχεται από αυτό δύναμη $\vec{F}$ μέτρου

$$F = k\frac{|Qq|}{r^2}$$



Σχήμα 10.

Ορίζουμε ως **ηλεκτρική δυναμική ενέργεια** $\mathbf{U_A}$, του φορτίου q στο σημείο A, το έργο $W_{A\to\infty}$ της δύναμης $\vec{F}$ του πεδίου, κατά τη μεταφορά του φορτίου q από το A, στο άπειρο. Δηλαδή,

$$\boxed{U_A = W_{A\to\infty}} \quad (13)$$

Αποδεικνύεται ότι

$$\boxed{W_{A\to\infty} = k\frac{Qq}{r}} \quad (14)$$

Άρα:

$$\boxed{U_A = k\frac{Qq}{r}} \quad (15)$$

ΠΡΟΣΟΧΗ

Η αντικατάσταση των φορτίων Q, q στη σχέση (15) γίνεται με το πρόσημό τους και όχι κατ' απόλυτη τιμή. Έτσι:

- αν Q, q ετερόσημα τότε $U_A < 0$,
- αν Q, q ομόσημα τότε $U_A > 0$.

Αν $U_A < 0$ τότε και $W_{A\to\infty} < 0$. Δηλαδή, η δύναμη $\vec{F}$ του πεδίου **αντιστέκεται** στη μεταφορά του q από το A στο ∞. Επομένως, για να μεταφερθεί το q από το A στο ∞ πρέπει να **προσφέρουμε** ενέργεια, στο q με αποτέλεσμα να αυξάνεται η δυναμική του ενέργεια.

Αυτή είναι και η **φυσική σημασία** της **αρνητικής** δυναμικής ενέργειας.

Αν $U_A > 0$ τότε και $W_{A\to\infty} < 0$. Δηλαδή η δύναμη $\vec{F}$ του πεδίου **συνεισφέρει** στη μεταφορά του q από το A στο ∞. Επομένως, το φορτίο q μπορεί να μετακινηθεί από το A στο ∞ μόνο υπό την επίδραση της δύναμης $\vec{F}$ του πεδίου (αυθόρμητα) με αποτέλεσμα να μειώνεται η δυναμική του ενέργεια.

Αυτή είναι και η **φυσική σημασία** της **θετικής** δυναμικής ενέργειας.

ΠΑΡΑΤΗΡΗΣΗ

Πρέπει να τονίσουμε ότι: η δυναμική ενέργεια U ενός συστήματος δύο φορτίων q_1 και q_2 (ή δύο μαζών m_1 και m_2) είναι ίση με τη δυναμική ενέργεια του ενός από τα δύο φορτία (ή της μιας από τις δύο μάζες). Δηλαδή:

$$U = k\frac{q_1 q_2}{r} \quad (16) \quad \left(\text{ή } U = -G\frac{m_1 m_2}{r}\right) \quad (17)$$

3.1.4 ΔΥΝΑΜΙΚΟ, ΔΙΑΦΟΡΑ ΔΥΝΑΜΙΚΟΥ

Δυναμικό

Το δυναμικό, όπως και η ένταση, είναι μέγεθος που αναφέρεται στα διάφορα σημεία ενός ηλεκτρικού πεδίου και ορίζεται ως εξής:

Δυναμικό V_A σ' ένα σημείο A ηλεκτρικού πεδίου, ονομάζεται το μονόμετρο φυσικό μέγεθος που ισούται με το πηλίκο, της ηλεκτρικής δυναμικής ενέργειας U_A, που θα έχει ένα φορτίο q που θα βρεθεί στο σημείο A, προς το φορτίο αυτό. Δηλαδή:

$$\boxed{V_A = \frac{U_A}{q}} \quad (18)$$

Μονάδα μέτρησης του δυναμικού στα S.I. είναι το 1 Volt (1V) και όπως προκύπτει από τη σχέση (18):

$$\boxed{1V = \frac{1J}{C}}$$

Αν, για παράδειγμα είναι $V_A = 5$ V τότε η δυναμική ενέργεια U_A ενός φορτίου q = 1C (όσο η μονάδα μέτρησης φορτίου) που θα βρεθεί στο σημείο A θα είναι $U_A = 5$ J. Ενώ, αν είναι $V_A = -5$V τότε η δυναμική ενέργεια U_A ενός φορτίου q = 1 C που θα βρεθεί στο σημείο A θα είναι $U_A = -5$J.

Δηλαδή, το δυναμικό σ' ένα σημείο ηλεκτρικού πεδίου **εκφράζει** αριθμητικά την **δυναμική ενέργεια ανά μονάδα φορτίου**, οποιουδήποτε φορτίου που θα βρεθεί στο σημείο εκείνο.

Επίσης για το δυναμικό μπορούμε να δώσουμε και τον εξής **ισοδύναμο ορισμό:**

Δυναμικό V_A σ' ένα σημείο Α ηλεκτρικού πεδίου, ονομάζεται το μονόμετρο φυσικό μέγεθος που ισούται με το πηλίκο, του έργου $W_{A\to\infty}$ της δύναμης του πεδίου κατά τη μεταφορά ενός φορτίου q από το Α στο ∞, προς το φορτίο αυτό. Δηλαδή:

$$\boxed{V_A = \frac{W_{A\to\infty}}{q}} \qquad (19)$$

Ορισμός της μονάδας μέτρησης του δυναμικού (1 V) στο S.I.

«Το δυναμικό σ' ένα σημείο ηλεκτρικού πεδίου είναι ίσο με 1 V αν, η δυναμική ενέργεια φορτίου 1C που θα βρεθεί σ' εκείνο το σημείο είναι ίση με 1 J.»

Υπολογισμός του δυναμικού σ' ένα σημείο Α ηλεκτροστατικού πεδίου που δημιουργείται από ένα ακίνητο σημειακό ηλεκτρικό φορτίο Q.

Έστω φορτίο Q δημιουργεί γύρω του ηλεκτρικό πεδίο και σ' ένα σημείο Α, που απέχει απόσταση r από το Q, φέρουμε ένα φορτίο q. Τότε, το δυναμικό V_A στο σημείο Α είναι, $V_A = \dfrac{U_A}{q}$, όπου $U_A = k\dfrac{Qq}{r}$ η δυναμική ενέργεια του q

Αντικαθιστώντας έχουμε, $V_A = \dfrac{k\dfrac{Qq}{r}}{q} \Rightarrow V_A = \dfrac{k\,Qq}{qr} \Rightarrow$

$$\boxed{V_A = k\frac{Q}{r}} \qquad (20)$$

Από τη σχέση (20) παρατηρούμε ότι το δυναμικό σ' ένα σημείο του ηλεκτρικού πεδίου, όπως και η ένταση, δεν εξαρτάται από την ύπαρξη υποθέματος σ' εκείνο το σημείο αλλά εξαρτάται από την πηγή του πεδίου και την απόσταση του σημείου από αυτή.

ΠΡΟΣΟΧΗ

Στις σχέσεις (18), (19), (20) για τον υπολογισμό του δυναμικού, τα φορτία τα αντικαθιστούμε με το πρόσημό τους.

Χρησιμοποιώντας τη σχέση $V = k\dfrac{Q}{r}$ συμπαιρένουμε τα εξής:

- Αν η πηγή του πεδίου Q είναι αρνητική ($Q < 0$) τότε είναι $V < 0$. Δηλαδή το δυναμικό σε όλα τα σημεία του πεδίου είναι **αρνητικό** και καθώς το **r αυξάνεται το V αυξάνεται** επίσης και γίνεται **ίσο με μηδέν στο άπειρο**.
- Αν η πηγή του πεδίου Q είναι θετική ($Q > 0$) τότε είναι $V > 0$. Δηλαδή το δυναμικό σε όλα τα σημεία του πεδίου είναι **θετικό** και καθώς το **r αυξάνεται το V μειώνεται** και γίνεται **ίσο με μηδέν στο άπειρο.**

Παρατηρούμε ότι η σχέση $V = k\dfrac{Q}{r}$ είναι της μορφής

$$\boxed{V = \frac{a}{r}},$$

όπου

$a = kQ$ = σταθερό > 0, αν $Q > 0$
$a = kQ$ = σταθερό < 0, αν $Q < 0$

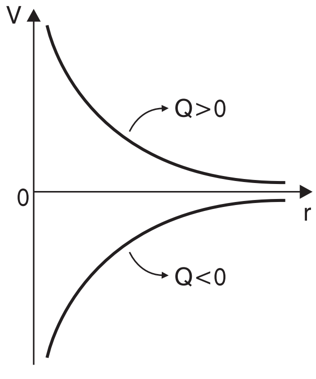
Επομένως η γραφική παράσταση του δυναμικού V σε σχέση με την απόσταση r θα είναι **υπερβολή,** όπως φαίνεται στο παρακάτω σχήμα.

$$V = k\frac{Q}{r}$$

Είναι στη μορφή $\psi = \dfrac{a}{x}$

με: $\psi \to V$
$x \to r$
$a \to kQ$

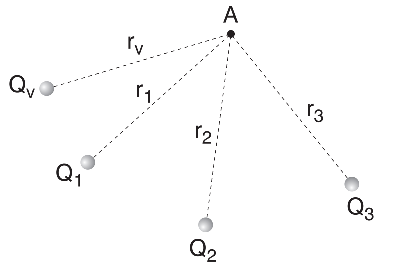
Η γραφική παράσταση είναι υπερβολή.



Σχήμα 11.

Υπολογισμός του δυναμικού V_A σ’ ένα σημείο Α ηλεκτροστατικού πεδίου που δημιουργείται από δύο ή περισσότερες πηγές Q_1, Q_2, Q_3 ..., $Q_ν$.

Έστω ένα ηλεκτρικό πεδίο δημιουργείται από τα ακίνητα σημειακά ηλεκτρικά φορτία Q_1, Q_2, Q_3 ..., $Q_ν$ και θέλουμε να υπολογίσουμε το δυναμικό V_A στο σημείο Α του πεδίου που απέχει από τα φορτία Q_1, Q_2, Q_3 ..., $Q_ν$ αποστάσεις r_1, r_2, r_3 ..., $r_ν$ αντίστοιχα.



Σχήμα 12.

Τα δυναμικά V_1, V_2, V_3 ..., $V_ν$ **στο σημείο Α** εξαιτίας των πηγών Q_1, Q_2, Q_3 ..., $Q_ν$ αντίστοιχα είναι:

$$V_1 = k\frac{Q_1}{r_1},\ V_2 = k\frac{Q_2}{r_2},\ V_3 = k\frac{Q_3}{r_3},\ ...,\ V_ν = k\frac{Q_ν}{r_ν},$$

«Το δυναμικό V_A στο σημείο Α θα ισούται με το αλγεβρικό άθροισμα των δυναμικών V_1, V_2, V_3 ..., $V_ν$ στο σημείο Α, εξαιτίας των πηγών Q_1, Q_2, Q_3 ..., $Q_ν$ αντίστοιχα.

$$\boxed{V_A = V_1 + V_2 + V_3 + ... + V_ν} \quad \textbf{(21) (Αρχή της επαλληλίας)»}$$

ΠΑΡΑΤΗΡΗΣΗ

*Συνοψίζοντας, μπορούμε να πούμε ότι, τα μεγέθη ένταση $\vec{E}$ και δυναμικό V αφού αναφέρονται στα διάφορα σημεία του πεδίου αποτελούν μεγέθη που **χαρακτηρίζουν** το πεδίο. Όπως θα δούμε παρακάτω, υπάρχει σχέση που συνδέει τα δύο μεγέθη. Αντίθετα, τα μεγέθη δύναμη $\vec{F}$ και ηλεκτρική δυναμική ενέργεια U αναφέρονται σε φορτία που βρίσκονται μέσα στο πεδίο και δεν χαρακτηρίζουν το πεδίο.*

Διαφορά δυναμικού (τάση)

Η διαφορά δυναμικού είναι μέγεθος που αναφέρεται σε δύο σημεία ενός ηλεκτρικού πεδίου και ορίζεται ως εξής:

«Διαφορά δυναμικού $V_{ΑΓ} = V_Α - V_Γ$ μεταξύ δύο σημείων Α και Γ ενός ηλεκτρικού πεδίου ονομάζεται το μονόμετρο φυσικό μέγεθος που ισούται με το πηλίκο, του έργου $W_{A\to\infty}$ της δύναμης του πεδίου κατά τη μεταφορά ενός φορτίου q από το σημείο Α στο σημείο Γ, προς το φορτίο αυτό. Δηλαδή:

$$\boxed{V_{ΑΓ} = V_Α - V_Γ = \frac{W_{A\to Γ}}{q}} \quad \textbf{(22)»}$$

Μονάδα μέτρησης της διαφοράς δυναμικού στο S.I. είναι το 1 Volt (1 V).
Επειδή, όπως αναφέρουμε στις συντηρητικές δυνάμεις, ισχύει $W_{A\to\Gamma} = U_A - U_\Gamma$, μπορούμε για τη διαφορά δυναμικού να δώσουμε και τον εξής **ισοδύναμο ορισμό:**

«Διαφορά δυναμικού $V_{A\Gamma} = V_A - V_\Gamma$ μεταξύ δύο σημείων Α και Γ ενός ηλεκτρικού πεδίου ονομάζεται το μονόμετρο φυσικό μέγεθος που ισούται με το πηλίκο της διαφοράς των δυναμικών ενεργειών $U_A - U_\Gamma$ ενός φορτίου q στα σημεία Α και Γ, προς το φορτίο αυτό. Δηλαδή:

$$\boxed{V_{A\Gamma} = V_A - V_\Gamma = \frac{U_A - U_\Gamma}{q}} \quad \textbf{(23)»}$$

ΠΑΡΑΤΗΡΗΣΗ

*Έστω φορτίο **q>0** αφήνεται ελεύθερο (χωρίς αρχική ταχύτητα) σ' ένα σημείο Α ηλεκτρικού πεδίου και κινείται προς ένα σημείο Γ **μόνο** υπό την επίδραση της δύναμης του πεδίου (αυθόρμητη κίνηση). Τότε, αφού προφανώς η δύναμη του πεδίου συνεισφέρει στην κίνηση του φορτίου q από το Α στο Γ, θα ισχύει $W_{A\to\Gamma} > 0$.*

Άρα:

$$V_{A\Gamma} = \frac{W_{A\to\Gamma}}{q} \xRightarrow[q>0]{W_{A\to\Gamma}>0} V_{A\Gamma} > 0 \Rightarrow V_A - V_\Gamma > 0 \Rightarrow \boxed{V_A > V_\Gamma}$$

Επίσης, αφού $W_{A\to\Gamma} > 0$ και $W_{A\to\Gamma} = U_A - U_\Gamma$ θα ισχύει $U_A - U_\Gamma > 0 \Rightarrow \boxed{U_A > U_\Gamma}$

Συμπέρασμα:

Όταν ένα θετικό φορτίο (q>0) αφήνεται μέσα σε ηλεκτρικό πεδίο και κινείται μόνο υπό την επίδραση της δύναμης του πεδίου, κινείται από σημεία μεγαλύτερου προς σημεία μικρότερου δυναμικού έτσι ώστε η **δυναμική του ενέργεια να μειώνεται.**

Αν ακολουθήσουμε την ίδια διαδικασία για φορτίο q < 0, τότε έχουμε $W_{A\to\Gamma} > 0$ και

$$V_{A\Gamma} = \frac{W_{A\to\Gamma}}{q} \xRightarrow[q<0]{W_{A\to\Gamma}>0} V_{A\Gamma} < 0 \Rightarrow V_A - V_\Gamma < 0 \Rightarrow \boxed{V_A < V_\Gamma}$$

ενώ θα ισχύει $W_{A\to\Gamma} > 0$ και άρα $U_A - U_\Gamma > 0 \Rightarrow \boxed{U_A > U_\Gamma}$

Συμπέρασμα:

Όταν ένα αρνητικό φορτίο (q<0) αφήνεται μέσα σε ηλεκτρικό πεδίο και κινείται μόνο υπό την επίδραση της δύναμης του πεδίου, κινείται από σημεία μικρότερου προς σημεία μεγαλύτερου δυναμικού έτσι ώστε η **δυναμική του ενέργεια να μειώνεται.**

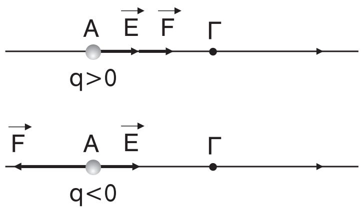
Ας υποθέσουμε ότι φορτίο q>0 μετακινείται με κάποιο τρόπο από ένα σημείο Α μιας δυναμικής γραμμής προς ένα σημείο Γ της ίδιας δυναμικής γραμμής ηλεκτρικού πεδίου στο οποίο η κατεύθυνση της έντασης του πεδίου είναι από το σημείο Α προς το σημείο Γ, όπως φαίνεται στο παρακάτω σχήμα. Αφού q>0 η δύναμη $\vec{F}$ του πεδίου είναι **ομόρροπη** της έντασης $\vec{E}$ και έχουμε:

$W_{Α\to Γ} > 0$ αφού η $\vec{F}$ συνεισφέρει στην μετακίνηση του q από το σημείο Α στο σημείο Γ.

Άρα,

$$V_{ΑΓ} = \frac{W_{Α\to Γ}}{q} \xRightarrow[q>0]{W_{Α\to Γ}>0} V_{ΑΓ} > 0 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow V_Α - V_Γ > 0 \Rightarrow \boxed{V_Α > V_Γ}$$



Σχήμα 13.

Αν από το σημείο Α προς το σημείο Γ μετακινείται φορτίο q<0 τότε η δύναμη $\vec{F}$ του πεδίου είναι αντίρροπη της έντασης $\vec{E}$ και έχουμε $W_{Α\to Γ} < 0$ αφού η $\vec{F}$ **αντιστέκεται** στην μετακίνηση του q από το σημείο Α στο σημείο Γ. Άρα

$$V_{ΑΓ} = \frac{W_{Α\to Γ}}{q} \xRightarrow[q<0]{W_{Α\to Γ}<0} V_{ΑΓ} > 0 \Rightarrow V_Α - V_Γ > 0 \Rightarrow V_Α > V_Γ$$

Συμπέρασμα:

Κατά μήκος μιας ηλεκτρικής δυναμικής γραμμής και κατά την κατεύθυνση της ένταση του πεδίου, το δυναμικό στα σημεία της δυναμικής γραμμής **μειώνεται.**

Χρήσιμες σχέσεις στην επίλυση των προβλημάτων

$$V_Α = \frac{U_Α}{q} \Rightarrow \boxed{U_Α = V_Α \cdot q} \quad (23)$$

$$V_Α = \frac{W_{Α\to\infty}}{q} \Rightarrow \boxed{W_{Α\to\infty} = V_Α \cdot q} \quad (24)$$

$$V_{ΑΓ} = V_Α - V_Γ = \frac{U_Α - U_Γ}{q} \Rightarrow \boxed{U_Α - U_Γ = (V_Α - V_Γ) \cdot q} \quad (25)$$

$$V_{ΑΓ} = V_Α - V_Γ = \frac{W_{Α\to Γ}}{q} \Rightarrow \boxed{W_{Α\to Γ} = (V_Α - V_Γ) \cdot q} \quad (26)$$

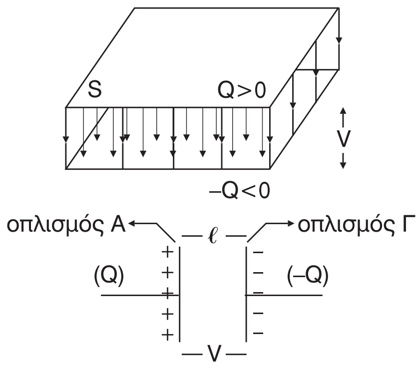
$$\boxed{W_{Α\to Γ} = U_Α - U_Γ} \quad (27)$$

3.15 ΠΥΚΝΩΤΕΣ

Ο πυκνωτής είναι μια διάταξη (συσκευή) που χρησιμεύει για την αποθήκευση ηλεκτρικού φορτίου και άρα ηλεκτρικής ενέργειας. Αποτελείται από δύο αγωγούς μεταξύ των οποίων παρεμβάλλεται αέρας ή κάποιο άλλο μονωτικό υλικό.

Επίπεδος πυκνωτής

Ο επίπεδος πυκνωτής, όπως έχουμε αναφέρει, αποτελείται από δύο παράλληλες όμοιες μεταλλικές πλάκες, φορτισμένες με αντίθετο ηλεκτρικό φορτίο που βρίσκονται σε μικρή απόσταση μεταξύ τους σε σχέση με τις διαστάσεις τους. Στον ενδιάμεσο χώρο μεταξύ των μεταλλικών πλακών (οπλισμοί του πυκνωτή) δημιουργείται ομογενές ηλεκτρικό πεδίο όπως φαίνεται στο διπλανό σχήμα.



Σχήμα 14.

Ως **φορτίο του πυκνωτή** ορίζεται το φορτίο **Q** του **θετικού οπλισμού.** Όλα τα σημεία του οπλισμού Α έχουν το ίδιο δυναμικό, έστω V_A, και του οπλισμού Γ έχουν δυναμικό, έστω $V_Γ$. Ως **διαφορά δυναμικού V** μεταξύ των οπλισμών του πυκνωτή ορίζεται η διαφορά δυναμικού μεταξύ του θετικού και του αρνητικού οπλισμού. Δηλαδή:

$$V = V_{ΑΓ} = V_Α - V_Γ$$

Το εμβαδό του κάθε οπλισμού είναι S και η απόσταση μεταξύ των οπλισμών είναι ℓ.

Χωρητικότητα πυκνωτή

Όπως αναφέραμε ο πυκνωτής χρησιμοποιείται ως αποθήκη ηλεκτρικού φορτίου. Το μέγεθος εκείνο που μας δείχνει πόσο φορτίο μπορεί να αποθηκεύσει ο πυκνωτής σε μια συγκεκριμένη διαφορά δυναμικού (τάση) είναι η χωρητικότητα και ορίζεται ως εξής:

«Χωρητικότητα C ενός πυκνωτή ονομάζεται το μονόμετρο φυσικό μέγεθος που ισούται με το πηλίκο, του ηλεκτρικού φορτίου Q του πυκνωτή, προς τη διαφορά δυναμικού V εταξύ των οπλισμών του. Δηλαδή:

$$\boxed{C = \frac{Q}{V}} \quad \textbf{(28)»}$$

Μονάδα χωρητικότητας στο S.I. είναι το 1 Farad (1 F). Όπως προκύπτει από τη σχέση (28)

$$\boxed{1\,F = \frac{1\,C}{V}}.$$

ΠΡΟΣΟΧΗ

Η χωρητικότητα ενός πυκνωτή δεν εξαρτάται ούτε από το φορτίο Q ούτε από την τάση V, αλλά από τα γεωμετρικά χαρακτηριστικά του και το μονωτικό υλικό (διηλεκτρικό) που παρεμβάλλεται μεταξύ των οπλισμών του.

Από τη σχέση (28) προκύπτει ότι

$$\boxed{Q = C \cdot V} \quad (29).$$

Δηλαδή το φορτίο είναι ανάλογο της τάσης του πυκνωτή. Όσο αυξάνεται η τάση τόσο ακριβώς αυξάνεται και το φορτίο. Μπορεί όμως η τάση V να γίνει όσο μεγάλη θέλουμε; Η απάντηση είναι όχι, υπάρχει κάποιο όριο το οποίο αν ξεπεράσουμε το μονωτικό υλικό γίνεται αγώγιμο (ξεσπάει ηλεκτρικός σπινθήρας) και ο πυκνωτής εκφορτίζεται.

Χωρητικότητα επίπεδου πυκνωτή

Όπως αναφέραμε η χωρητικότητα είναι ανεξάρτητη του φορτίου Q και της τάσης V του πυκνωτή. Για την περίπτωση **επίπεδου πυκνωτή** που μεταξύ των οπλισμών του υπάρχει κενό ή αέρας, ή χωρητικότητα του C είναι ανάλογη του εμβαδού S των οπλισμών του και αντιστρόφως ανάλογη της απόστασης ℓ μεταξύ των οπλισμών του. Δηλαδή

$$\boxed{C = \varepsilon_0 \frac{S}{\ell}} \quad (30) \quad \text{όπου } \varepsilon_0 = 8{,}85 \cdot 10^{-12}\,\frac{C^2}{N \cdot m^2}$$

η απόλυτη διηλεκτρική σταθερά του κενού ή του αέρα.

Αν όμως, μεταξύ των οπλισμών του πυκνωτή παρεμβάλλεται κάποιο άλλο μονωτικό υλικό με **σχετική διηλεκτρική σταθερά ε,** η χωρητικότητα C του πυκνωτή δίνεται από τη σχέση

$$\boxed{C = \varepsilon \cdot \varepsilon_0 \frac{S}{\ell}} \quad (31)$$

Ορισμός της μονάδας χωρητικότητας (1 F) στο S.I.

«Η χωρητικότητα ενός πυκνωτή είναι ίση με 1 F αν, καθώς η τάση μεταξύ των οπλισμών του είναι ίση με 1V το φορτίο του γίνεται ίσο με 1 C».

Το 1 F είναι μεγάλη μονάδα χωρητικότητας γι’ αυτό στην πράξη χρησιμοποιούνται οι υποδιαιρέσεις του:

$$1\ \text{mF} = 10^{-3}\ \text{F},\ 1\mu\text{F} = 10^{-6}\ \text{F},\ 1\ \text{nF} = 10^{-9}\ \text{F},\ 1\text{pF} = 10^{-12}\ \text{F}$$

Ενέργεια φορτισμένου πυκνωτή

Κάθε φορτισμένος πυκνωτής, εκτός από ηλεκτρικό φορτίο, αποθηκεύει και ηλεκτρική ενέργεια (ενέργεια ηλεκτρικού πεδίου) που εκφράζει την ενέργεια που δαπανάται για να φορτιστεί. Αποδεικνύεται ότι η ενέργεια U που είναι αποθηκευμένη στον πυκνωτή δίνεται από τη σχέση:

$$\boxed{U = \frac{1}{2}QV} \quad (32)$$

(ο υπολογισμός γίνεται από το εμβαδό στη γραφική παράσταση της σχέσης $V = \frac{1}{C}Q$).

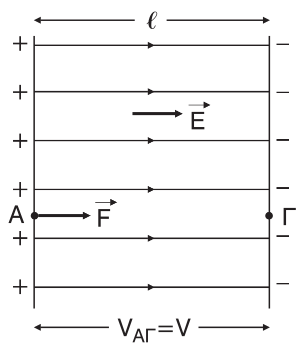
Αν στη σχέση (32) αντικαταστήσαμε όπου $Q = CV$ και $V = \frac{Q}{C}$ παίρνουμε επίσης:

$$\boxed{U = \frac{1}{2}CV^2} \quad (33) \quad \text{και} \quad \boxed{U = \frac{1}{2}\frac{Q^2}{C}} \quad (34)$$

Σχέση μεταξύ του μέτρου της έντασης και της διαφοράς δυναμικού σε ομογενές ηλεκτρικό πεδίο.

Έστω φορτισμένος επίπεδος πυκνωτής του οποίου οι οπλισμοί απέχουν απόσταση ℓ και η διαφορά δυναμικού μεταξύ των οπλισμών του είναι V, όπως φαίνεται στο σχήμα 15. Στο εσωτερικό του πυκνωτή δημιουργείται ομογενές ηλεκτρικό πεδίο έντασης $\vec{E}$. Σ’ ένα σημείο Α του θετικού οπλισμού αφήνεται **θετικό** φορτίο έστω q. Αυτό θα δεχτεί σταθερή δύναμη $\vec{F}$ μέτρου

$$\boxed{F = E \cdot q}$$



Σχήμα 15.

και θα μετατοπιστεί από το σημείο Α στο σημείο Γ του αρνητικού οπλισμού, διανύοντας απόσταση ίση με ℓ. Τότε για το έργο $W_{A\to\Gamma}$ της δύναμης $\vec{F}$ του πεδίου έχουμε:

$$\left.\begin{array}{l} W_{A\to\Gamma} = F \cdot \ell \\ \text{και } W_{A\to\Gamma} = V_{A\Gamma} \cdot q \end{array}\right| \Rightarrow F \cdot \ell = V_{A\Gamma} \cdot q \xrightarrow[V_{A\Gamma} = V]{F = E \cdot q} E \cdot q\ell = V \cdot q \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \boxed{E = \frac{V}{\ell}} \quad (35)$$

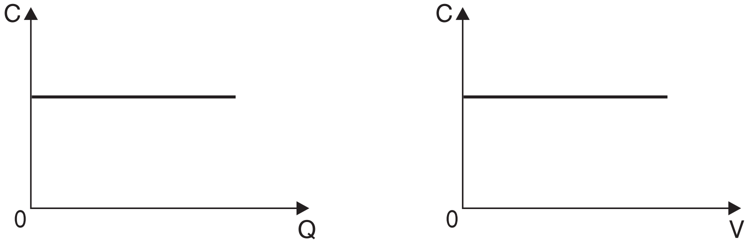
Από τη σχέση (35) προκύπτει και μία δεύτερη μονάδα μέτρησης στο S.I., το $1\ \frac{V}{m}$. Ισχύει βέβαια $1\ \frac{V}{m} = 1\ \frac{N}{C}$.

Γραφικές παραστάσεις

Από την εξίσωση ορισμού της χωρητικότητας έχουμε

$$\boxed{C = \frac{Q}{V} = \text{σταθερό}}$$

αφού η χωρητικότητα δεν εξαρτάται από το φορτίο και την τάση. Έτσι έχουμε τις παρακάτω γραφικές παραστάσεις της χωρητικότητας C σε συνάρτηση με το φορτίο Q και την τάση V



Σχήμα 16.

Από τη σχέση της χωρητικότητας για επίπεδο πυκνωτή αέρα έχουμε:

$$\boxed{C = \varepsilon_0 \frac{S}{\ell}}$$

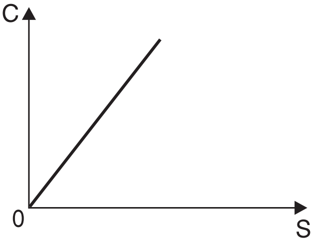
Για ℓ = σταθερό και S να μεταβάλλεται έχουμε:

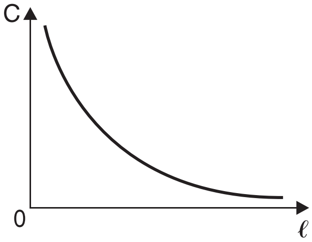
$$C = \frac{\varepsilon_0}{\ell} \cdot S \Rightarrow \boxed{C = \alpha \cdot S}, \quad \text{όπου } \alpha = \frac{\varepsilon_0}{\ell} = \text{σταθ.} > 0$$

Για S = σταθερό και ℓ να μεταβάλλεται έχουμε:

$$C = \frac{\varepsilon_0 \cdot S}{\ell} \Rightarrow \boxed{C = \frac{\alpha}{\ell}} \quad \text{όπου } \alpha = \varepsilon_0 \cdot S = \text{σταθ.} > 0$$

Έτσι έχουμε τις παρακάτω γραφικές παραστάσεις $C = f(S)$ και $C = f(\ell)$





$C = \frac{\varepsilon_0}{\ell} \cdot S$. Είναι στη μορφή

$\psi = \alpha \cdot x$ με: $\psi \to C$

$x \to S$

$\alpha \to \frac{\varepsilon_0}{\ell}$

$C = \frac{\varepsilon_0 \cdot S}{\ell}$. Είναι στη μορφή

$\psi = \frac{\alpha}{x}$ με: $\psi \to C$

$x \to \ell$

$\alpha \to \varepsilon_0 S$

Σχήμα 17.

Αν μεταξύ των οπλισμών του επίπεδου πυκνωτή παρεμβάλλεται διηλεκτρικό με σχετική διηλεκτρική σταθερά ε τότε η σχέση για τη χωρητικότητα είναι

$$\boxed{\mathbf{C = \varepsilon \cdot \varepsilon_0 \frac{S}{\ell}}}$$

Για S, ℓ = σταθερό και ε να μεταβάλλεται έχουμε:

$$C = \frac{\varepsilon_0 S}{\ell} \cdot \varepsilon \Rightarrow \boxed{\mathbf{C = \alpha \cdot \varepsilon}}, \text{ όπου } \alpha = \frac{\varepsilon_0 S}{\ell} = \text{σταθ.} > 0.$$

Έτσι έχουμε την παρακάτω γραφική παράσταση $C = f(\varepsilon)$

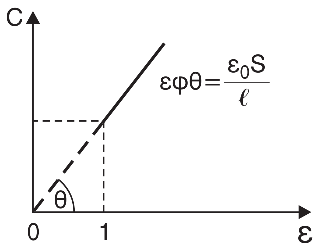
$C = \frac{\varepsilon_0 S}{\ell} \cdot \varepsilon$. Είναι στη μορφή

$\psi = \alpha \cdot x$

με: $\psi \to c$

$x \to \varepsilon$

$\alpha \to \frac{\varepsilon_0 S}{\ell}$



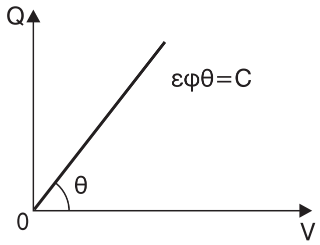
Σχήμα 18.

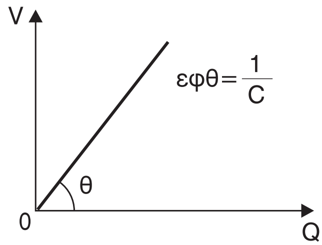
Από τη σχέση $C = \dfrac{Q}{V}$ προκύπτει $\boxed{\mathbf{Q = C \cdot V}}$ και $\boxed{\mathbf{V = \dfrac{1}{C} Q}}$

$$Q = CV \Rightarrow \boxed{\mathbf{Q = \alpha \cdot V}}, \text{ όπου } \alpha = C = \text{σταθερό} > 0$$

$$V = \frac{1}{C} Q \Rightarrow V = \alpha \cdot Q, \text{ όπου } \alpha = \frac{1}{C} = \text{σταθερό} > 0.$$

Έτσι έχουμε τις παρακάτω γραφικές παραστάσεις $Q = f(V)$ και $V = f(Q)$





$Q = C \cdot V$. Είναι στη μορφή

$\psi = \alpha \cdot x$ με $\psi \rightarrow Q$

$x \rightarrow V$

$\alpha \rightarrow C$

$V = \dfrac{1}{C} Q$. Είναι στη μορφή

$\psi = \alpha \cdot x$ με $\psi \rightarrow V$

$x \rightarrow Q$

$\alpha \rightarrow \dfrac{1}{C}$

Σχήμα 19.

ΕΡΩΤΗΣΕΙΣ ΑΝΟΙΚΤΟΥ – ΚΛΕΙΣΤΟΥ ΤΥΠΟΥ

ΕΡΩΤΗΣΕΙΣ ΠΟΛΛΑΠΛΗΣ ΕΠΙΛΟΓΗΣ

Βάλτε σε κύκλο το γράμμα με τη σωστή απάντηση:

1. ***Ο νόμος του Coulomb:***

α. αναφέρεται μόνο σε θετικά φορτία

β. μπορεί να εφαρμοστεί για τον υπολογισμό της δύναμης μεταξύ πυρήνα και ηλεκτρονίου στο άτομο του υδρογόνου

γ. ταυτίζεται με το νόμο παγκόσμιας έλξης

δ. περιγράφει τη δύναμη μεταξύ δύο σημειακών μαζών

2. ***Η ηλεκτρική σταθερά k:***

α. είναι καθαρός αριθμός αριθμός

β. εξαρτάται μόνο από το υλικό που παρεμβάλλεται μεταξύ των φορτίων

γ. δεν εξαρτάται από το υλικό που παρεμβάλλεται μεταξύ των φορτίων

δ. μετριέται σε $N \cdot m^2/C^2$ στο S.I.

3. ***Αν δύο φορτία που βρίσκονται αρχικά στον αέρα τα τοποθετήσουμε, στην ίδια μεταξύ τους απόσταση, μέσα στο νερό, τότε η μεταξύ τους δύναμη:***

α. θα αυξηθεί

β. θα ελαττωθεί

γ. θα παραμείνει η ίδια

δ. δεν γνωρίζουμε αν θα μεταβληθεί.

4. ***Δύο θετικά φορτία που βρίσκονται σε απόσταση r μεταξύ τους, απωθούνται με δύναμη μέτρου F. Αν διπλασιάσουμε το ένα φορτίο και κάνουμε την απόσταση r/2 τότε τα φορτία απωθούνται με δύναμη μέτρου:***

α. 2F β. 8F γ. F δ. $\frac{F}{4}$

5. ***Η δύναμη Coulomb που αναπτύσσεται ανάμεσα σε δύο φορτία:***

α. είναι πάντα απωστική

β. είναι πάντα ελκτική

γ. ακολουθεί το νόμο του αντιστρόφου τετραγώνου

δ. δεν εξαρτάται από το υλικό που παρεμβάλλεται μεταξύ των δύο φορτίων.

6. ***Αν στα σημεία Α, Β, Γ μιας ευθείας με ΑΒ = ΒΓ = r, τοποθετήσουμε τα θετικά φορτία q_1, q_2, q_3 αντίστοιχα, τότε το μέτρο της δύναμης που δέχεται το q_2 από το q_1 είναι ίσο με:***

α. $k\,\dfrac{q_1q_2}{r^2}$ β. $k\,\dfrac{q_1q_2}{r^2} + k\,\dfrac{q_3q_2}{r^2}$

γ. μηδέν δ. $k\,\dfrac{q_1q_3}{r^2}$

7. ***Η δύναμη Coulomb που αναπτύσσεται μεταξύ δύο φορτίων:***

α. έχει διεύθυνση μια οποιαδήποτε ευθεία

β. είναι κεντρική, δηλαδή έχει διεύθυνση την ευθεία που ορίζεται από τα δύο φορτία

γ. έχει μέτρο που είναι άλλες φορές θετικό και άλλες αρνητικό

δ. είναι ελκτική όταν τα φορτία είναι ομόσημα.

8. ***Η δύναμη που ασκεί φορτίο q_1 σε ένα φορτίο $q_2 = 2q_1$:***

α. είναι ίση με τη δύναμη που ασκεί το q_2 στο q_1

β. είναι αντίθετη της δύναμης που ασκεί το q_2 στο q_1

γ. έχει μέτρο που είναι διπλάσιο του μέτρου της δύναμης που ασκεί το q_2 στο q_1.

δ. έχει μέτρο που είναι το μισό του μέτρου της δύναμης που ασκεί το q_2 στο q_1

9. ***Η δύναμη που δέχεται ένα φορτίο q από δύο φορτία q_1 και q_2:***

α. είναι ίση με τη συνισταμένη των δύο δυνάμεων που δέχεται από κάθε φορτίο

β. έχει μέτρο που ισούται πάντα με το άθροισμα των μέτρων των δύο δυνάμεων που δέχεται από κάθε φορτίο

γ. είναι πάντα παράλληλη στην ευθεία που ενώνει τα φορτία q_1, q_2

δ. είναι πάντα κάθετη στην ευθεία που ενώνει τα φορτία q_1, q_2

10. ***Η ένταση σ' ένα σημείο ηλεκτρικού πεδίου:***

α. είναι μέγεθος μονόμετρο

β. εξαρτάται από το υπόθεμα που τυχόν βρίσκεται σ' έκείνο το σημείο

γ. εκφράζει το πόσο ισχυρό είναι το πεδίο σ' εκείνο το σημείο

δ. ακολουθεί πάντα το νόμο του αντιστρόφου τετραγώνου.

11. ***Σε ηλεκτρικό πεδίο που δημιουργείται από δύο ετερόσημα φορτία:***

α. υπάρχει μόνο ένα σημείο στο οποίο η ένταση είναι ίση με μηδέν

β. υπάρχουν δύο σημεία στα οποία η ένταση είναι ίση με μηδέν

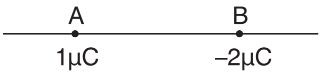
γ. δεν υπάρχει κανένα σημείο στο οποίο η ένταση είναι ίση με μηδέν

δ. δεν υπάρχει κανένα σημείο στο οποίο η ένταση είναι ίση με μηδέν, αν τα φορτία είναι αντίθετα

12. ***Κάθε ηλεκτρικό πεδίο που παράγεται από ένα ή περισσότερα ακίνητα σημειακά ηλεκτρικά φορτία***

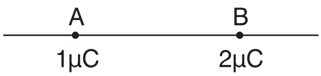
α. είναι χρονικά μεταβαλλόμενο
β. είναι σταθερό σε κάθε σημείο ξεχωριστά
γ. είναι σταθερό σε όλα τα σημεία (ομογενές)
δ. εκτείνεται θεωρητικά έως μερικά μέτρα.

13. ***Για το ηλεκτρικό πεδίο του σχήματος ισχύει:***



α. η ένταση του πεδίου είναι μηδέν σ’ ένα σημείο της ευθείας ΑΒ που βρίσκεται αριστερά του Α
β. η ένταση του πεδίου είναι μηδέν σ’ ένα σημείο της ευθείας ΑΒ που βρίσκεται δεξιά του Β
γ. η ένταση του πεδίου είναι μηδέν σ’ ένα σημείο της ευθείας ΑΒ που βρίσκεται μεταξύ των Α και Β
δ. η ένταση του πεδίου είναι μηδέν στο μέσο του ευθύγραμμου τμήματος ΑΒ.

14. ***Για το ηλεκτρικό πεδίο του σχήματος ισχύει:***



α. η ένταση του πεδίου είναι μηδέν σ’ ένα σημείο της ευθείας ΑΒ που βρίσκεται αριστερά του Α
β. η ένταση του πεδίου είναι μηδέν σ’ ένα σημείο της ευθείας ΑΒ που βρίσκεται δεξιά του Β
γ. η ένταση του πεδίου είναι μηδέν σ’ ένα σημείο της ευθείας ΑΒ που βρίσκεται μεταξύ των Α και Β
δ. η ένταση του πεδίου δεν είναι μηδέν σε κανένα σημείο.

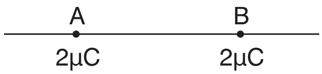
15. ***Για το ηλεκτρικό πεδίο του σχήματος ισχύει:***

α. η ένταση του πεδίου είναι μηδέν σ’ ένα σημείο της ευθείας ΑΒ που βρίσκεται αριστερά του Α
β. η ένταση του πεδίου είναι μηδέν σ’ ένα σημείο της ευθείας ΑΒ που βρίσκεται δεξιά του Β

γ. η ένταση του πεδίου είναι μηδέν σ' ένα σημείο της ευθείας ΑΒ που βρίσκεται μεταξύ των Α και Β

δ. η ένταση του πεδίου δεν είναι μηδέν σε κανένα σημείο.

16. ***Για το ηλεκτρικό πεδίο του σχήματος ισχύει:***



α. η ένταση του πεδίου είναι μηδέν σ' ένα σημείο της ευθείας ΑΒ που βρίσκεται αριστερά του Α

β. η ένταση του πεδίου είναι μηδέν σ' ένα σημείο της ευθείας ΑΒ που βρίσκεται δεξιά του Β

γ. η ένταση του πεδίου είναι μηδέν στο μέσο του ευθύγραμμου τμήματος ΑΒ

δ. η ένταση του πεδίου δεν είναι μηδέν σε κανένα σημείο.

17. ***Έστω ηλεκτρικό πεδίο δημιουργείται από ένα ακίνητο σημειακό ηλεκτρικό φορτίο Q. Τότε:***

α. στα σημεία του πεδίου που ισαπέχουν από το Q, η ένταση του πεδίου έχει την ίδια τιμή

β. το πεδίο είναι ομογενές

γ. οι δυναμικές γραμμές του πεδίου είναι καμπύλες

δ. οι δυναμικές γραμμές του πεδίου είναι παράλληλες.

18. ***Οι ηλεκτρικές δυναμικές γραμμές:***

α. είναι πάντα ευθείες

β. είναι πάντα καμπύλες

γ. έχουν τη φορά της έντασης

δ. είναι πραγματικές και όχι νοητές γραμμές

19. ***Σ' ένα ομογενές ηλεκτρικό πεδίο:***

α. οι δυναμικές γραμμές είναι παράλληλες αλλά όχι ισαπέχουσες

β. η δύναμη που δέχεται ένα φορτίο που θα βρεθεί μέσα στο πεδίο, δίνεται από το νόμο του Coulomb

γ. η πυκνότητα των δυναμικών γραμμών είναι παντού η ίδια

δ. η φορά των δυναμικών γραμμών είναι αντίθετη από τη φορά της έντασης.

20. ***Η κίνηση που κάνει ένα φορτίο q που αφήνεται ελεύθερο μέσα σε ομογενές ηλεκτρικό πεδίο είναι:***

α. ευθύγραμμη ομαλή

β. ευθύγραμμη ομαλά επιταχυνόμενη

γ. ευθύγραμμη επιταχυνόμενη με μεταβλητή επιτάχυνση

δ. καμπυλόγραμμη με σταθερή επιτάχυνση

21. ***Η δυναμική ενέργεια ενός συστήματος δύο φορτίων:***
α. είναι πάντα θετική
β. είναι πάντα αρνητική
γ. αυξάνεται αν τα φορτία απομακρύνονται
δ. ισούται με τη δυναμική ενέργεια του ενός από τα δύο φορτία.

22. ***Η δυναμική ενέργεια ενός συστήματος δύο ετερόσημων φορτίων:***
α. μειώνεται όταν μικραίνει η μεταξύ τους απόσταση
β. μειώνεται όταν μεγαλώνει η μεταξύ τους απόσταση
γ. είναι θετικός αριθμός
δ. ισούται με το άθροισμα των δυναμικών ενεργειών των δύο φορτίων.

23. ***Η δυναμική ενέργεια ενός φορτίου q που βρίσκεται σ' ένα σημείο Α ηλεκτρικού πεδίου:***
α. ισούται με το έργο της δύναμης του πεδίου κατά τη μεταφορά του φορτίου q από το άπειρο στο Α
β. ισούται με το έργο της δύναμης του πεδίου κατά τη μεταφορά του φορτίου q από το Α στο άπειρο.
γ. ισούται με το έργο της δύναμης του πεδίου κατά τη μεταφορά του φορτίου q από το άπειρο στο Α, με την προϋπόθεση η τροχιά του q από το άπειρο στο Α να είναι ευθύγραμμη
δ. είναι διανυσματικό μέγεθος και μετριέται σε Joule στο S.I.

24. ***Η δυναμική ενέργεια ορίζεται***
α. μόνο σε πεδία συντηρητικών δυνάμεων
β. μόνο σε πεδία μη συντηρητικών δυνάμεων
γ. σε οποιοδήποτε πεδίο δυνάμεων
δ. μόνο σε ηλεκτρικό πεδίο

25. ***Το δυναμικό ορίζεται***
α. μόνο σε πεδία συντηρητικών δυνάμεων
β. μόνο σε πεδία μη συντηρητικών δυνάμεων
γ. σε οποιοδήποτε πεδίο δυνάμεων
δ. μόνο σε ηλεκτρικό πεδίο

26. ***Το δυναμικό σ' ένα σημείο ηλεκτρικού πεδίου***
α. μετριέται σε Joule στο S.I.
β. εξαρτάται από το υπόθεμα που τυχόν βρίσκεται στο σημείο εκείνο
γ. είναι πάντα θετικό
δ. είναι μονόμετρο μέγεθος και μετριέται σε Volt.

27. ***Αν η διαφορά δυναμικού V_{AB} μεταξύ δύο σημείων ηλεκτρικού πεδίου είναι ίση με –20 V και $V_A = 4$ V τότε:***

α. $V_B = -16$ V β. $V_B = -24$ V
γ. $V_B = 16$ V δ. $V_B = 24$ V

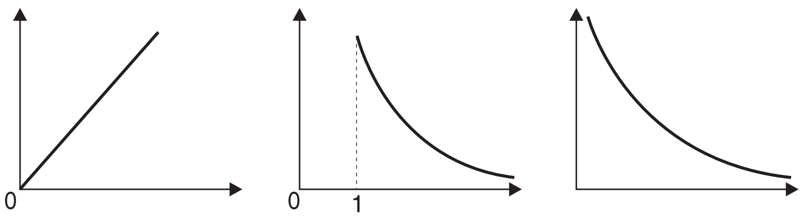
28. ***Φορτίο q κινείται αυθόρμητα από σημείο Α ηλεκτρικού πεδίου με $V_A = -3$ V σε σημείο Β του πεδίου με $V_B = -8$ V. Τότε:***

α. το φορτίο q είναι αρνητικό
β. το φορτίο q είναι θετικό
γ. δεν μπορούμε να γνωρίζουμε το πρόσημο του φορτίου q
δ. το φορτίο q μπορεί να είναι θετικό αλλά μπορεί να είναι και αρνητικό.

29. ***Το έργο $W_{A\to\Gamma}$ της δύναμης ηλεκτρικού πεδίου κατά τη μετακίνηση ενός φορτίου q μεταξύ δύο σημείων Α και Γ του πεδίου:***

α. είναι πάντα θετικό
β. είναι πάντα αρνητικό
γ. εξαρτάται από τη διαδρομή που ακολουθούμε για να πάμε από το Α στο Γ
δ. είναι πάντα το ίδιο και ανεξάρτητο της διαδρομής που ακολουθούμε για να πάμε από το Α στο Γ

30. ***Δίνονται τα παρακάτω διαγράμματα:***

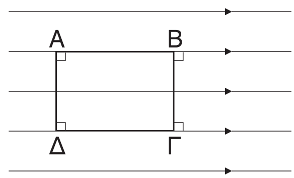


(Α) (Β) (Γ)

α. Το διάγραμμα (Α) μπορεί να αντιστοιχεί στη γραφική παράσταση του μέτρου της δύναμης Coulomb σε συνάρτηση με την απόσταση r μεταξύ των φορτίων.
β. Το διάγραμμα (Β) μπορεί να αντιστοιχεί στη γραφική παράσταση του μέτρου της έντασης ομογενούς ηλεκτρικού πεδίου σε συνάρτηση με το δυναμικό των σημείων του πεδίου
γ. Το διάγραμμα (Β) μπορεί να αντιστοιχεί στη γραφική παράσταση του μέτρου της ηλεκτρικής σταθεράς σε συνάρτηση με τη σχετική διηλεκτρική σταθερά ε.
δ. Το διάγραμμα (Γ) μπορεί να αντιστοιχεί στη γραφική παράσταση του δυ-

ναμικού σε ηλεκτρικό πεδίο που δημιουργείται από αρνητική πηγή, σε συνάρτηση με την απόσταση r από αυτή.

31. ***Στο ομογενές ηλεκτρικό πεδίο του σχήματος δίνονται ότι: $V_A = 20$ V και $V_B = 8$ V.***



Τότε ισχύει:

α. $V_A - V_\Gamma = 12$ V

β. $V_A - V_\Delta = 12$ V

γ. $V_A - V_\Gamma = 0$ V

δ. $V_B - V_\Gamma = 12$ V

32. ***Τα σημεία Α και Β βρίσκονται πάνω σε μία ευθεία ηλεκτρική δυναμική γραμμή ομογενούς πεδίου όπως φαίνεται στο σχήμα, με $V_A = -8$ V και $V_B = 4$ V. Τότε:***

α. η φορά της δυναμικής γραμμής είναι από το Β προς το Α

β. η φορά της έντασης του πεδίου είναι από το Α προς το Β

γ. το δυναμικό στο μέσο του ευθυγράμμου τμήματος ΑΒ είναι ίσο με 5 V

δ. το δυναμικό στο μέσο του ευθυγράμμου τμήματος ΑΒ είναι ίσο με –9 V.

33. ***Τα σημεία Κ και Λ βρίσκονται πάνω σε μία ευθεία ηλεκτρική δυναμική γραμμή ομογενούς πεδίου όπως φαίνεται στο σχήμα, με $V_K = 2$ V και $V_\Lambda = 22$ V. Τότε:***

α. το δυναμικό του μέσου Μ του ευθυγράμμου τμήματος ΚΛ είναι $V_M = 12$ V

β. το δυναμικό του μέσου Μ του ευθυγράμμου τμήματος ΚΛ είναι $V_M = -12$ V

γ. ένα θετικό φορτίο που θα αφεθεί στο Μ, θα κινηθεί προς το Λ

δ. η φορά της έντασης του πεδίου είναι από το Κ προς το Λ.

34. ***Αν η διαφορά δυναμικού $V_{A\Gamma}$ μεταξύ δύο σημείων Α και Γ ηλεκτρικού πεδίου είναι ίση με –14 V, τότε, το έργο $W_{A\to\Gamma}$ της δύναμης του πεδίου κατά τη μεταφορά φορτίου q = 1 C από το Α στο Γ είναι:***

α. $W_{A\to\Gamma} = -14$ J

β. $W_{A\to\Gamma} = 14$ J

γ. $W_{A \to \Gamma} = 14$ J μόνο αν το φορτίο q αφήνεται ελεύθερο στο Α (χωρίς αρχική ταχύτητα)

δ. $W_{A \to \Gamma} = -14$ J μόνο αν το φορτίο q αφήνεται ελεύθερο στο Γ (χωρίς αρχική ταχύτητα)

35. ***Το δυναμικό του ηλεκτρικού πεδίου στο μέσο της απόστασης r μεταξύ δύο ίσων φορτίων q το καθένα, είναι:***

α. μηδέν, αν τα φορτία είναι θετικά

β. μηδέν, αν τα φορτία είναι αρνητικά

γ. $4k\dfrac{q}{r}$, μόνο αν τα φορτία είναι θετικά

δ. $4k\dfrac{q}{r}$

όπου k, ηλεκτρική σταθερά.

36. ***Ο πυκνωτής είναι μια διάταξη***

α. που μπορεί να αποθηκεύσει ηλεκτρικό φορτίο αλλά όχι ενέργεια

β. που μπορεί να αποθηκεύσει ενέργεια αλλά όχι ηλεκτρικό φορτίο

γ. που αποτελείται από έναν αγωγό

δ. που δεν είναι τίποτα από τα παραπάνω.

37. ***Η χωρητικότητα ενός πυκνωτή:***

α. είναι μέγεθος μονόμετρο

β. εξαρτάται από το φορτίο του πυκνωτή

γ. εξαρτάται από την τάση του πυκνωτή

δ. μετριέται σε C (Coulomb) στο S.I.

38. ***Αν, διατηρώντας την τάση V ενός επίπεδου πυκνωτή σταθερή, διπλασιάσουμε την απόσταση ℓ μεταξύ των οπλισμών τότε:***

α. το φορτίο του πυκνωτή υποδιπλασιάζεται

β. η ένταση του ηλεκτρικού πεδίου διπλασιάζεται

γ. η ενέργεια του ηλεκτρικού πεδίου διπλασιάζεται

δ. η χωρητικότητα του πυκνωτή παραμένει σταθερή.

39. ***Επίπεδος πυκνωτής με διηλεκτρικό (ε = 8) έχει χωρητικότητα C. Διατηρώντας την τάση V σταθερή, υποδιπλασιάζουμε την απόσταση ℓ μεταξύ των οπλισμών, αφαιρώντας ταυτόχρονα το διηλεκτρικό. Τότε:***

α. η χωρητικότητα του πυκνωτή γίνεται 4C

β το φορτίο του πυκνωτή υποτετραπλασιάζεται

γ. το φορτίο του πυκνωτή υποδιπλασιάζεται

δ. η ένταση του ηλεκτρικού πεδίου παραμένει σταθερή.

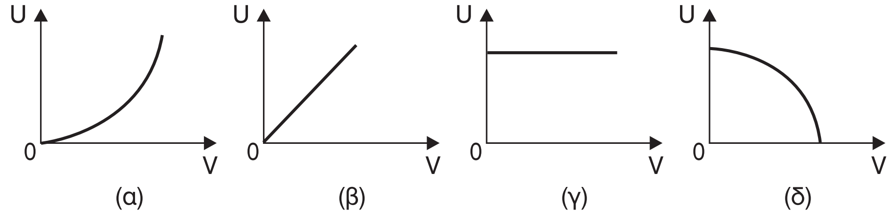
40. ***Αν διατηρώντας το φορτίο Q ενός επίπεδου πυκνωτή σταθερό, προσθέσουμε κάποιο μονωτή (ε = 5) τότε:***
α. η χωρητικότητα του πυκνωτή θα διπλασιαστεί
β. η τάση του πυκνωτή θα μειωθεί
γ. η τάση του πυκνωτή θα αυξηθεί
δ. η χωρητικότηταα του πυκνωτή θα υποδιπλασιαστεί.

41. ***Διατηρώντας σταθερό το φορτίο Q ενός επίπεδου πυκνωτή τριπλασιάζουμε την απόσταση ℓ μεταξύ των οπλισμών του. Τότε:***
α. η τάση του πυκνωτή τριπλασιάζεται
β. η τάση του πυκνωτή υποτριπλασιάζεται
γ. η τάση του πυκνωτή παραμένει σταθερή
δ. δεν συμβαίνει τίποτε από τα παραπάνω.

42. ***Στη σχέση $E = \dfrac{|V_A - V_\Gamma|}{\ell}$ που μας δίνει το μέτρο Ε της έντασης ομογενούς ηλεκτρικού πεδίου σε σχέση με την διαφορά δυναμικού $V_A - V_\Gamma$ μεταξύ δύο σημείων Α και Γ του πεδίου, η απόσταση ℓ είναι:***
α. το μήκος του ευθυγράμμου τμήματος ΑΓ
β. το μήκος της προβολής του ευθυγράμμου τμήματος ΑΓ πάνω στη διεύθυνση των δυναμικών γραμμών
γ. το μήκος της προβολής του ευθυγράμμου τμήματος ΑΓ πάνω σε διεύθυνση κάθετη στις δυναμικές γραμμές
δ. το μήκος των δυναμικών γραμμών του πεδίου.

43. ***Η ενέργεια που αποθηκεύεται σ' έναν πυκνωτή:***
α. είναι ίση με μηδέν αν ο πυκνωτής είναι αφόρτιστος
β. είναι ίση με $\frac{1}{2}QV^2$, όπου Q το φορτίο και V η τάση του πυκνωτή
γ. είναι ίση με $\frac{1}{2}CV$, όπου C η χωρητικότητα και V η τάση του πυκνωτή
δ. είναι μεγαλύτερη από την ενέργεια που δαπανήσαμε για τη φόρτισή του.

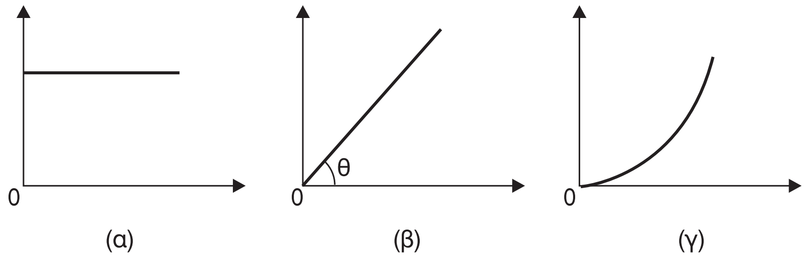
44. ***Δίνονται τα παρακάτω διαγράμματα:***



Το διάγραμμα της ενέργειας U του πυκνωτή σε συνάρτηση με την τάση V, είναι το διάγραμμα:

α. (α) β. (β) γ. (γ) δ. (δ)

45. ***Δίνονται τα παρακάτω διαγράμματα:***



α. το διάγραμμα (α) μπορεί να αντιστοιχεί στη γραφική παράσταση του φορτίου Q σε σχέση με την τάση V ενός πυκνωτή

β. το διάγραμμα (β) μπορεί να αντιστοιχεί στη γραφική παράσταση της χωρητικότητας C σε σχέση με την απόσταση ℓ μεταξύ των οπλισμών ενός επίπεδου πυκνωτή

γ. το διάγραμμα (β) μπορεί να αντιστοιχεί στη γραφική παράσταση της τάσης V σε σχέση με το φορτίο Q ενός πυκνωτή και ισχύει εφθ $= \frac{1}{C}$, όπου C η χωρητικότητα του πυκνωτή

δ. το διάγραμμα (β) μπορεί να αντιστοιχεί στη γραφική παράσταση της χωρητικότητας C σε σχέση με το φορτίο Q ενός πυκνωτή.

46. ***Η χωρητικότητα ενός επίπεδου αφόρτιστου πυκνωτή:***

α. είναι ίση με μηδέν

β. είναι σταθερή και διάφορη του μηδενός

γ. δίνεται από τη σχέση $C = \varepsilon\varepsilon_0 \frac{\ell}{S}$

δ. δίνεται από τη σχέση $C = \varepsilon_0 \frac{\ell}{S}$

ΕΡΩΤΗΣΕΙΣ ΤΟΥ ΤΥΠΟΥ ΣΩΣΤΟ–ΛΑΘΟΣ

Χαρακτηρίστε με Σ τις παρακάτω προτάσεις, αν είναι σωστές, και με Λ, αν είναι λανθασμένες.

1. α. Η σχέση $F = k \frac{|q_1 q_2|}{r}$ αποτελεί τη μαθηματική έκφραση του νόμου του Coulomb Σ Λ β. Ο νόμος του Coulomb αναφέρεται στη δύναμη που αναπτύσσεται μόνο μεταξύ δύο ομόσημων (ομώνυμων) φορτίων Σ Λ

γ. Ο νόμος της παγκόσμιας έλξης αναφέρεται στη δύναμη που αναπτύσσεται μεταξύ δύο σημειακών μαζών. Σ Λ

δ. Ο νόμος της παγκόσμιας έλξης διατυπώθηκε από τον Coulomb. Σ Λ

2. α. Η δύναμη Coulomb είναι κεντρική ενώ η δύναμη παγκόσμιας έλξης όχι Σ Λ

β. Η σχετική διηλεκτρική σταθερά του νερού είναι $\varepsilon = 81$. Επομένως, αν μεταξύ δύο φορτίων, που αρχικά βρίσκονταν στο κενό, παρεμβάλλουμε νερό, η δύναμη Coulomb θα γίνει 81 φορές μεγαλύτερη. Σ Λ

γ. Το μέτρο της δύναμης Coulomb μεταξύ δύο φορτίων παραμένει σταθερό αν διπλασιάσουμε το κάθε φορτίο διπλασιάζοντας ταυτόχρονα της μεταξύ τους απόσταση. Σ Λ

δ. Η δύναμη Coulomb στο S.I. μετριέται σε Joule. Σ Λ

3. α. Η δύναμη Coulomb όπως και η ένταση ηλεκτρικού πεδίου είναι μονόμετρο μέγεθος. Σ Λ

β. Η ένταση σ’ ένα συγκεκριμένο σημείο ενός ηλεκτρικού πεδίου, που παράγεται από μία πηγή, είναι σταθερή. Σ Λ

γ. Αν σ’ ένα ηλεκτρικό πεδίο υπάρχουν δύο σημεία στα οποία η ένταση $\vec{E}$ του πεδίου είναι η ίδια και διαφορετική του μηδενός, τότε το πεδίο είναι σίγουρα ομογενές. Σ Λ

δ. Η ένταση ενός ηλεκτρικού πεδίου είναι κάθετη στις δυναμικές γραμμές του. Σ Λ

4. α. Οι δυναμικές γραμμές ενός ηλεκτρικού πεδίου είναι κλειστές. Σ Λ

β. Η πυκνότητα των δυναμικών γραμμών μας δείχνει αν το πεδίο παράγεται από θετικά ή αρνητικά φορτία. Σ Λ

γ. Ομογενές πεδίο παράγεται μόνο μεταξύ δύο παράλληλων όμοιων μεταλλικών πλακών που είναι φορτισμένες με αντίθετο φορτίο. Σ Λ

δ. Ομογενές λέγεται το πεδίο του οποίου οι δυναμικές γραμμές είναι παράλληλες. Σ Λ

5. α. Αν η ένταση σ’ ένα σημείο ηλεκτρικού πεδίου είναι ίση με μηδέν τότε και το δυναμικό σ’ εκείνο το σημείο είναι επίσης μηδέν. Σ Λ β. Η ένταση και το δυναμικό είναι μεγέθη που περιγράφουν ένα πεδίο. Σ Λ

γ. Ισοδυναμικές λέγονται οι επιφάνειες που σε όλα τα σημεία τους, το δυναμικό ενός πεδίου δυνάμεων έχει την ίδια τιμή. Σ Λ

δ. Οι ισοδυναμικές επιφάνειες είναι κάθετες στις δυναμικές γραμμές ενός πεδίου. Σ Λ

6. α. Η ένταση του πεδίου στο εσωτερικό μιας κοίλης φορτισμένης μεταλλικής σφαίρας είναι ίση με μηδέν. Σ Λ

β. Το δυναμικό του πεδίου στο εσωτερικό μιας κοίλης φορτισμένης μεταλλικής σφαίρας είναι ίσο με μηδέν. Σ Λ

γ. Η ένταση του πεδίου στο εξωτερικό μιας κοίλης φορτισμένης μεταλλικής σφαίρας έχει μέτρο $E = k\dfrac{|Q|}{r^2}$, όπου Q το φορτίο της σφαίρας, r η απόσταση των σημείων από το κέντρο της σφαίρας και K η ηλεκτρική σταθερά. Σ Λ

δ. Το δυναμικό του πεδίου στο εξωτερικό μιας κοίλης φορτισμένης μεταλλικής σφαίρας είναι $V = k\dfrac{Q}{r}$, όπου Q το φορτίο της σφαίρας, r η απόσταση των σημείων από το κέντρο της σφαίρας και k η ηλεκτρική σταθερά. Σ Λ

7. α. Κατά μήκος μιας ευθείας ηλεκτρικής δυναμικής γραμμής και κατά τη φορά της έντασης, το δυναμικό αυξάνεται. Σ Λ

β. Αν η διαφορά δυναμικού μεταξύ δύο σημείων Α και Γ ενός ηλεκτρικού πεδίου είναι ίση με μηδέν τότε το δυναμικό του σημείου Α είναι ίσο με το δυναμικό του σημείου Γ. Σ Λ

γ. Αν σ' ένα σημείο ακτινικού ηλεκτρικού πεδίου αφήσουμε ελεύθερο κάποιο φορτίο αυτό θα εκτελέσει ευθύγραμμη κίνηση με επιτάχυνση που το μέτρο της αυξάνεται. Σ Λ

δ. Το μέτρο της επιτάχυνσης ενός φορτισμένου σωματιδίου που αφήνεται μέσα σε ακτινιακό ηλεκτρικό πεδίο είναι γραμμική συνάρτηση της απόστασης από την πηγή του πεδίου. Σ Λ

8. α. Αν το δυναμικό σ' ένα σημείο ηλεκτρικού πεδίου είναι ίσο με μηδέν τότε το σημείο βρίσκεται σίγουρα σε άπειρη απόσταση από την πηγή ή τις πηγές του πεδίου. Σ Λ

β. Η διαφορά δυναμικού μεταξύ δύο σημείων ηλεκτρικού πεδίου είναι ίση με 20 V. Αυτό σημαίνει ότι η δύναμη που δέχεται φορτίο 1 C από το πεδίο είναι ίση με 20 N. Σ Λ γ. Ένα θετικό φορτίο που αφήνεται μέσα σε ηλεκτρικό πεδίο και κινείται μόνο υπό την επίδραση της δύναμης του πεδίου, μετακινείται από μικρά σε μεγάλα δυναμικά. Σ Λ

δ. Αν στα άκρα ενός ευθύγραμμου τμήματος ΑΒ τοποθετήσουμε δύο ίσα φορτία τότε, σε όλα τα σημεία του επιπέδου, που διέρχεται κάθετα από το μέσο του ευθυγράμμου τμήματος, το δυναμικό είναι ίσο με μηδέν. Σ Λ

9. α. Στο μέσο Μ ενός ευθύγραμμου τμήματος ΚΛ τοποθετούμε φορτίο Q. Τότε, οι εντάσεις του πεδίου στα σημεία Κ και Λ είναι ίσες. Σ Λ

β. Στο μέσο Μ ενός ευθύγραμμου τμήματος ΚΛ τοποθετούμε φορτίο Q. Τότε, τα δυναμικά του πεδίου στα σημεία Κ και Λ είναι ίσα. Σ Λ

γ. Στο μέσο Μ ενός ευθύγραμμου τμήματος ΚΛ τοποθετούμε φορτίο Q. Τότε, το έργο $W_{K\to\Lambda}$ της δύναμης του πεδίου στα σημεία Κ και Λ είναι ίσο με μηδέν. Σ Λ

δ. Το έργο $W_{A\to\Gamma}$ της δύναμης ενός ηλεκτρικού πεδίου κατά τη μεταφορά ενός φορτίου q από το Α στο Γ είναι $W_{A\to\Gamma} = (V_A - V_\Gamma)q$ μόνο αν η μεταφορά γίνεται αποκλειστικά υπό την επίδραση της δύναμης του πεδίου. Σ Λ

10. α. Αν ένα αρνητικό φορτίο αφεθεί ελεύθερο μέσα στο ηλεκτρικό πεδίο και κινηθεί μόνο υπό την επίδραση της δύναμης του πεδίου, τότε, κατά την κίνησή του η δυναμική του ενέργεια μειώνεται. Σ Λ

β. Η δυναμική ενέργεια ενός θετικού φορτίου μέσασε ηλεκτρικό πεδίο είναι πάντα θετική. Σ Λ

γ. Η δυναμική ενέργεια ενός αρνητικού φορτίου μέσα σε ηλεκτρικό πεδίο είναι πάντα αρνητική. Σ Λ

δ. Η δυναμική ενέργεια ενός φορτίου είναι μηδέν μόνο αν το φορτίο βρίσκεται σε άπειρη απόσταση από την πηγή ή τις πηγές του πεδίου. Σ Λ

11. α. Η δυναμική ενέργεια ενός συστήματος δύο φορτίων ισούται με τη δυναμική ενέργεια του ενός από τα δύο. Σ Λ

β. Η δυναμική ενέργεια ενός συστήματος τριών ίσων φορτίων q το καθένα που είναι τοποθετημένα στις κορυφές ισοπλεύρου τριγώνου πλευράς α είναι ίση με $3k\dfrac{q^2}{\alpha}$, όπου k η σταθερά του Coulomb. Σ Λ γ. Η δυναμική ενέργεια ενός συστήματος δύο φορτίων που αλληλεπιδρούν είναι πάντα διάφορη του μηδενός. Σ Λ

δ. Η δυναμική ενέργεια ενός συστήματος δύο μαζών ισούται με τη δυναμική ενέργεια της μιας από τις δύο μάζες. Σ Λ

12. α. Σε κάθε κορυφή τετραγώνου τοποθετούμε φορτίο Q. Τότε, οποιδήποτε φορτίο και αν τοποθετήσουμε στο κέντρο του τετραγώνου θα ισορροπεί και η δυναμική του ενέργεια θα είναι ίση με μηδέν. Σ Λ

β. Στις κορυφές Α, Β, Γ, Δ τετραγώνου ΑΒΓΔ τοποθετούμε αντίστοιχα τα φορτία Q, –Q, Q, –Q. Τότε, οποιδήποτε φορτίο και αν τοποθετήσουμε στο κέντρο του τετραγώνου θα ισορροπεί και η δυναμική του ενέργεια θα είναι ίση με μηδέν. Σ Λ

γ. Κατά την μετακίνηση ενός φορτισμένου σωματιδίου μέσα σε ηλεκτρικό πεδίο η οποία γίνεται μόνο υπό την επίδραση της δύναμης του πεδίου, η μηχανική του ενέργεια παραμένει σταθερή. Σ Λ

δ. Η διαφορά δυναμικού, όπως και η δυναμική ενέργεια είναι βαθμωτά (μονόμετρα) μεγέθη. Σ Λ

13. α. Όταν η τάση ενός πυκνωτή ξεπεράσει κάποια τιμή τότε το διηλεκτρικό που παρεμβάλλεται μεταξύ των οπλισμών γίνεται αγωγός, ξεσπάει ηλεκτρικός σπινθήρας και ο πυκνωτής εκφορτίζεται. Σ Λ

β. Η χωρητικότητα ενός πυκνωτή διπλασιάζεται αν υποδιπλασιάσουμε την απόσταση των οπλισμών του. Σ Λ

γ. Η ηλεκτρική ενέργεια που αποθηκεύεται σ' ένα πυκνωτή είναι ανάλογη του τετραγώνου της τάσης μεταξύ των οπλισμών του. Σ Λ

δ. Η ηλεκτρική ενέργεια ενός αφόρτιστου πυκνωτή είναι ίση με μηδέν. Σ Λ

14. α. Στους πυκνωτές αέρα το διηλεκτρικό μεταξύ των οπλισμών είναι ο αέρας. Σ Λ

β. Στους πυκνωτές με στερεά διηλεκτρικά μεταξύ των οπλισμών παρεμβάλλονται λεπτά φύλλα διηλεκτρικού. Σ Λ

γ. Στους ηλεκτρολυτικούς πυκνωτές μεταξύ των οπλισμών παρεμβάλλεται χαρτί εμπλουτισμένο με κάποιο διάλυμα ηλεκτρολύτη. Σ Λ

δ. Οι ηλεκτροστατικές μηχανές Wimshurst χρησιμοποιούνται για να παρέχουν μεγάλες ποσότητες ηλεκτρικού φορτίου. Σ Λ

15. α. Η επιτάχυνση που αποκτά ένα φορτισμένο σωματίδιο μέσα σε ομογενές ηλεκτρικό πεδίο είναι σταθερή μόνο σε μέτρο. Σ Λ

β. Για να φορτίσουμε ένα πυκνωτή πρέπει να δαπανήσουμε ενέργεια. Σ Λ

γ. Κατά τη διάρκεια της φόρτισης ενός πυκνωτή η χωρητικότητά του αυξάνεται. Σ Λ

δ. Κάθε πυκνωτής μπορεί να αποθηκεύσει όσο φορτίο θέλουμε, αρκεί να αυξήσουμε ανάλογα την τάση μεταξύ των οπλισμών του. Σ Λ

16. α. Σ' ένα μεταβλητό πυκνωτή μπορούμε να μεταβάλλουμε τη χωρητικότητά του. Σ Λ

β. Η ένταση του ηλεκτρικού πεδίου μετριέται και σε $\frac{V}{m}$ εκτός από $\frac{J}{C}$. Σ Λ

γ. Η σχετική διηλεκτρική σταθερά της πορσελάνης είναι 6,5 και του γυαλιού 4,5. Άρα, αν θέλουμε να αποθηκεύσουμε σε κάποιο πυκνωτή περισσότερο φορτίο θα πρέπει σαν διηλεκτρικό να χρησιμοποιήσουμε το γυαλί για μια συγκεκριμένη τάση μεταξύ των οπλισμών του. Σ Λ

δ. Το κενό έχει τη μεγαλύτερη σχετική διηλεκτρική σταθερά. Σ Λ

ΕΡΩΤΗΣΕΙΣ ΑΝΤΙΣΤΟΙΧΙΣΗΣ

Να αντιστοιχίσετε τα στοιχεία της αριστερής στήλης με αυτά της δεξιάς. Κάποιο στοιχείο σε μία από τις δύο στήλες μπορεί να περισσεύει.

1.

Φυσικό μέγεθος	*Μονάδα μέτρησης*
Α. Δύναμη Coulomb	α. V/m
Β. Ηλεκτρικό φορτίο	β. Joule
Γ. Ένταση ηλεκτρικού πεδίου	γ. J/C
Δ. Δυναμικό ηλεκτρικού πεδίου	δ. N
Ε. Δυναμική ενέργεια	ε. C
	στ. N/m

2.

Φυσικό μέγεθος	*Χαρακτηρισμός μεγέθους*
Α. Ηλεκτρικό φορτίο	α. Μονόμετρο (βαθμωτό)
Β. Διαφορά δυναμικού	β. Διανυσματικό
Γ. Χωρητικότητα	
Δ. Ενέργεια πυκνωτή	
Ε. Ένταση ηλεκτρικού πεδίου	

3.

Στήλη Α	*Στήλη Β*
Α. Ηλεκτρική σταθερά k	α. Αποθήκη ηλεκτρικού φορτίου
Β. Ηλεκτρικό πεδίο	β. Χώρος όπου αναπτύσσονται η-λεκτρικές δυνάμεις.
Γ. Πυκνωτής	γ. Δυνάμεις μεταξύ μαζών
Δ. Νόμος παγκόσμιας έλξης	δ. Μετριέται σε C^2/Nm^2
Ε. Απόλυτη διηλεκτρική σταθερά του κενού ε_0	ε. μετριέται σε Nm^2/C^2

4.

Φυσικό μέγεθος	*Τύπος*
Α. Ένταση ηλεκτρικού πεδίου	α. $C = \varepsilon\varepsilon_0 \dfrac{S}{\ell}$
Β. Ενέργεια πυκνωτή	β. $E = \dfrac{F}{\lvert q \rvert}$
Γ. Δυναμικό ηλεκτρικού πεδίου	γ. $V = \dfrac{U}{q}$
Δ. Χωρητικότητα επίπεδου πυκνωτή	δ. $F = k\,\dfrac{\lvert q_1 q_2 \rvert}{r^2}$
Ε. Δύναμη Coulomb	ε. $U = \dfrac{1}{2}\,QV$

5. ***Συναρτήσεις***

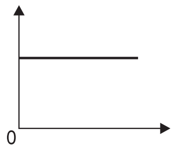
Α. Φορτίο (Q) σε συνάρτηση με την τάση (V) ενός πυκνωτή

Β. Χωρητικότητα (C) σε συνάρτηση με το φορτίο (Q) ενός πυκνωτή.

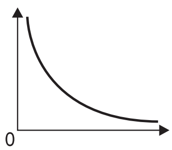
Γ. Μέτρο δύναμης (F) Coulomb σε συνάρτηση με την απόσταση r μεταξύ των φορτίων

Γραφικές παραστάσεις

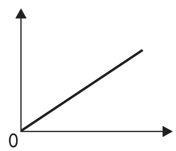
α.



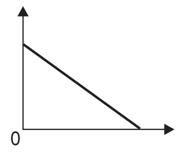
β.



γ.



δ.



Συμπληρωση Κενων

Να συμπληρώσετε τα κενά με τις κατάλληλες λέξεις στις παρακάτω προτάσεις:

1. Ο νόμος του .... περιγράφει τη δύναμη μεταξύ δύο σημειακών .... φορτίων. Το .... της δύναμης αυτής είναι ανάλογο του .... της απόλυτης τιμής των δύο φορτίων και .... ανάλογο της .... μεταξύ των δύο φορτίων.

2. Μονάδα μέτρησης του .... στο S.I. είναι το 1 V. Μονάδα μέτρησης της ηλεκτρικής σταθεράς στο S.I. είναι το ...., ενώ μονάδα μέτρησης της απόλυτης .... σταθεράς του κενού στο S.I. είναι το ....

3. Σ’ ένα .... ηλεκτρικό πεδίο, οι .... γραμμές είναι .... και ισαπέχουσες. Η δύναμη που δέχεται ένα ηλεκτρικό φορτίο μέσα σε ομογενές ηλεκτρικό πεδίο είναι .... κατά τη διεύθυνση .... και μέτρο. Το μέτρο της δύναμης δίνεται από τον τύπο ....

4. Η .... ενός επίπεδου πυκνωτή εξαρτάται από τα .... χαρακτηριστικά του και το διηλεκτρικό που παρεμβάλλεται μεταξύ των .... του πυκνωτή. Η σχέση που μας δείχνει την εξάρτηση της χωρητικότητας με τα παραπάνω είναι η ....

ΛΥΜΕΝΑ ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΑ*

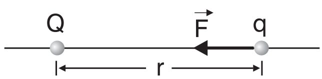
**** Τα προβλήματα θα αναφέρονται σε ακίνητα σημειακά ηλεκτρικά φορτία εκτός αν κάτι διαφορετικό αναφέρεται στην εκφώνηση.***

Πρόβλημα 1

Φορτίο $3 \cdot 10^{-9}$ C βρίσκεται σε απόσταση 2 cm από φορτίο q. Το φορτίο ; δέχεται ελκτική δύναμη, μέτρου $27 \cdot 10^{-5}$ N. Να βρεθεί το είδος και η ποσότητα του φορτίου q. Δίνεται: $k = 9 \cdot 10^9 \dfrac{Nm^2}{C^2}$.

Λύση:

Δεδομένα	*Ζητούμενα*
$Q = 3 \cdot 10^9\ C$	$q = ;$
$r = 2\ cm = 2 \cdot 10^{-2}\ m$	
$F = 27 \cdot 10^{-5}\ N$	
$k = 9 \cdot 10^9\ Nm^2 \backslash C^2$.	



Εφόσον η δύναμη F είναι ελκτική τα φορτία Q και q είναι ετερόσημα (ετερώνυμα) και επειδή Q>0 θα είναι q<0. Από το νόμο του Coulomb για το μέτρο F της δύναμης F έχουμε:

$$F = k\frac{|Qq|}{r^2} \Rightarrow F \cdot r^2 = kQ|q| \Rightarrow |q| = \frac{F \cdot r^2}{KQ} \overset{S.I}{\Rightarrow} |q| = \frac{27 \cdot 10^{-5} \cdot 4 \cdot 10^{-4}}{9 \cdot 10^9 \cdot 3 \cdot 10^{-9}}\ C$$

$$\Rightarrow |q| = 4 \cdot 10^{-9}\ C \overset{q<0}{\Longrightarrow} q = -4 \cdot 10^{-9}\ C \quad ή \quad q = -4\ nC$$

Πρόβλημα 2

Στις κορυφές Α, Β, Γ, Δ τετραγώνου πλευράς 0,1 m, τοποθετούνται αντίστοιχα τα φορτία: +100 μC, –200 μC, +97 μC, –196 μC. Να υπολογίσετε την ένταση του πεδίου στο κέντρο του τετραγώνου.

Δίνεται: $k = 9 \cdot 10^9 \dfrac{Nm^2}{C^2}$.

Λύση:

Δεδομένα

$\alpha = 0{,}1\ m = 10^{-1}\ m,$

$Q_A = 100\ \mu C = 100 \cdot 10^{6}\ C$

$Q_B = -200\ \mu C = -200 \cdot 10^{-6}\ C$

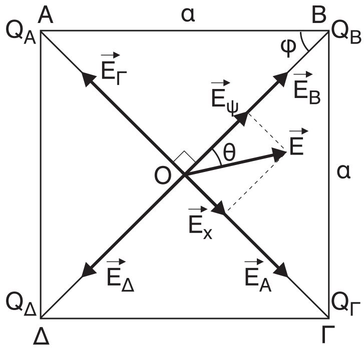
$Q_\Gamma = 97\ \mu C = 97 \cdot 10^{-6}\ C$

$Q_\Delta = -196\ \mu C = -196 \cdot 10^{-6}\ C$

$k = 9 \cdot 10^9\ \dfrac{Nm^2}{C^2}.$

Ζητούμενα

$\vec{E} = ;$



Έστω Ο το κέντρο του τετραγώνου. Γνωρίζουμε ότι ΑΓ ΒΔ και ΟΑ = $_\Delta$ΟΒ = = ΟΓ = ΟΔ = r. Η γωνία φ στο ορθογώνιο και ισοσκελές τρίγωνο ΟΑΒ είναι φ = 45°. Οπότε:

$$\eta\mu\varphi = \frac{OA}{\alpha} \Rightarrow OA = \alpha\eta\mu\varphi \Rightarrow r = \alpha\eta\mu 45 \Rightarrow r = \frac{\alpha\sqrt{2}}{2} \Rightarrow r^2 = \frac{\alpha^2}{2}$$

Αν $\vec{E}_A$, $\vec{E}_B$, $\vec{E}_\Gamma$, $\vec{E}_\Delta$ οι εντάσεις στο Ο εξαιτίας των φορτίων Q_A, Q_B, Q_Γ, Q_Δ αντίστοιχα, για τα μέτρα τους έχουμε:

$$E_A = k\frac{Q_A}{OA^2} \Rightarrow E_A = k\frac{Q_A}{r^2} = k\frac{Q_A}{\frac{\alpha^2}{2}} \Rightarrow E_A = k\frac{2Q_A}{\alpha^2} \overset{S.I}{\Rightarrow}$$

$$E_A = \frac{9 \cdot 10^9\ 2 \cdot 100 \cdot 10^{-6}}{10^{-2}}\ N/C \Rightarrow \boxed{E_A = 1800 \cdot 10^5\ N/C}$$

Ομοίως:

$$E_B = k\frac{|Q_B|}{OB^2} \Rightarrow E_B = k\frac{2|QB|}{\alpha^2} \overset{S.I}{\Rightarrow} E_B = \frac{9 \cdot 10^9\ 2 \cdot 200 \cdot 10^{-6}}{10^{-2}}\ N/C \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \boxed{E_B = 3600 \cdot 10^5\ N/C}$$

$$E_\Gamma = k\frac{Q_\Gamma}{O\Gamma^2} \Rightarrow E_\Gamma = k\frac{2Q_\Gamma}{\alpha^2} \overset{S.I}{\Rightarrow} E_\Gamma = \frac{9\cdot 10^9\ 2\cdot 97\cdot 10^{-6}}{10^{-2}}\ N/C \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \boxed{\mathbf{E_\Gamma = 1746 \cdot 10^5\ N/C}}$$

$$E_\Delta = k\frac{|Q_\Delta|}{O\Delta^2} \Rightarrow E\Delta = k\frac{2|Q_\Delta|}{\alpha^2} \overset{S.I}{\Rightarrow} E_\Delta = \frac{9\cdot 10^9\ 2\cdot 196\cdot 10^{-6}}{10^{-2}}\ N/C \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \boxed{\mathbf{E_\Delta = 3528 \cdot 10^5\ N/C}}$$

Όπως φαίνονται και στο άλλο σχήμα είναι $\vec{E}_A \uparrow\downarrow \vec{E}_\Gamma$ και $\vec{E}_B \uparrow\downarrow \vec{E}_\Delta$. Αν $\vec{E}_x$ η συνισταμένη των $\vec{E}_A$ και $\vec{E}_\Gamma$ ($\vec{E}_x = \vec{E}_A + \vec{E}_\Gamma$) για το μέτρο ισχύει:

$$E_x = E_A - E_\Gamma \overset{S.I}{\Rightarrow} E_x = (1800\cdot 10^5 - 1746\cdot 10^5)\ N/C \Rightarrow \boxed{\mathbf{E_x = 54\cdot 10^5\ N/C}}$$

και $\vec{E}_x \uparrow\uparrow \vec{E}_A$.

Αν E_ψ η συνισταμένη των E_B και E_A ($\vec{E}_\psi = \vec{E}_B + \vec{E}_\Delta$) για το μέτρο ισχύει:

$$E_\psi = E_B - E_A \overset{S.I}{\Rightarrow} E_\psi = (3600\cdot 10^5 - 3528\cdot 10^5)\ N/C \Rightarrow \boxed{\mathbf{E_\psi = 72\cdot 10^5\ N/C}}$$

και $\vec{E}_\psi \uparrow\uparrow \vec{E}_B$.

Επειδή η E_x βρίσκεται στο Ο του πεδίου που δημιουργούν τα τέσσερα φορτία, ισχύει:

$$\vec{E} = \vec{E}_A + \vec{E}_\Gamma + \vec{E}_B + \vec{E}_\Delta \Rightarrow \vec{E} = \vec{E}_x + \vec{E}_\psi$$

Από τον κανόνα του παραλληλογράμμου για το μέτρο Ε της έντασης έχουμε:

$$E = \sqrt{E_x^2 + E_\psi^2} \overset{S.I}{\Rightarrow} E = \sqrt{(54\cdot 10^5)^2 + (72\cdot 10^5)^2}\ N/C \Rightarrow$$

$$\Rightarrow E = \sqrt{(3\cdot 18\cdot 10^5)^2 + (4\cdot 18\cdot 10^5)^2}\ N/C \Rightarrow$$

$$\Rightarrow E = \sqrt{9\cdot 18^2\cdot 10^{10} + 16\cdot 18^2\cdot 10^{10}}\ N/C \Rightarrow E = \sqrt{25\cdot 18^2\cdot 10^{10}}\ N/C \Rightarrow$$

$$\Rightarrow E = 5\cdot 18\cdot 10^5\ N/C = 90\cdot 10^5\ N/C \Rightarrow \boxed{\mathbf{E = 9\cdot 10^6\ N/C}}$$

Για τη διεύθυνση της έντασης έχουμε:

$$\varepsilon\varphi\theta = \frac{E_x}{E_\psi} = \frac{54\cdot 10^5}{72\cdot 10^5} \Rightarrow \varepsilon\varphi\theta = \frac{3\cdot 18}{4\cdot 18} \Rightarrow \varepsilon\varphi\theta = \frac{3}{4}$$

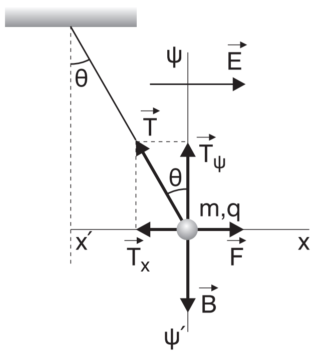
όπου $\theta = (\widehat{\vec{E}, \vec{E}_\psi})$.

Πρόβλημα 3

Φορτισμένο σφαιρίδιο μάζας $m = 10^{-2}$ Kg και φορτίου $q = \sqrt{3}$ μC είναι δεμένο στο ένα άκρο αβαρούς νήματος, το άλλο άκρο του οποίου είναι στερεωμένο σε οριζόντια οροφή. Το σφαιρίδιο βρίσκεται μέσα σε οριζόντιο ομογενές ηλεκτρικό πεδίο έντασης $\vec{E}$ και ισορροπεί έτσι ώστε το νήμα να σχηματίζει με την κατακόρυφο γωνία $\theta = 30^\circ$. Αν $g = 10\ \frac{m}{s^2}$, βρείτε το μέτρο της έντασης του πεδίου, και το μέτρο της τάσης του νήματος.

Λύση:

Δεδομένα	***Ζητούμενα***
$m = 10^{-2}$ Kg	$E = ;$
$q = \sqrt{3}\ \mu C = \sqrt{3} \cdot 10^{-6}$ C	$T = ;$
$\theta = 30^\circ$	
$g = 10\ \frac{m}{s^2}$	



Οι δυνάμεις που ασκούνται στο σφαιρίδιο είναι το βάρος του $\vec{B}$, η τάση του νήματος $\vec{T}$ και η δύναμη $\vec{F}$ που δέχεται από το πεδίο ($\vec{F} \uparrow\uparrow \vec{E}$ αφού $q > 0$), όπως φαίνεται στο σχήμα. Σχεδιάζουμε άξονες x΄x και y΄y κάθετους μεταξύ τους και αναλύουμε την τάση του νήματος σε συνιστώσες $\vec{T}_\psi$ και $\vec{T}_x$.

Αφού το σφαιρίδιο ισορροπεί θα είναι:

$$\Sigma F = 0 \Rightarrow \begin{cases} \Sigma F_x = 0 \quad (1) \\ \text{και} \\ \Sigma F_\psi = 0 \quad (2) \end{cases}$$

(1) $\Rightarrow \Sigma F_x = 0 \Rightarrow F - T_x = 0 \Rightarrow F = T_x$ όμως $F = E \cdot q$ και $T_x = T \cdot ημθ$, άρα

$$\boxed{Eq = Tημθ} \quad (3)$$

$(2) \Rightarrow \Sigma F_\psi = 0 \Rightarrow B - T_\psi = 0 \Rightarrow B = T_\psi$, όμως $B = mg$ και $T_\psi = T \cdot συνθ$, άρα

$$\boxed{mg = Tσυνθ} \quad (4)$$

Διαιρώντας κατά μέλη τις σχέσεις (3) και (4) έχουμε:

$$\frac{(3)}{(4)} \Rightarrow \frac{Eq}{mg} = \frac{Tημθ}{Tσυνθ} \Rightarrow \frac{Eq}{mg} = εφθ \Rightarrow Eq = mg\,εφθ \Rightarrow E = \frac{mgεφθ}{q} \overset{S.I}{\Rightarrow}$$

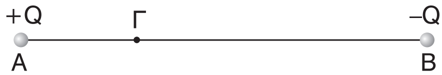
$$\Rightarrow E = \frac{10^{-2} \cdot 10\,\frac{\sqrt{3}}{3}}{\sqrt{3} \cdot 10^{-6}}\ N/C \Rightarrow E = \frac{10^5\sqrt{3}}{3\sqrt{3}}\ N/C \Rightarrow \boxed{E = \frac{1}{3} \cdot 10^5\ N/C}$$

Από τη σχέση (4):

$$T = \frac{mg}{συνθ} \Rightarrow T = \frac{10^{-2} \cdot 10}{\frac{\sqrt{3}}{2}}\ N \Rightarrow T = \frac{2 \cdot 10^{-1}}{\sqrt{3}}\ N \Rightarrow \boxed{T = \frac{0{,}2\sqrt{3}}{3}\ N}$$

Πρόβλημα 4

Δύο ακλόνητα σημειακά φορτία +Q και –Q, με $Q = 10^{-6}$ C είναι τοποθετημένα στα σημεία Α και Β όπως φαίνονται στο σχήμα. Η απόσταση ΑΒ είναι ίση με 0,4 m. Δίνεται η σταθερά k (ή kC) = $9 \cdot 10^9\ \frac{Nm^2}{C^2}$.



1. ***Να υπολογίσετε τη δύναμη που ασκεί το καθένα φορτίο στο άλλο και να σχεδιαστούν οι δυνάμεις αυτές.***
2. ***Να υπολογίσετε και να σχεδιάσετε την ένταση του ηλεκτρικού πεδίου που οφείλεται στα δύο φορτία, στο σημείο Γ μεταξύ των σημείων Α και Β, που απέχει απόσταση ίση προς ΑΒ/4 από το σημείο Α.***
3. ***Να υπολογίσετε και να σχεδιάσετε τη δύναμη που ασκείται σε σημειακό φορτίο $q = -2 \cdot 10^{-9}$ C στο σημείο Γ θεωρώντας ότι το φορτίο q δεν επηρεάζει το ηλεκτρικό πεδίο.***

[Εξετάσεις 2001]

Λύση:

Δεδομένα

$Q = 10^{-6}\ C$

$-Q = -10^{-6}\ C$

$AB = 0{,}4\ m = 4 \cdot 10^{-1}\ m$

$k = 9 \cdot 10^{9}\ \frac{Nm^2}{C^2}$

$A\Gamma = \frac{AB}{4} = 0{,}1\ m = 10–1\ m$

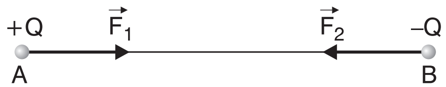
$q = -2 \cdot 10^{-9}\ C$

$B\Gamma = AB - A\Gamma = 0{,}3\ m = 3 \cdot 10^{-1}\ m$

Ζητούμενα

1. $F_1 = F_2 =$;
2. $E_\Gamma =$;
3. $F =$;

1.



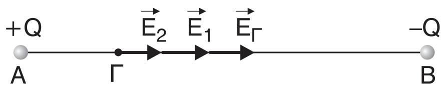
Οι δυνάμεις $\vec{F}_1$ και $\vec{F}_2$ που ασκούνται στο +Q και –Q αντίστοιχα, είναι ελκτικές και έχουν διεύθυνση την AB, όπως φαίνεται στο σχήμα. Για τα μέτρα τους F_1, F_2 ισχύει:

$$F_1 = F_2 = k\,\frac{|Q|\,|-Q|}{AB^2} = k\,\frac{Q^2}{AB^2} \overset{S.I}{\Rightarrow} F_1 = F_2 = 9 \cdot 10^9\,\frac{(10^{-6})^2}{(4 \cdot 10^{-1})^2}\ N =$$

$$= 9 \cdot 10^9\,\frac{10^{-12}}{16 \cdot 10^{-2}}\ N \Rightarrow F_1 = F_2 = 0{,}5625 \cdot 10^{-1}\ N \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \boxed{\mathbf{F_1 = F_2 = 5{,}625 \cdot 10^{-2}\ N}}$$

2.



Έστω $\vec{E}_1$, $\vec{E}_2$ οι εντάσεις στο σημείο Γ εξαιτίας των φορτίων +Q και –Q αντίστοιχα, όπως φαίνεται στο σχήμα. Είναι $\vec{E}_1 \uparrow\uparrow \vec{E}_2$. Για τα μέτρα τους ισχύει:

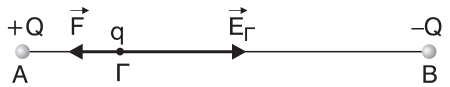
$$E_1 = k\,\frac{Q}{A\Gamma^2} \overset{S.I}{\Rightarrow} E_1 = 9 \cdot 10^9\,\frac{10^{-6}}{(10^{-1})^2}\ N/C = \frac{9 \cdot 10^3}{10^{-2}}\ N/C \Rightarrow \boxed{\mathbf{E_1 = 9 \cdot 10^5\ N/C}}$$

$$E_2 = k\,\frac{-Q}{B\Gamma^2} \overset{S.I}{\Rightarrow} E_2 = 9 \cdot 10^9\,\frac{10^{-6}}{(3 \cdot 10^{-1})^2}\ N/C = \frac{9 \cdot 10^3}{9 \cdot 10^{-2}}\ N/C \Rightarrow \boxed{\mathbf{E_2 = 10^5\ N/C}}$$

Για την ένταση $\vec{E}_\Gamma$ του ηλεκτρικού πεδίου, στο σημείο Γ, που οφείλεται στα δύο φορτία, ισχύει: $\vec{E}_\Gamma = \vec{E}_1 + \vec{E}_2$ και είναι $\vec{E}_\Gamma \uparrow\uparrow \vec{E}_1$, $\vec{E}_2$ όπως φαίνεται στο σχήμα. Για το μέτρο της ισχύει:

$$E_\Gamma = E_1 + E_2 \overset{S.I}{\Rightarrow} E_\Gamma = (9 \cdot 10^5 + 10^5)\ N/C = 10 \cdot 10^5\ N/C \Rightarrow \boxed{E_\Gamma = 10^6\ N/C}$$

3.



Επειδή το φορτίο q που τοποθετείται στα σημεία Γ είναι αρνητικό. η δύναμη $\vec{F}$ που θα δεχθεί από το πεδίο των δύο φορτίων +Q, –Q είναι $\vec{F} \uparrow\downarrow \vec{E}_\Gamma$, όπως φαίνεται στο σχήμα. Για το μέτρο της ισχύει:

$$F = E_\Gamma \cdot |q| \overset{S.I}{\Rightarrow} F = 10^6 \cdot 2 \cdot 10^{-9}\ N \Rightarrow \boxed{F = 2 \cdot 10^{-3}\ N}$$

Πρόβλημα 5

Τέσσερα ηλεκτρικά φορτία +30 μC, –60 μC, +90 μC και –120 μC βρίσκονται αντίστοιχα στις κορυφές Α, Β, Γ, Δ τετραγώνου, πλευράς $5\sqrt{2}$ m.

Να υπολογίσετε:

α. Το δυναμικό στο μέσο Μ της πλευράς ΑΒ

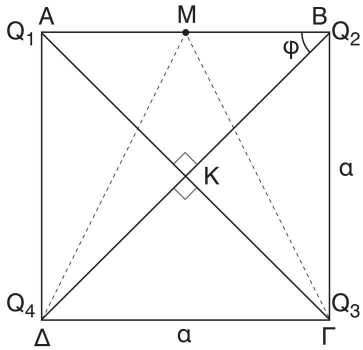
β. Το δυναμικό στο κέντρο του τετραγώνου Κ.

γ. Το έργο της δύναμης του πεδίου κατά τη μεταφορά φορτίου $q = 10^{-9}$ C, από τη θέση Μ στη θέση Κ. Ποιο είναι το φυσικό περιεχόμενο του έργου αυτού;

Δίνεται $k = 9 \cdot 10^9 \dfrac{Nm^2}{C^2}$.

Λύση

Δεδομένα	*Ζητούμενα*
$Q_1 = 30\ \mu C = 30 \cdot 10^{-6}\ C$	α. $V_M = ;$
$Q_2 = -60\ \mu C = -60 \cdot 10^{-6}\ C$	β. $V_K = ;$
$Q_3 = 90\ \mu C = 90 \cdot 10^{-6}\ C$	γ. $W_{M \to K} = ;$
$Q_1 = -120\ \mu C = -120 \cdot 10^{-6}\ C$	
$a = 5\sqrt{2}\ m$	
$k = 9 \cdot 10^9 \dfrac{Nm^2}{C^2}$	
$q = 10^{-9}\ C$	



α. Αφού Μ το μέσο της ΑΒ ισχύει $MA = MB = \frac{AB}{2} = \frac{\alpha}{2}$

Από τα ορθογώνια τρίγωνα $\overset{\Delta}{AM\Delta}$ και $\overset{\Delta}{BM\Gamma}$ έχουμε:

$$M\Delta^2 = A\Delta^2 + AM^2 \Rightarrow M\Delta^2 = \alpha^2 + \frac{\alpha^2}{4} \Rightarrow M\Delta^2 = \frac{5\alpha^2}{4} \Rightarrow \boxed{\mathbf{M\Delta = \frac{\alpha\sqrt{5}}{2}}}$$ και

$$M\Gamma^2 = B\Gamma^2 + BM^2 \Rightarrow M\Gamma^2 = \alpha^2 + \frac{\alpha^2}{4} \Rightarrow \boxed{\mathbf{M\Gamma = \frac{\alpha\sqrt{5}}{2} = M\Delta}}$$

Αν V_{M1}, V_{M2}, V_{M3}, V_{M4} τα δυναμικά στο σημείο Μ εξαιτίας των φορτίων Q_1, Q_2, Q_3, Q_4 αντίστοιχα έχουμε:

$$V_{M1} = k\frac{Q_1}{AM} \Rightarrow V_{M1} = k\frac{Q_1}{\frac{\alpha}{2}} \Rightarrow V_{M1} = k\frac{2Q_1}{\alpha} \overset{S.I}{\Rightarrow} V_{M1} = 9 \cdot 10^9 \frac{2 \cdot 30 \cdot 10^{-6}}{5\sqrt{2}} V \Rightarrow$$

$$\Rightarrow V_{M1} = \frac{9 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 10^4 \sqrt{2}}{10} V \Rightarrow \boxed{\mathbf{V_{M1} = 54\sqrt{2} \cdot 10^3\ V}}$$

$$V_{M2} = k\frac{Q_2}{MB} \Rightarrow V_{M2} = k\frac{Q_2}{\frac{\alpha}{2}} \Rightarrow V_{M2} = k\frac{2Q_2}{\alpha} \overset{S.I}{\Rightarrow} V_{M2} = 9 \cdot 10^9 \frac{2 \cdot (-60) \cdot 10^{-6}}{5\sqrt{2}} V \Rightarrow$$

$$\Rightarrow V_{M2} = -\frac{9 \cdot 2 \cdot 6 \cdot 10^4 \sqrt{2}}{10} V \Rightarrow \boxed{\mathbf{V_{M2} = -108\sqrt{2} \cdot 10^3\ V}}$$

$$V_{M3} = k\frac{Q_3}{M\Gamma} \Rightarrow V_{M3} = k\frac{Q_3}{\frac{\alpha\sqrt{5}}{2}} \Rightarrow V_{M3} = k\frac{2Q_3}{\alpha\sqrt{5}} = k\frac{2 \cdot Q_3 \cdot \sqrt{5}}{5\alpha} \overset{S.I}{\Rightarrow}$$

$$\Rightarrow V_{M3} = \frac{2\sqrt{5}\ 9 \cdot 10^9 \cdot 90 \cdot 10^{-6}}{25\sqrt{2}} V = \frac{\sqrt{5} \cdot \sqrt{2} \cdot 18 \cdot 9 \cdot 10^4}{50} V \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \boxed{\mathbf{V_{M3} = 32{,}4\sqrt{5} \cdot \sqrt{2} \cdot 10^3\ V}}$$

$$V_{M4} = k\frac{Q_4}{M\Delta} \Rightarrow V_{M4} = k\frac{Q_4}{\dfrac{\alpha\sqrt{5}}{2}} = k\frac{2Q_4}{\alpha\sqrt{5}} = 2\sqrt{5}\frac{kQ_4}{5\alpha} \overset{S.I}{\Rightarrow}$$

$$\Rightarrow V_{M4} = 2\sqrt{5}\frac{9 \cdot 10^9 (-120 \cdot 10^{-6})}{25\sqrt{2}} V = -\sqrt{5}\sqrt{2}\frac{18 \cdot 12 \cdot 10^4}{50} V$$

$$\Rightarrow \boxed{\mathbf{V_{M4} = -43{,}2\sqrt{5}\sqrt{2} \cdot 10^3\ V}}$$

Οπότε, το δυναμικό V_M του ηλεκτρικού πεδίου των τεσσάρων φορτίων, στο σημείο Μ, θα είναι:

$$V_M = V_{M1} + V_{M2} + V_{M3} + V_{M4} \overset{S.I}{\Rightarrow}$$

$$\Rightarrow V_M = (54\sqrt{2} \cdot 10^3 - 10{,}8\sqrt{2} \cdot 10^3 + 32{,}4\sqrt{5}\sqrt{2} \cdot 10^3 - 43{,}2\sqrt{5}\sqrt{2} \cdot 10^3)\ V =$$

$$= (-54\sqrt{2} \cdot 10^3 - 10{,}8\sqrt{5}\sqrt{2} \cdot 10^3) V \Rightarrow V_M = (-54000\sqrt{2} - 10800\sqrt{5}\sqrt{2}) V \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \boxed{\mathbf{V_M = -54000\sqrt{2}\,(1 + 0{,}25)\ V}}$$

β. Στο τετράγωνο ΑΒΓΔ έχουμε ΑΓ⊥ΒΑ και ΚΑ = ΚΒ = ΚΓ = ΚΔ. Αφού το τρίγωνο $K\overset{\Delta}{A}B$ είναι ορθογώνιο και ισοσκελές έχουμε $\varphi = 45^\circ$. Άρα

$$\eta\mu\varphi = \frac{KA}{AB} \Rightarrow KA = AB \cdot \eta\mu\varphi \Rightarrow KA = \frac{\alpha\sqrt{2}}{2}$$

Αν V_{K1}, V_{K2}, V_{K3}, V_{K4} τα δυναμικά στο σημείο Κ εξαιτίας των φορτίων Q_1, Q_2, Q_3, Q_4 αντίστοιχα, έχουμε:

$$V_{K1} = k\frac{Q_1}{AK} = k\frac{Q_1}{\dfrac{\alpha\sqrt{2}}{2}} = k\frac{2Q_1}{\alpha\sqrt{2}} \overset{S.I}{\Rightarrow} V_{K1} = 9 \cdot 10^9\frac{2 \cdot 30 \cdot 10^{-6}}{10} V \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \boxed{\mathbf{V_{K1} = 54000\ K}}$$

Ομοίως

$$V_{K2} = k\,\frac{Q_2}{BK} = k\,\frac{2Q_2}{\alpha\sqrt{2}} \overset{S.I}{\Rightarrow} V_{K2}=9\cdot 10^9\,\frac{2\,(-60\cdot 10^{-6})}{10}\,V \Rightarrow \boxed{\mathbf{V_{K2} = -108000\ V}}$$

$$V_{K3} = k\,\frac{Q_3}{K\Gamma} = k\,\frac{2Q_3}{\alpha\sqrt{2}} \overset{S.I}{\Rightarrow} V_{K3} = 9\cdot 10^9\,\frac{2\cdot 90\cdot 10^{-6}}{10}\,V \Rightarrow \boxed{\mathbf{V_{K3} = 162000\ V}}$$

$$V_{K4} = k\,\frac{Q_4}{K\Delta} = k\,\frac{2Q_4}{\alpha\sqrt{2}} \overset{S.I}{\Rightarrow} V_{K4} = 9\cdot 10^9\,\frac{2\,(-120\cdot 10^{-6})}{10}\,V \Rightarrow \boxed{\mathbf{V_{K4} = -216000\ V}}$$

Οπότε το δυναμικό V_K του ηλεκτρικού πεδίου των τεσσάρων φορτίων, στο σημείο Κ, θα είναι:

$$V_K = V_{K1}+V_{K2}+V_{K3}+V_{K4} \overset{S.I}{\Rightarrow} V_K = (54000 - 108000 + 162000 - 216000)\ V \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \boxed{\mathbf{V_K = -108000\ V}}$$

γ. Για το έργο της δύναμης του πεδίου $W_{M\to K}$ έχουμε:

$$W_{M\to K} = (VM - VK)\cdot q \overset{S.I}{\Rightarrow} W_{M\to K}=[-54000\sqrt{2}\,(1+0{,}2\sqrt{5})+108000]\cdot 10^{-9}\ J \Rightarrow$$

$$\Rightarrow W_{M\to K} = 54000\,[2 - \sqrt{2}\,(1 + 0{,}2\sqrt{5})]\cdot 10^{-9}\ J \Rightarrow$$

$$\Rightarrow W_{M\to K} = 54\cdot 10^{-6}\,(2 - \sqrt{2} - 0{,}2\sqrt{10})\ J < 0$$

Με αντικατάσταση των ριζών προκύπτει: $\boxed{\mathbf{W_{M\to K} = -\,2{,}5\cdot 10^{-6}\ J}}$

Αφού το έργο είναι αρνητικό συμπεραίνουμε ότι η δύναμη του πεδίου αντιστέκεται στη μετακίνηση του φορτίου q από το Μ στο Κ. Άρα για τη μετακίνηση αυτή πρέπει να δαπανήσουμε ενέργεια.

Πρόβλημα 6

Οι οπλισμοί ενός επίπεδου πυκνωτή έχουν εμβαδόν 0,4 m^2, απέχουν απόσταση 8,85 mm και συνδέονται με πηγή σταθερής τάσης 88,5 V. Μεταξύ των οπλισμών του πυκνωτή υπάρχει κενό. Η απόλυτη διηλεκτρική σταθερά του κενού είναι $\varepsilon_0 = 8{,}85\cdot 10^{-12}\,\frac{C^2}{N\,m^2}$.

α. Να υπολογιστεί η χωρητικότητα του πυκνωτή.

β. Από σημείο του θετικά φορτισμένου οπλισμού του πυκνωτή ελευθερώνεται, χωρίς αρχική ταχύτητα, θετικά φορτισμένο σωματίδιο αμελητέου βάρους με φορτίο $3{,}2\cdot 10^{-19}$ C. Να υπολογιστεί το μέτρο της δύναμης που ασκείται στο φορτίο.

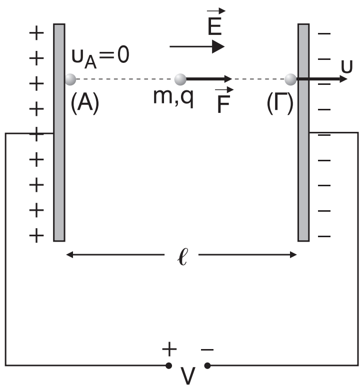
γ. Να υπολογιστεί η κινητική ενέργεια που έχει το σωματίδιο όταν φτάνει στον αρνητικά φορτισμένο οπλισμό.

δ. Ο χώρος μεταξύ των οπλισμών του πυκνωτή καλύπτεται πλήρως με μονωτικό υλικό (διηλεκτρικό) που έχει σχετική διηλεκτρική σταθερά ε = 4,5. Να υπολογίσετε τη νέα τιμή της χωρητικότητας του πυκνωτή.

[Εξετάσεις 2002]

Λύση

Δεδομένα	***Ζητούμενα***
$S = 0{,}4\ m^2 = 4 \cdot 10^{-1}\ m^2$	α. $C_0 = ;$
$\ell = 8{,}85\ mm = 8{,}85 \cdot 10^{-3}\ m$	β. $F = ;$
$\varepsilon_0 = 8{,}85 \cdot 10^{-12}\ \frac{C^2}{N\,m^2}$	γ. $K = ;$
$V = 88{,}5\ V$	δ. $C = ;$
$q = 3{,}2 \cdot 10^{-19}\ C$	
$\varepsilon = 4{,}5$	



α. Η χωρητικότητα C_0 του πυκνωτή δίνεται από τη σχέση:

$$C_0 = \varepsilon_0 \frac{S}{\ell} \Rightarrow C_0 = 8{,}85 \cdot 10^{-12}\ \frac{4 \cdot 10^{-1}}{8{,}85 \cdot 10^{-3}}\ F \Rightarrow C_0 = 4 \cdot 10^{-10}\ F$$

β. Η τάση V της πηγής ισούται με τη διαφορά δυναμικού μεταξύ των οπλισμών του πυκνωτή. Αν $\vec{E}$ η ένταση του ομογενούς ηλεκτρικού πεδίου μεταξύ των οπλισμών, για το μέτρο της E ισχύει:

$$E = \frac{V}{\ell} \Rightarrow E = \frac{88{,}5}{8{,}85 \cdot 10^{-3}}\ \frac{V}{m} \Rightarrow E = 10^4\ \frac{V}{m}$$

Το μέτρο F της δύναμης που δέχεται το φορτίο q από το πεδίο, είναι:

$$F = E \cdot q \Rightarrow F = 10^4 \cdot 3{,}2 \cdot 10^{-19}\ N \Rightarrow F = 3{,}2 \cdot 10^{-15}\ N$$

γ. Για τον υπολογισμό της κινητικής ενέργειας K του φορτισμένου σωματιδίου όταν φτάνει στον αρνητικό φορτισμένο οπλισμό, παραθέτουμε τους παρακάτω τρόπους.

Α΄ τρόπος

Το φορτισμένο σωματίδιο δέχεται σταθερή δύναμη από το πεδίο ($\vec{F} = \vec{E} \cdot q$ = σταθ.), ομόρροπη της έντασης ($\vec{F} \uparrow\uparrow \vec{E}$) του πεδίου. Άρα αποκτά σταθερή επιτάχυνση $\vec{\alpha}$, ομόρροπη της δύναμης, μέτρου $\alpha = \dfrac{F}{m}$ (η δύναμη $\vec{F}$, ως η μοναδική δύναμη που ασκείται στο σωματίδιο, ισούται με τη συνισταμένη $\Sigma\vec{F}$ των δυνάμεων). Οπότε το σωματίδιο εκτελεί ευθύγραμμη ομαλά επιταχυνόμενη κίνηση και μάλιστα χωρίς αρχική ταχύτητα. Αν υ το μέτρο της ταχύτητας του σωματιδίου όταν φτάνει στο σημείο Γ και t ο χρόνος που χρειάστηκε για να πάει από το Α στο Γ διανύοντας την απόσταση ℓ, έχουμε:

$$\upsilon = \alpha \cdot t \Rightarrow t = \frac{\upsilon}{\alpha} \quad \text{και}$$

$$\ell = \frac{1}{2}\alpha t^2 \xRightarrow{t=\upsilon/\alpha} \ell = \frac{1}{2}\alpha\frac{\upsilon^2}{\alpha^2} \Rightarrow \ell = \frac{1}{2}\frac{\upsilon^2}{\alpha} \xRightarrow{\alpha=F/m} \ell = \frac{1}{2}\frac{\upsilon^2}{\frac{F}{m}} \Rightarrow \ell = \frac{1}{2}\frac{m\upsilon^2}{F} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow F \cdot \ell = \frac{1}{2}m\upsilon^2 \xRightarrow{(1/2)m\upsilon^2=K} K = F \cdot \ell \overset{S.I}{\Rightarrow} K = 3{,}2 \cdot 10^{-15} \cdot 8{,}85 \cdot 10^{-3}\ J \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \boxed{K = 28{,}32 \cdot 10^{-18}\ J}$$

Β΄ τρόπος

Η μόνη δύναμη που ενεργεί στο σωματίδιο είναι η δύναμη F που δέχεται από το ηλεκτρικό πεδίο η οποία είναι συντηρητική δύναμη. Άρα η μηχανική ενέργεια E_μ του σωματιδίου, κατά την κίνησή του από το Α στο Γ, παραμένει σταθερή. Δηλαδή, $E_{\mu(A)} = E_{\mu(\Gamma)}$ (Αρχή διατήρησης της μηχανικής ενέργειας). Αν U_A, U_Γ η ηλεκτρική δυναμική ενέργεια του σωματιδίου στα σημείο Α και Γ, V_A και V_Γ τα αντίστοιχα δυναμικά ισχύει:

$$U_A = V_A \cdot q \quad \text{και} \quad U_\Gamma = V_\Gamma \cdot q$$

Η κινητική ενέργεια του σωματιδίου στο σημείο Α είναι $K_A = 0$ και στο σημείο Γ είναι $K_\Gamma = K$. Επειδή η μηχανική ενέργεια ισούται με το άθροισμα κινητικής και δυναμικής ενέργειας (Eμ = K + U) από τη σχέση $E_{\mu(A)} = E_{\mu(\Gamma)}$ προκύπτει:

$K_A + U_A = K_\Gamma + U_\Gamma \Rightarrow 0 + V_A \cdot q = K + V_\Gamma \cdot q \Rightarrow V_A \cdot q - V_\Gamma \cdot q = K \Rightarrow$

$\Rightarrow K = (V_A - V_\Gamma) \cdot q \xRightarrow{V_A - V_\Gamma = V} K = V \cdot q \Rightarrow K = 88{,}5 \cdot 3{,}2 \cdot 10^{-19}\ J \Rightarrow$

$\Rightarrow \boxed{K = 28{,}32 \cdot 10^{-18}\ J}$

Γ΄ τρόπος

Εφαρμόζουμε το θεώρημα μεταβολής της κινητικής ενέργειας (Θ.Μ.Κ.Ε) για την κίνηση του σωματιδίου από το Α στο Γ.

$K_{τελ} - K_{αρχ} = W_F^{A \to \Gamma} \Rightarrow K - 0 = F \cdot \ell \Rightarrow K = F \cdot \ell \overset{S.I}{\Rightarrow}$

$\Rightarrow K = 3{,}2 \cdot 10^{-15} \cdot 8{,}85 \cdot 3{,}2 \cdot 10^{-19}\ J \Rightarrow$

$\Rightarrow \boxed{K = 28{,}32 \cdot 10^{-18}\ J}$

ή $K_{τελ} - K_{αρχ} = W_F^{A \to \Gamma} \Rightarrow K - 0 = (V_A - V_\Gamma) \cdot q \xRightarrow{V_A - V_\Gamma = V} K = Vq \overset{S.I}{\Rightarrow}$

$\Rightarrow K = 88{,}5 \cdot 3{,}2 \cdot 10^{-19}\ J \Rightarrow \boxed{K = 28{,}32 \cdot 10^{-18}\ J}$

δ. Η χωρητικότητα C μετά την προσθήκη του διηλεκτρικού είναι:

$C = \varepsilon \cdot \varepsilon_0 \dfrac{S}{\ell} \xRightarrow{\varepsilon_0 S/\ell = C_0} C = \varepsilon \cdot C_0 \Rightarrow C = 4{,}5 \cdot 4 \cdot 10^{-10}\ F \Rightarrow \boxed{C = 18 \cdot 10^{-10}\ F}$

ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΑ ΓΙΑ ΛΥΣΗ

1. Το μέτρο της δύναμης Coulomb που αναπτύσσεται μεταξύ δύο ίσων φορτίων $q_1 = q_2 = -1\ \mu C$ είναι 10^3 N. Αν $k = 9 \cdot 10^9 \dfrac{Nm^2}{C^2}$, βρείτε την απόσταση μεταξύ των δύο φορτίων.

[Απ. $r = 3 \cdot 10^{-3}$ m]

2. Αν το μέτρο της δύναμης που αναπτύσσεται μεταξύ δύο φορτίων, όταν απέχουν μεταξύ τους απόσταση r, είναι ίση με 32 N, βρείτε:

α. το μέτρο της δύναμης αν η απόσταση μεταξύ των δύο φορτίων γίνει $r_1 = 4r$.

β. το ποσοστό % της μεταβολής του μέτρου της δύναμης

[Απ. α. $F_1 = \dfrac{F}{16} = 2N$, β. $\Pi = -93{,}75\ \%$]

3. Το πρωτόνιο του πυρήνα στο άτομο του υδρογόνου, έχεο φορτίο $q_\rho = e = 1{,}6 \cdot 10^{-19}$ C και ασκεί ελκτική δύναμη στο ηλεκτρόνιο που στρέφεται γύρω από τον πυρήνα, μέτρου $F = 92{,}16 \cdot 10^{-9}$ N. Αν το φορτίο του ηλεκτρονίου είναι $q_e = -e = 1{,}6 \cdot 10^{-19}$ C, βρείτε:

α. την ακτίνα της κυκλικής τροχιάς του ηλεκτρονίου

β. την ταχύτητα του ηλεκτρονίου

Δίνονται: μάζα ηλεκτρονίου $m_e = 9 \cdot 10^{-31}$ Kg, $k = 9 \cdot 10^9 \dfrac{Nm^2}{C^2}$ και η κίνηση του ηλεκτρονίου είναι ομαλή κυκλική. Η βαρυτική αλληλεπίδραση μεταξύ πρωτονίου και ηλεκτρονίου να θεωρηθεί αμελητέα.

[Απ. α. $r = 5 \cdot 10^{-11}$ m, β. $\upsilon = 16\sqrt{2} \cdot 10^5 \dfrac{m}{s}$]

4. Σημειακό φορτίο $q_1 = 4$ μC δέχεται ελκτική δύναμη μέτρου F = 4 N από άλλο σημειακό φορτίο q_2 που βρίσκεται σε απόσταση r = 9 cm από το q_1. Αν $k = 9 \cdot 10^9 \dfrac{Nm^2}{C^2}$, βρείτε το φορτίο q_2.

[Απ. $q_2 = -9 \cdot 10^{-7}$ C]

5. Η ένταση σ' ένα σημείο Σ ηλεκτρικού πεδίου έχει μέτρο $E = 2 \cdot 10^5$ N/C. Τι φορτίο πρέπει να τοποθετήσουμε στο σημείο Σ ώστε να δέχεται από το πεδίο,

α. δύναμη 2N, ομόρροπη της έντασης

β. δύναμη 4N, αντίρροπη της έντασης

[Απ. α. $q = 10^{-5}$ C, β. $q = -2 \cdot 10^{-5}$ C]

6. Στις κορυφές Β, Γ ισοπλεύρου τριγώνου $\overset{\Delta}{\text{ΑΒΓ}}$ πλευράς 1 cm τοποθετούνται δύο ίσα φορτία 4 μC το καθένα. Αν $k = 9 \cdot 10^9 \dfrac{N \cdot m^2}{C^2}$, βρείτε:

α. την ένταση του ηλεκτρικού πεδίου στο μέσο Μ της ΒΓ

β. την ένταση του ηλεκτρικού πεδίου στην κορυφή Α του τριγώνου

γ. τη δύναμη που θα δεχτεί από το πεδίο ένα φορτίο q = –1 μC που θα βρεθεί στο σημείο Α.

[Απ. α. $\vec{E}_M = 0$, β. $E_A = 36\sqrt{3} \cdot 10^7$ N/C με $\vec{E} \perp$ ΒΓ,
γ. $F = 360\sqrt{3}$ N με $\vec{F} \uparrow\downarrow \vec{E}_A$]

7. Δύο φορτισμένες σφαίρες αμελητέας μάζας και ακτίνας είναι δεμένες στα άκρα μη εκτατού αβαρούς νήματος. Το φορτίο της κάθε σφαίρας είναι 1 μC. Οι δύο σφαίρες ισορροπούν πάνω σε λείο οριζόντιο τραπέζι με το νήμα να είναι τεντωμένο. Αν η τάση του νήματος είναι ίση με 10 N, βρείτε το μήκος του νήματος. Δίνεται $k = 9 \cdot 10^9 \dfrac{N \cdot m^2}{C^2}$.

[Απ. $\ell = 3 \cdot 10^{-2}$ m]

8. Φορτισμένο σωματίδιο με αμελητέα μάζα και φορτίο $q = -2$ μC στερεώνεται στο κάτω άκρο κατακόρυφου ιδανικού ελατηρίου, το πάνω άκρο του οποίου είναι ακλόνητα στερεωμένο. Το σύστημα βρίσκεται μέσα σε κατακόρυφο ομογενές ηλεκτρικό πεδίο έντασης $E = 10^6 \dfrac{N}{C}$ και το σφαιρίδιο ισορροπεί. Αν η σταθερά του ελατηρίου είναι $K = 100 \dfrac{N}{m}$, βρείτε:

α. τη φορά της έντασης του ηλεκτρικού πεδίου

β. την παραμόρφωση του ελατηρίου

[Απ. α. προς τα πάνω, β. $x = 2 \cdot 10^{-2}$ m]

9. Σε τρία διαδοχικά σημεία Α, Β, Γ μιας ευθείας, τοποθετούμε τα φορτία q_1, $q_2 = \dfrac{-q_1}{6}$ και $q_3 = q_2$ αντίστοιχα. Αν ΑΒ = ΒΓ, βρείτε το δυναμικό του πεδίου στο μέσο Δ του τμήματος ΒΓ.

[Απ.: $V_\Delta = 0$]

10. Στα άκρα Β, Γ οριζόντιας υποτείνουσας ΒΓ ορθογωνίου ισοσκελούς τριγώνου $\overset{\Delta}{\text{ΑΒΓ}}$ είναι τοποθετημένα αντίστοιχα τα φορτία $Q_1 = Q_2 = \sqrt{2}$ μC. Το επίπεδο του τριγώνου είναι κατακόρυφο και η κορυφή Α βρίσκεται πάνω από την ΒΓ. Τοποθετούμε στην κορυφή Α σημειακό αντικείμενο μάζας m = 10 gr και φορτίου q = 2 μC, ο οποίο ισορροπεί.

Αν $g = 10 \dfrac{m}{s^2}$ και $k = 9 \cdot 10^9 \dfrac{N \cdot m^2}{C^2}$, βρείτε το μήκος των κάθετων πλευρών του τριγώνου.

[Απ. ΑΒ = ΑΓ = 0,6 m]

11. Μικρή φορτισμένη σταγόνα λαδιού με μάζα $m = 3{,}2 \cdot 10^{-8}$ kg και φορτίο $q<0$, κατεβαίνει κατακόρυφα με σταθερή ταχύτητα μέσα σε ομογενές ηλεκτρικό πεδίο έντασης $E = 10^2$ N/C. Η επιτάχυνση της βαρύτητας είναι $g = 10 \dfrac{m}{s^2}$ και η αντίσταση του αέρα αμελητέα.

α. Βρείτε την κατεύθυνση της έντασης του ηλεκτρικού φορτίου.

β. Βρείτε το πλεόνασμα των ηλεκτρονίων που περιέχονται στη φοερτισμένη σταγόνα λαδιού. Δίνεται το στοιχειώδες φορτίο $e = 1{,}6 \cdot 10^{-19}$ C.

γ. Αν το πλεόνασμα των ηλεκτρονίων μειωθεί στο μισό να περιγράψετε την κίνηση της σταγόνας.

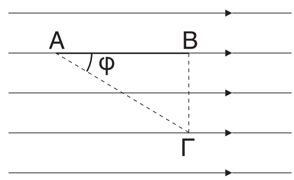
[Απ. α. κατακόρυφη με φορά προς τα κάτω, β. $N = 2 \cdot 10^{10}$ ηλεκτρόνια, γ. ευθύγραμμη ομαλά επιταχυνόμενη με επιτάχυνση $\alpha = 5\ \frac{m}{s^2}$ και φορά προς τα κάτω]

12. Σημείο Α απέχει από ακίνητο σημειακό φορτίο Q = 5 μC απόσταση r = 25 cm. Βρείτε το έργο της δύναμης του πεδίου κατά τη μεταφορά ενός φορτίου $q = 0{,}2 \cdot 10^{-6}$ C, από το άπειρο στο σημείο Α.

Δίνεται: $k = 9 \cdot 10^9\ \frac{N \cdot m^2}{C^2}$.

[Απ. $W_{\infty \to A} = -3{,}6 \cdot 10^{-2}$ J]

13. Στο ομογενές ηλεκτρικό πεδίο του διπλανού σχήματος είναι $Γ\Delta = \sqrt{3}$ cm και $\varphi = 30^\circ$. Το δυναμικό στα σημεία Α και Δ είναι αντίστοιχα $V_A = 27$ V και $V_\Delta = 18$ V. Να βρεθούν:



α. το μέτρο της έντασης του ηλεκτρικού πεδίου.

β. το έργο της δύναμης του πεδίου κατά τη μεταφορά ενός φορτίου q = –4 nC από το σημείο Γ στο σημείο Α.

γ. η ηλεκτρική δυναμική ενέργεια ενός φορτίου Q = –3 μC στο σημείο Γ.

[Απ. α. $E = 300\ \frac{V}{m}$, β. $W_{Γ\to A} = 36 \cdot 10^{-9}$ J, γ. $U = -54 \cdot 10^{-6}$ J]

14. Στα άκρα ευθυγράμμου τμήματος ΑΒ μήκους r = 12 cm τοποθετούμε αντίστοιχα τα φορτία $Q_1 = 3$ μC και $Q_2 = 27$ μC.

α. Σε ποιο ή ποια σημεία του χώρου, η ένταση του ηλεκτρικού πεδίου είναι ίσο με μηδέν;

β. Σε ποιο ή ποια σημεία του χώρου εκτός του απείρου, το δυναμικό του ηλεκτρικού πεδίου είναι ίση με μηδέν;

[Απ. α. Σε σημείο Σ μεταξύ των Α, Β που απέχει από το Α 3 cm , β. Σε κανένα σημείο]

15. Στα άκρα ευθυγράμμου τμήματος ΑΒ μήκους r = 24 cm οποθετούμε αντίστοιχα τα φορτία $Q_1 = -2$ μC και $Q_2 = 32$ μC.

α. Σε ποιο ή ποια σημεία του χώρου, η ένταση του ηλεκτρικού πεδίου είναι ίση με μηδέν;

β. Σε ποιο ή ποια σημεία της ευθείας ΑΒ εκτός του απείρου, το δυναμικό του ηλεκτρικού πεδίου είναι ίση με μηδέν;

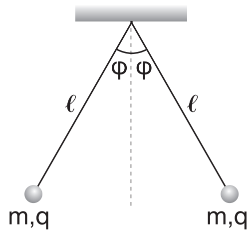
[Απ. α. Σε σημείο Σ της ευθείας ΑΒ, αριστερά του Α που απέχει από το Α 8 cm.
β. Σε σημείο Κ της ευθείας ΑΒ, αριστερά του Α που απέχει από το Α 1,6 cm και σε σημείο Λ μεταξύ των Α, Β που απέχει από το Α $\frac{24}{17}$ cm]

16. Στα άκρα ευθυγράμμου τμήματος τοποθετούμε αντίστοιχα τα φορτία Q και –Q. Σε ποιο ή ποια σημεία του χώρου, το δυναμικό του ηλεκτρικού πεδίου είναι ίσο με μηδέν;

[Απ. Όλα τα σημεία του επιπέδου που διέρχεται κάθετα από το μέσο του ευθυγράμμου τμήματος ΑΒ]

17. Τα σφαιρίδια του διπλανού σχήματος έχουν μάζα $m = 30\sqrt{3}$ gr, φορτίο q και ισορροπούν ώστε τα νήματα να σχηματίζουν το καθένα με την κατακόρυφο γωνία $\varphi = 30^\circ$. Αν το μήκος των νημάτων είναι $\ell = 50$ cm, βρείτε το φορτίο q.

Δίνονται $g = 10\ \frac{m}{s^2}$ και $k = 9 \cdot 10^9\ \frac{N \cdot m^2}{C^2}$.



[Απ. $q = 5 \cdot 10^{-6}$ C]

18. Φορτίο Q = –10 μC δημιουργεί γύρω του ηλεκτρικό πεδίο. Σε πόση απόσταση από το φορτίο Q,

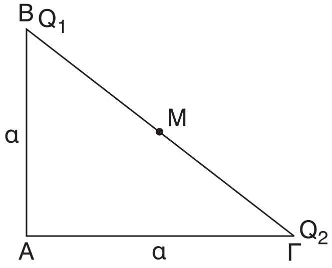
α. η ένταση του πεδίου έχει μέτρο 100 $\frac{N}{C}$;

β. το δυναμικό του πεδίου είναι ίσο με -10^4 V;

[Απ. α. $r_1 = 30$ m, β. $r_2 = 9$ m]

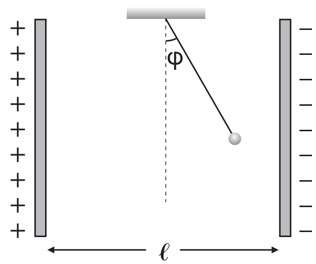
19. Στις κορυφές Β και Γ του διπλανού ισοσκελούς και ορθογωνίου τριγώνου τοποθετούμε τα φορτία Q_1, Q_2 αντίστοιχα με

$Q_1 = Q_2 = 8 \cdot 10^{-8}$ C. Αν $k = 9 \cdot 10^9 \dfrac{N \cdot m^2}{C^2}$, βρείτε τη διαφορά δυναμικού $V_M - V_A$ μεταξύ του μέσου Μ, της υποτείνουσας ΒΓ και της κορυφής Α. Οι κάθετες πλευρές του τριγώνου έχουν μήκος $\alpha = 9\sqrt{2}$ cm.



[Απ. $V_M - V_A = 8 \cdot 10^3(2 - \sqrt{2})$V]

20. Η διαφορά δυναμικού μεταξύ των οπλισμών του επίπεδου πυκνωτή στο διπλανό σχήμα είναι V = 100 V ενώ η μεταξύ τους απόσταση είναι ℓ = 25 cm. Το φορτισμένο σφαιρίδιο ισορροπεί μέσα στο ηλεκτρικό πεδίο όταν το νήμα σχηματίζει με την κατακόρυφο γωνία φ. Αν η μάζα του σφαιριδίου είναι 4 gr, το φορτίο του 100 μC και η επιτάχυνση της βαρύτητας $g = 10 \dfrac{m}{s^2}$, να υπολογίσετε τη γωνία φ.



[Απ. φ = 45°]

21. Φορτισμένο σωματίδιο μάζας $m = 9 \cdot 10^{-21}$ Kg και φορτίου $q = -1{,}6 \cdot 10^{-19}$ C εκτοξεύεται με ταχύτητα $\upsilon_0 = 100 \dfrac{m}{s}$ από ένα σημείο του θετικά φορτισμένου οπλισμού ενός επίπεδου πυκνωτή παράλληλα προς τις δυναμικές γραμμές του πεδίου και με φορά προς τον αρνητικά φορτισμένο οπλισμό. Η ένταση του πεδίου είναι $5625 \dfrac{N}{C}$.

α. Βρείτε την απόσταση μεταξύ των οπλισμών ώστε το σωματίδιο να φτάνει στον αρνητικά φορτισμένο οπλισμό με μηδενική ταχύτητα.

β. Τη διαφορά δυναμικού μεταξύ των οπλισμών του πυκνωτή. Το βάρος του σωματιδίου να θεωρηθεί αμελητέο.

[Απ. α. ℓ = 90 cm, β. V = 5062,5 V]

22. Πυκνωτής χωρητικότητας C = 20 μF φορτίζεται με τάση που αυξάνεται από 0 V σε 40 V. Να βρεθούν:

α. το μέγιστο φορτίο που αποκτά ο πυκνωτής

β. το φορτίο του πυκνωτή όταν η τάση είναι ίση με 10 V.

[Απ. α. $Q_{max} = 8 \cdot 10^{-4}$ C, β. $Q = 2 \cdot 10^{-4}$ C]

23. Το εμβαδό των οπλισμών ενός επίπεδου πυκνωτή είναι 0,04 m^2 ενώ η μεταξύ τους απόσταση είναι 2 cm. Μεταξύ των οπλισμών παρεμβάλλεται διηλεκτρικό με $\varepsilon = 8$. Αν ο πυκνωτής είναι φορτισμένος με τάση 400 V βρείτε:

α. τη χωρητικότητα του πυκνωτή

β. τη μεταβολή της ενέργειας ηλεκτρικού πεδίου του πυκνωτή αν αφαιρέσουμε το διηλεκτρικό διατηρώντας σταθερή την τάση.

Δίνεται $\varepsilon_0 = 8{,}85 \cdot 10^{-12} \dfrac{C^2}{N \cdot m^2}$.

[Απ. α. $C = 1{,}416 \cdot 10^{-10}$ F, β. $\Delta U = -9{,}912 \cdot 10^{-6}$ J]

24. Επίπεδος πυκνωτής αέρα χωρητικότητας 20 nF φορτίζεται με τάση 500 V.

α. Βρείτε το φορτίο του πυκνωτή.

β. Αν, διατηρώντας την τάση σταθερή, διπλασιάσουμε την απόσταση μεταξύ των οπλισμών, βρείτε το καινούριο φορτίο του πυκνωτή.

γ. Για την μεταβολή του μήκους του ερωτήματος (β), βρείτε το ποσοστό % της μείωσης της ηλεκτρικής ενέργειας του πυκνωτή.

[Απ. α. $Q = 10^{-5}$ C, β. $Q_1 = 0{,}5 \cdot 10^{-5}$ C, γ. Π = 50%]

25. Επίπεδος πυκνωτής αέρα χωρητικότητας 4 μF φορτίζεται με πηγή τάσης, 400 V.

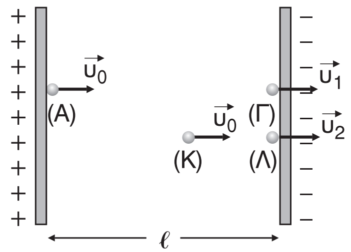
α. Βρείτε το φορτίο του πυκνωτή.

β. Αφού αποσυνδέουμε τον πυκνωτή από την πηγή, μειώνουμε την απόσταση μεταξύ των οπλισμών, στο $\frac{1}{4}$ της αρχικής του τιμής. Βρείτε την καινούρια τάση του πυκνωτή και το ποσοστό % της μεταβολής του μέτρου της έντασης του ηλεκτρικού πεδίου.

γ. Βρείτε την ενέργεια του πυκνωτή μετά τη μείωση της απόστασης μεταξύ των οπλισμών του..

[Απ. α. $Q = 16 \cdot 10^{-4}$ C, β. $V_1 = 100$ V, Π = 0%, γ. $U_{τελ} = 8 \cdot 10^{-2}$ J]

26. Δύο εντελώς όμοια φορτισμένα σωματίδια εκτοξεύονται, το ένα από το σημείο Α και το άλλο από το σημείο Κ του ομογενούς ηλεκτρικού πεδίου του διπλανού σχήματος, με την ίδια ταχύτητα $\vec{υ}_0$. Το πρώτο σωματίδιο φτάνει στο σημείο Γ με ταχύτητα $\vec{υ}_1$ και το δεύτερο στο σημείο Λ με ταχύτητα $\vec{υ}_2$. Τα σωματίδια είναι θετικά φορτισμένα με μάζα m και φορτίο q, οι



αποστάσεις είναι ΑΓ = ℓ και ΚΛ = $\frac{\ell}{4}$. Αν το βάρος των σωματιδίων θεωρείται αμελητέο να βρεθούν:

α. ο λόγος $\frac{F_1}{F_2}$ των μέτρων των δυνάμεων που δέχονται τα σωματίδια από το πεδίο

β. ο λόγος των διαφορών δυναμικού $\frac{V_{ΑΓ}}{V_{ΚΛ}}$

γ. ο λόγος των κινητικών ενεργειών $\frac{K_1}{K_2}$ των δύο σωματιδίων όταν φτάνουν στην αρνητικά φορτισμένη πλάκα

δ. ο λόγος των μέτρων των ταχυτήτων $\frac{υ_1}{υ_2}$.

Δίνεται ότι $K_1 = 3m \cdot υ_0^2$.

$\left[\text{Απ. α. } \frac{F_1}{F_2} = 1, \text{ β. } \frac{V_{ΑΓ}}{V_{ΚΛ}} = 4, \text{ γ. } \frac{K_1}{K_2} = \frac{8}{3}, \text{ δ. } \frac{υ_1}{υ_2} = 2\sqrt{\frac{2}{3}}\right]$

27. Επίπεδος πυκνωτής με διηλεκτρικό χωρητικότητας 24μF φορτίζεται με πηγή τάσης 240 V. Αφού αποσυνδέσουμε τον πυκνωτή από την πηγή, αφαιρούμε το διηλεκτρικό και παρατηρούμε ότι η ένταση του ηλεκτρικού πεδίου μεταξύ των οπλισμών του πυκνωτή, πενταπλασιάζεται. Βρείτε:

α. τη σχετική διηλεκτρική σταθερά του διηλεκτρικού

β. την ηλεκτρική ενέργεια στον πυκνωτή μετά την αφαίρεση του διηλεκτρικού

γ. τη μεταβολή της τάσης του πυκνωτή κατά την αφαίρεση του διηλεκτρικού.

[Απ. α. ε = 5, β. U = 3,456 J, γ. ΔV = 960 V]

28. Η μέγιστη τιμή της έντασης του ηλεκτρικού πεδίου μεταξύ των οπλισμών ενός επίπεδου πυκνωτή αέρα, ώστε να μην ξεσπάσει ηλεκτρικό σπινθήρας (διηλεκτρική αντοχή του αέρα), είναι ίση με $8 \cdot 10^5 \frac{V}{m}$. Η απόσταση μεταξύ των οπλισμών είναι 4 cm και η χωρητικότητα του πυκνωτή 12 nF. Βρείτε το μέγιστο φορτίο και τη μέγιστη ηλεκτρική ενέργεια που μπορεί να αποθηκεύσει ο πυκνωτής χωρίς να ξεσπάσει ηλεκτρικός σπινθήρας.

[Απ. $Q_{max} = 3,84 \cdot 10^{-4}$ C, $U_{max} = 6,144$J]

29. Βρείτε τη χωρητικότητα ενός επίπεδου πυκνωτή αν η απόσταση μεταξύ των οπλισμών του είναι 3 mm, η ενέργειά του 9 mJ και η ένταση του ηλεκτρικού πεδίου μεταξύ των οπλισμών του $10^6\ \frac{V}{m}$.

[Απ. $C = 2 \cdot 10^{-9}$ F]

30. Πυκνωτής αέρα χωρητικότητας C = 12 pF φορτίζεται με τάση V. Αν διατηρήσουμε την τάση σταθερή, ποια η σχετική διηλεκτρική σταθερά ε του διηλεκτρικού που πρέπει να τοποθετήσουμε στον πυκνωτή, ώστε να τετραπλασιαστεί η ενέργεια του ηλεκτρικού του πεδίου;

[Απ. ε = 4]

ΑΠΑΝΤΗΣΕΙΣ ΣΤΙΣ ΕΡΩΤΗΣΕΙΣ ΚΑΙ ΤΑ ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΑ ΤΟΥ ΣΧΟΛΙΚΟΥ ΒΙΒΛΙΟΥ

Ερωτήσεις - Δραστηριότητες σχολικού βιβλίου

1. ***α) Να διατυπώσετε το νόμο του Coulomb και να γράψετε την αντίστοιχη σχέση.***

β) Ποιες οι μονάδες των μεγεθών που εμφανίζονται στη σχέση;

Απάντηση

α) Η απάντηση βρίσκεται στην παράγραφο 3.1.1 του παρόντος βιβλίου: «Η ελκτική ή απωστική ... το κάθε σημειακό φορτίο q_1 και q_2».

β) Στη σχέση $F = k\dfrac{|q_1q_2|}{r^2}$ έχουμε:

μονάδα μέτρησης της δύναμης F στο S.I. είναι το 1 N,

μονάδα μέτρησης της σταθεράς k στο S.I. είναι το 1 $\dfrac{N \cdot m^2}{C^2}$,

μονάδα μέτρησης των φορτίων q_1, q_2 στο S.I. είναι το 1 C,

μονάδα μέτρησης της απόστασης r στο S.I. είναι το 1 m.

2. ***Ποιες οι ομοιότητες και ποιες οι διαφορές ανάμεσα στο νόμο του Coulomb και το νόμο της παγκόσμιας έλξης;***

Απάντηση

- Ομοιότητες

α. Οι δυνάμεις που περιγράφονται από τους δύο νόμους (δυνάμεις Coulomb και βαρυτικές δυνάμεις) είναι δυνάμεις κεντρικές, δηλαδή έχουν διεύθυνση που ορίζεται από τα δύο φορτία ή τις δύο μάζες αντίστοιχα.

β. Τα μέτρα των δυνάμεων ακολουθούν το νόμο του αντιστρόφου τετραγώνου, δηλαδή τα μέτρα των δύο δυνάμεων είναι αντιστρόφως ανάλογα του τετραγώνου της απόστασης μεταξύ των δύο φορτίων ή των δύο μαζών.

γ. Και οι δύο δυνάμεις είναι συντηρητικές (διατηρητικές), δηλαδή το έργο τους κατά μήκος μιας κλειστής διαδρομής είναι ίσο με μηδέν.

- Διαφορές

α. Οι βαρυτικές δυνάμεις είναι μόνο ελκτικές ενώ οι δυνάμεις Coulomb μπορεί να είναι είτε ελκτικές είτε απωστικές.

β. Το μέτρο των βαρυτικών δυνάμεων δεν εξαρτάται από το υλικό που παρεμβάλλεται μεταξύ των μαζών ενώ το μέτρο των δυνάμεων Coulomb, εξαρτάται από το υλικό που παρεμβάλλεται μεταξύ των φορτίων.

γ. Οι βαρυτικές δυνάμεις κυριαρχούν στον «μακρόκοσμο» και είναι υπεύθυνες για τις κινήσεις των πλανητών, των δορυφόρων, για τις παλίρροιες κλπ., ενώ οι δυνάμεις Coulomb κυριαρχούν στον «μικρόκοσμο» και συμμετέχουν στο σχηματισμό των ατόμων, μορίων κλπ., και είναι πολύ μεγαλύτερες από τις αντίστοιχες βαρυτικές μεταξύ των ίδιων σωματιδίων.

3. ***Δύο όμοια ηλεκτρικά φορτία απέχουν σταθερή απόσταση. Ποιο θα είναι το αποτέλεσμα στη δύναμη Coulomb εάν:***
α) Ένα από τα δύο φορτία διπλασιαστεί.
β) Ένα φορτίο διπλασιαστεί και το άλλο υποδιπλασιαστεί.
γ) Διπλασιαστούν και τα δύο φορτία.

Απάντηση

Αν q το κάθε φορτίο, r η μεταξύ τους απόσταση και F το μέτρο της δύναμης Coulomb, έχουμε:

$$F = k\frac{|qq|}{r^2} \Rightarrow F = k\,\frac{q^2}{r^2} \quad (1)$$

α) Στην περίπτωση αυτή το μέτρο F_1 της δύναμης Coulomb γίνεται:

$$F_1 = k\,\frac{|2qq|}{r^2} = k\,\frac{2q^2}{r^2} = 2k\,\frac{q^2}{r^2} \overset{(1)}{\Rightarrow} \boxed{F_1 = 2F}$$

Δηλαδή, η δύναμη Coulomb διπλασιάζεται.

β) Στην περίπτωση αυτή το μέτρο F_2 της δύναμης Coulomb γίνεται:

$$F_2 = k\,\frac{\left|2q\,\frac{q}{2}\right|}{r^2} = k\,\frac{q^2}{r^2} \overset{(1)}{\Rightarrow} \boxed{F_2 = F}$$

Δηλαδή, η δύναμη Coulomb δεν μεταβάλλεται.

γ) Στην περίπτωση αυτή το μέτρο F_3 της δύναμης Coulomb γίνεται:

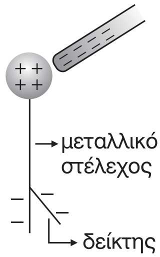
$$F_3 = k\,\frac{|2q \cdot 2q|}{r^2} = k\,\frac{4q^2}{r^2} = 4k\,\frac{q^2}{r^2} \overset{(1)}{\Rightarrow} \boxed{F_3 = 4F}$$

Δηλαδή, η δύναμη Coulomb τετραπλασιάζεται.

4. ***Ένα ηλεκτροσκόπιο μπορεί να χρησιμοποιηθεί, για να ανιχνεύει ηλεκτρικό φορτίο. Πλησιάζουμε μία αρνητικά φορτισμένη ράβδο στο σφαιρίδιο του ηλεκτροσκοπίου.***
α) Τι παρατηρείτε;
β) Τι είδους φορτίο εμφανίζεται στο σφαιρίδιο;
γ) Ποιο είναι το συνολικό φορτίο του ηλεκτροσκοπίου; (εξηγήστε)

Απάντηση

α) Αν πλησιάσουμε μία αρνητικά φορτισμένη ράβδο στο σφαιρίδιο του ηλεκτροσκοπίου παρατηρούμε, όπως φαίνεται στο σχήμα, ότι ο δείκτης αποκλίνει από την αρχική κατακόρυφη θέση.



β) Στο σφαιρίδιο, λόγω επαγωγής, εμφανίζεται θετικό φορτίο.

γ) Το συνολικό φορτίο του ηλεκτροσκοπίου είναι ίσο με μηδέν, διότι, καθώς πλησιάζουμε την αρνητικά φορτισμένη ράβδο στο σφαιρίδιο, τα ηλεκτρόνια του σφαιριδίου απωθούνται και μέσω του μεταλλικού στελέχους συσσωρεύονται στο κάτω μέρος με αποτέλεσμα ο δείκτης να αποκλίνει. Όμως όσο πλεόνασμα ηλεκτρονίων εμφανίζεται στο κάτω μέρος, τόσο ακριβώς έλλειμμα ηλεκτρονίων εμφανίζεται στο σφαιρίδιο. Έτσι, αν στο σφαιρίδιο εμφανίζεται θετικό φορτίο +Q στο κάτω μέρος του ηλεκτροσκοπίου θα εμφανίζεται αρνητικό φορτίο – Q. Έτσι:

$$Q_{ολ} = +Q + (-Q) \Rightarrow Q_{ολ} = 0$$

5. ***Τρίψτε ένα φουσκωμένο μπαλόνι σε ένα ύφασμα. Στη συνέχεια φέρτε σε επαφή το μπαλόνι με τον τοίχο. Το μπαλόνι «κολλά» στον τοίχο. Γιατί;***

Απάντηση

Μετά το τρίψιμο του μπαλονιού με το ύφασμα, το μπαλόνι αποκτά ηλεκτρικό φορτίο. Πλησιάζοντας το φορτισμένο μπαλόνι στον τοίχο εμφανίζεται σ' αυτόν, λόγω επαγωγής, ετερώνυμο ηλεκτρικό φορτίο από αυτό του μπαλονιού. Έτσι, ανάμεσα στο μπαλκόνι και τον τοίχο αναπτύσσσεται ελκτική ηλεκτρική δύναμη και το μπαλόνι «κολλά» στον τοίχο.

6. ***Δύο ετερώνυμα ηλεκτρικά φορτία q_1 και q_2 έλκονται με δύναμη F, όταν η απόστασή τους είναι r. Να βρεθεί η απόσταση στην οποία πρέπει να τοποθετηθούν, ώστε η ελκτική δύναμη να γίνει: α) 4 F, β) $\frac{F}{4}$.***

Απάντηση

Για τη δύναμη F ισχύει $F = k\dfrac{|q_1q_2|}{r^2}$ (1)

α) Αν r_1 είναι η ζητούμενη απόσταση έχουμε:

$$4F = k\frac{|q_1q_2|}{r_1^2} \overset{(1)}{\Rightarrow} 4k\frac{|q_1q_2|}{r^2} = k\frac{|q_1q_2|}{r_1^2} \Rightarrow \frac{4}{r^2} = \frac{1}{r_1^2} \Rightarrow$$

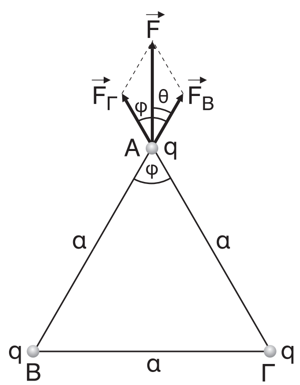
$$4r_1^2 = r^2 \Rightarrow r_1^2 = \frac{r^2}{4} \overset{r_1>0}{\Longrightarrow} r_1 = \sqrt{\frac{r^2}{4}} \Rightarrow \boxed{r_1 = \frac{r}{2}}$$

β) Αν r_2 είναι η ζητούμενη απόσταση έχουμε:

$$\frac{F}{4} = k\frac{|q_1q_2|}{r_2^2} \overset{(1)}{\Rightarrow} \frac{1}{4}k\frac{|q_1q_2|}{r^2} = k\frac{|q_1q_2|}{r_2^2} \Rightarrow \frac{1}{4r^2} = \frac{1}{r_2^2} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow r_2^2 = 4r^2 \overset{r_2>0}{\Longrightarrow} r_2 = \sqrt{4r^2} \Rightarrow \boxed{r_2 = 2r}$$

7. ***Δίνονται τρία όμοια ηλεκτρικά φορτίθα που βρίσκονται στις κορυφές Α, Β, Γ ισόπλευρου τριγώνου. Ποια είναι η κατεύθυνση της δύναμης που δέχεται το φορτίο της κορυφής Α;***



Απάντηση

Αν q το φορτίο σε κάθε κορυφή, α η πλευρά του ισόπλευρου τριγώνου, το φορτίο q στην κορυφή Α δέχεται την απωστική δύναμη $\vec{F}_B$ από το φορτίο που βρίσκεται στην κορυφή Β και την απωστική δύναμη $\vec{F}_Γ$ από το φορτίο που βρίσκεται στην κορυφή Γ. Για τα μέτρα τους έχουμε:

$$F_B = k\frac{|qq|}{α} \Rightarrow \boxed{F_B = k\frac{q^2}{α^2}} \; (1) \text{ και } F_Γ = k\frac{|qq|}{α} \Rightarrow \boxed{F_Γ = k\frac{q^2}{α^2}} \; (2)$$

Από (1) και (2) $\Rightarrow \boxed{F_B = F_Γ}$ (3)

Τότε η δύναμη $\vec{F}$ που δέχεται το q στην κορυφή Α είναι:

$$\vec{F} = \vec{F}_B + \vec{F}_Γ$$

Για τη διεύθυνση της $\vec{F}$ έχουμε:

$$εφθ = \frac{F_Γ ημφ}{F_B + F_Γ συνφ} \underset{φ=60^\circ}{\overset{(3)}{\Longrightarrow}} εφθ = \frac{F_Γ ημ60}{F_Γ + F_Γ συν60} = \frac{F_Γ \frac{\sqrt{3}}{2}}{F_Γ\left(1 + \frac{1}{2}\right)} = \frac{\frac{\sqrt{3}}{2}}{\frac{3}{2}} \Rightarrow$$

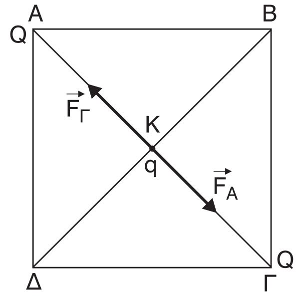
$$\Rightarrow εφθ = \frac{\sqrt{3}}{3} \Rightarrow \boxed{θ = 30^\circ}$$

Δηλαδή η $\vec{F}$ βρίσκεται πάνω στη διχοτόμο της γωνίας φ. Άρα $\vec{F} \perp ΒΓ$ στο μέσο της ΒΓ.

8. ***Δύο όμοια ηλεκτρικά φορτία είναι ακίνητα στις δύο διαγώνια απέναντι κορυφές τετραγώνου. Πού δέχεται μεγαλύτερη δύναμη ένα τρίτο φορτίο, στις δύο ελεύθερες άκρες (κορυφές) ή στο κέντρο του τετραγώνου;***

Απάντηση

Έστω Q>0 τα φορτία που τοποθετούμε στις άκρες της διαγωνίου ΑΓ και q>0 το φορτίο που τοποθετούμε στο κέντρο Κ του τετραγώνου. Είναι ΚΑ = ΚΓ. Για τα μέτρα των δυνάμεων F_A και F_Γ που δέχεται το φορτίο q από τα φορτία που βρίσκονται έχουμε:



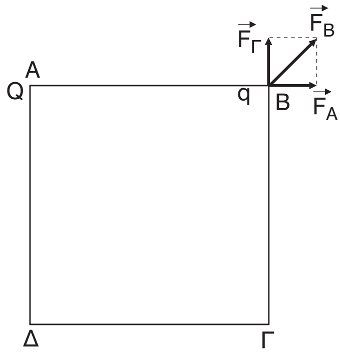
$$F_A = k\frac{Qq}{KA^2} \quad \text{και} \quad F_\Gamma = k\frac{Qq}{K\Gamma^2}$$

Όμως αφού ΚΑ = ΚΓ προκύπτει ότι $\boxed{\mathbf{F_A = F_\Gamma}}$. Αν $\vec{F}_K$ η συνισταμένη των $\vec{F}_A$, $\vec{F}_\Gamma$, για το μέτρο της έχουμε:

$$F_K = F_A - F_\Gamma \;\Rightarrow\; \boxed{\mathbf{F_K = 0}}$$

Οι δυνάμεις $\vec{F}_A$ και $\vec{F}_\Gamma$, όπως φαίνεται και στο σχήμα, είναι αντίρροπες με ίδιο μέτρο, δηλαδή αντίθετες.

Αν το φορτίο q τοποθετηθεί στην κορυφή Β (τα ίδια ισχύουν και για την κορυφή Δ) έχουμε:



$$F_A = k\frac{Qq}{AB^2} \quad \text{και} \quad F_\Gamma = k\frac{Qq}{B\Gamma^2}$$

Όμως αφού ΑΒ = ΒΓ (πλευρές τετραγώνου) προκύπτει ότι $\boxed{\mathbf{F_A = F_\Gamma}}$. Αν $\vec{F}_B$ η συνισταμένη των $\vec{F}_A$, $\vec{F}_\Gamma$ για το μέτρο της, από τον κανόνα του παραλληλογράμμου, έχουμε:

$$F_B = \sqrt{F_A^2 + F_\Gamma^2} \overset{F_A = F_\Gamma}{\Longrightarrow} F_B = \sqrt{F_A^2 + F_A^2} = \sqrt{2F_A^2} \;\Rightarrow$$

$$F_B = F_A\sqrt{2} \;\Rightarrow\; F_B = k\frac{Qq}{AB^2}\sqrt{2} > 0. \text{ Άρα } F_B > F_K \text{ αφού } F_K = 0.$$

9. ***Τρίψτε το πλαστικό μέρος ενός στυλό στο πουκάμισό σας, για να το φορτίσετε. Στη συνέχεια ανοίξτε τη βρύση του νερού και πλησιάστε τη «φλέβα». Τι παρατηρείτε; Εξηγήστε το φαινόμενο.***

Απάντηση

Τρίβοντας το στυλό με το πουκάμισό μας, το στυλό αποκτά ηλεκτρικό φορτίο. Πλησιάζοντας το φορτισμένο στύλο στη «φλέβα» νερού της βρύσης παρατηρούμε ότι η «φλέβα» απωθείται από το στυλό. Αυτό συμβαίνει επειδή, προφανώς, κατά τη ροή του νερού μέσα στους σωλήνες παροχής, λόγω τριβής, το νερό αποκτά ομόσημο (ομώνυμο) φορτίο με αυτό του στυλό. Έτσι ανάμεσα στο φορτισμένο στυλό και τη φορτισμένη «φλέβα» αναπτύσσονται απωστικές ηλεκτρικές δυνάμεις.

10. ***Τι ονομάζουμε ένταση ηλεκτρικού πεδίου; Να γράψετε την αντίστοιχη σχέση.***

Απάντηση

Η απάντηση βρίσκεται στην παράγραφο 3.1.2 του παρόντος βιβλίου: «Ένταση $\vec{E}$ ηλεκτρικού..., αν το φορτίο q είναι αρνητικό».

11. ***Η μονάδα μέτρησης της έντασης του ηλεκτρικού πεδίου είναι:***
α) C, β) N/m, γ) N/c, δ) J/c

Απάντηση

γ) N/c

12. ***Συμπληρώστε τα κενά του κειμένου:***

Η ένταση Ε σε σημείο «Σ» ηλεκτρικού πεδίου που οφείλεται σε ηλεκτρικό φορτίο Q, έχει μέτρο που είναι **ανάλογο** του φορτίου Q και **αντιστρόφως** ανάλογο του τετραγώνου της απόστασης του «Σ» από το **φορτίο** πηγή. Η κατεύθυνση της έντασης στο «Σ» εξαρτάται από το **πρόσημο** του φορτίου Q.

13. ***Χαρακτηρίστε κάθε μία από τις παρακάτω προτάσεις με (Σ) αν είναι σωστή, με (Λ) αν είναι λανθασμένη. Η κατεύθυνση της έντασης $\vec{E}$, σε ένα σημείο «Σ» ηλεκτρικού πεδίου:***

(α) Είναι ανεξάρτητη της θέσης του σημείου «Σ» **(Λ)**

(β) Είναι ανεξάρτητη της θέσης του σημείου «Σ», αν το πεδίο είναι ομογενές **(Σ)**

(γ) Είναι ανεξάρτητη από δοκιμαστικό φορτίο που τοποθετείται στο σημείο «Σ» **(Σ)**

14. ***Χαρακτηρίστε κάθε μία από τις παρακάτω προτάσεις με (Σ), αν είναι σωστή, με (Λ) αν είναι λανθασμένη.***

Δοκιμαστικό φορτίο q τοποθετείται σε πεδίο που δημιουργεί σημειακό η-

λεκτρικό φορτίο Q. Η δύναμη που δέχεται το φορτίο q:

(α) Έχει μέτρο που εξαρτάται από τη θέση του φορτίου q μέσα στο πεδίο. **(Σ)**

(β) Έχει τη διεύθυνση της αντίστοιχης δυναμικής γραμμής. **(Σ)**

(γ) Έχει μέτρο που παραμένει σταθερό, για κάθε σημείο που βρίσκεται πάνω σε (νοητή) σφαιρική επιφάνεια, με κέντρο το σημειακό φορτίο Q. **(Σ)**

(δ) Έχει φορά που δεν εξαρτάται από τη φορά της έντασης του πεδίου. **(Λ)**

15. ***Δίνονται δύο ομώνυμα ηλεκτρικά φορτία Q_1, Q_2 με $Q_1 = 2Q_2$, στις θέσεις (Α) και (Β) όπως στο σχήμα.***

(Ι) Το ηλεκτρικό πεδίο μηδενίζεται σε σημείο που βρίσκεται:

(α) Αριστερά του Α

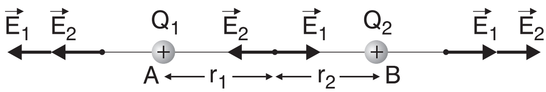
(β) Δεξιά του Β

(γ) Μεταξύ Α και Β

(ΙΙ) Αν r_1 και r_2 είναι οι αποστάσεις του σημείου μηδενισμού της έντασης, από τα φορτία Q_1 και Q_2 αντίστοιχα, ο λόγος $\frac{r_1}{r_2}$ είναι:

(α) $\frac{1}{2}$, (β) $\frac{2}{1}$, (γ) $\frac{1}{\sqrt{2}}$, (δ) $\sqrt{2}$

Απάντηση



(Ι) Σωστή είναι η πρόταση (γ) γιατί πρέπει οι εντάσεις $\vec{E}_1$ και $\vec{E}_2$ να είναι αντίθετες ($\vec{E}_1 = -\vec{E}_2$).

(ΙΙ) Σωστή είναι η απάντηση (δ), γιατί οι εντάσεις $\vec{E}_1$ και $\vec{E}_2$, αφού πρέπει να είναι αντίθετες πρέπει να έχουν ίσα μέτρα, δηλαδή:

$$E_1 = E_2 \Rightarrow k\frac{Q_1}{r_1^2} = k\frac{Q_2}{r_2^2} \Rightarrow \frac{2Q_2}{r_1^2} = \frac{Q_2}{r_2^2} \Rightarrow \frac{2}{r_1^2} = \frac{1}{r_2^2} \Rightarrow$$

$$\frac{r_1^2}{r_2^2} = 2 \Rightarrow \left(\frac{r_1}{r_2}\right)^2 = 2 \overset{\frac{r_1}{r_2}>0}{\Rightarrow} \frac{r_1}{r_2} = \sqrt{2}$$

16. ***Συμπληρώστε τα κενά του κειμένου.***

Κάθε ηλεκτροστατικό πεδίο μπορεί να απεικονίζεται μέσω των **δυναμικών** γραμμών.

Οι δυναμικές γραμμές είναι οι νοητές γραμμές που σε κάθε σημείο τους η **ένταση** του πεδίου είναι εφαπτόμενη. Οι δυναμικές γραμμές δεν **τέμνονται** στο χώρο γύρω από τα φορτία. Όπου οι δυναμικές γραμμές είναι πιο πυκνές η ένταση του πεδίου είναι **μεγαλύτερη**.

17. ***Χαρακτηρίστε κάθε μία από τις παρακάτω προτάσεις με (Σ), αν είναι σωστή, με (Λ) αν είναι λανθασμένη.***

Κάθε ηλεκτροστατικό πεδίο παριστάνεται από ένα πλήθος (νοητών) γραμμών οι οποίες:

(α) Δεν τέμνονται έξω από τα φορτία **(Σ)**

(β) Είναι πάντοτε ευθύγραμμες **(Λ)**

(γ) Έχουν πάντοτε φορά από τα θετικά προς τα αρνητικά φορτία **(Σ)**

18. ***Να σχεδιάσετε τις δυναμικές γραμμές ηλεκτροστατικού πεδίου που οφείλεται:***

(α) Σε ένα αρνητικό φορτίο.

(β) Σε δύο ίσα κατά απόλυτη τιμή και ετερώνυμα ηλεκτρικά φορτία.

Απάντηση

Η απάντηση βρίσκεται στο σχήμα 6 του παρόντος βιβλίου, για το (α) είναι το πεδίο β) και για το (β) είναι το πεδίο γ).

19. ***Χαρακτηρίστε κάθε μία από τις παρακάτω προτάσεις με (Σ) αν είναι σωστή, με (Λ) αν είναι λανθασμένη.***

Ηλεκτρικό φορτίο q τοποθετείται μέσα σε ομογενές ηλεκτρικό πεδίο, που δημιουργείται μεταξύ δύο όμοιων παράλληλων και ετερώνυμα φορτισμένων πλακών.

Η δύναμη που δέχεται το φορτίο q:

(α) Εξαρτάται από τη θέση του φορτίου μέσα στο πεδίο. **(Λ)**

(β) Έχει κατεύθυνση που εξαρτάται από το είδος του φορτίου q. **(Σ)**

(γ) Έχει μέτρο σταθερό. **(Σ)**

(δ) Έχει διεύθυνση παράλληλη προς τις πλάκες. **(Λ)**

(ε) Έχει πάντοτε φορά από τη θετική πλάκα στην αρνητική. **(Λ)**

20. ***Να σχεδιάσετε τις δυναμικές γραμμές του ηλεκτρικού πεδίου που δημιουργείται, ανάμεσα σε δύο όμοιες παράλληλες μεταλλικές πλάκες, φορτισμένες μα αντίθετα φορτία.***

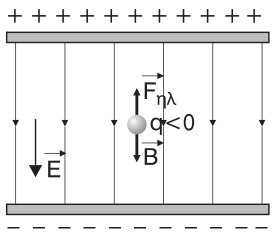
Απάντηση

Η απάντηση βρίσκεται στο σχήμα 7 του παρόντος βιβλίου.

21. ***Αν το ομογενές ηλεκτρικό πεδίο της προηγούμενης δραστηριότητας είναι κατακόρυφο και αρνητικά φορτισμένη σταγόνα λαδιού ισορροπεί μέσα σ' αυτό.***
(α) Να σχεδιάσετε τις δυνάμεις που δέχεται η σταγόνα.
(β) Να προσδιορίσετε το είδος του φορτίου κάθε πλάκας.

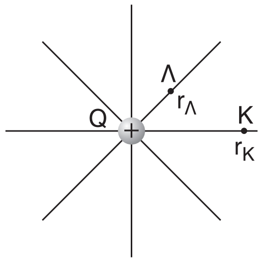
Απάντηση

(α) Οι δυνάμεις που δέχεται η σταγόνα είναι το βάρος της $\vec{B}$ και η δύναμη $\vec{F}_{ηλ}$ που δέχεται από το ομογενές ηλεκτρικό πεδίο. Αφού η σταγόνα ισορροπεί η $\vec{F}_{ηλ}$ πρέπει να είναι αντίθετη του βάρους ($\vec{F}_{ηλ} = -\vec{B}$), όπως φαίνεται στο σχήμα.



(β) Επειδή η $\vec{F}_{ηλ}$ ασκείται σε αρνητικό φορτίο (q<0) θα είναι αντίρροπη της έντασης $\vec{E}$ του πεδίου. Επομένως η ένταση έχει φορά προς τα κάτω. Άρα, η πάνω πλάκα είναι θετικά φορτισμένη και η κάτω πλάκα αρνητικά φορτισμένη, όπως φαίνεται στο σχήμα.

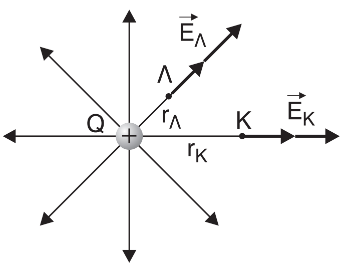
22. ***Θετικό σημειακό φορτίο Q, προκαλεί τη δημιουργία ηλεκτροστατικού πεδίου.***
(α) Να σημειώσετε τη φορά των δυναμικών γραμμών.
(β) Να σχεδιάσετε το διάνυσμα της έντασης $\vec{E}$ του πεδίου στα σημεία «Κ» και «Λ».
(γ) Να βρεθεί ο λόγος των μέτρων των εντάσεων του πεδίου $\frac{E_K}{E_Λ}$, αν: $r_K = 2r_Λ$.



Απάντηση

(α) Η φορά των δυναμικών γραμμών είναι απομακρυνόμενη από το φορτίο Q, όπως φαίνεται στο σχήμα.

(β) Τα διανύσματα $\vec{E}_K$ και $\vec{E}_Λ$ της έντασης του πεδίου στα σημεία Κ και Λ αντίστοιχα φαίνονται στο σχήμα.



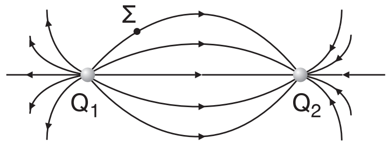
(γ) Έχουμε:

$$\frac{E_κ}{E_Λ} = \frac{k\frac{Q}{r_K^2}}{k\frac{Q}{r_Λ^2}} = \frac{Qr_Λ^2}{Qr_K^2} = \frac{r_Λ^2}{r_K^2} = \frac{r_Λ^2}{(2r_Λ)^2} = \frac{r_Λ^2}{4r_Λ^2} = \frac{1}{4} \Rightarrow \boxed{\frac{E_K}{E_Λ} = \frac{1}{4}}$$

23. ***Δίνεται το πεδίο του σχήματος που οφείλεται στα σημειακά φορτία Q_1, Q_2.***

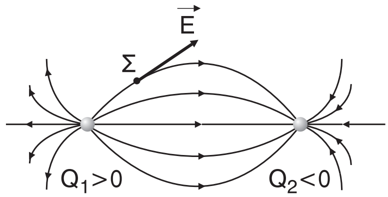
(α) Ποιο είναι το είδος των φορτίων Q_1, Q_2;

(β) Σχεδιάστε το διάνυσμα της έντασης του πεδίου στο σημείο Σ.



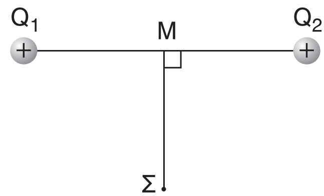
Απάντηση

(α) Το φορτίο Q_1 είναι θετικό, αφού από αυτό ξεκινούν οι δυναμικές γραμμές και το Q_2 αρνητικό, αφού σ' αυτό καταλήγουν οι δυναμικές γραμμές.



(β) Το διάνυσμα της έντασης $\vec{E}$ στο σημείο Σ φαίνεται στο σχήμα. Είναι εφαπτόμενο της δυναμικής γραμμής και έχει ίδια φορά μ' αυτή.

24. ***Δίδονται δύο ίσα θετικά φορτία ($Q_1 = Q_2$) και σημείο «Σ» της κάθετης στο μέσο «Μ» της απόστασής τους.***



(α) Να υποδείξετε μέθοδο για τη γραφική απεικόνιση της έντασης του πεδίου στη θέση «Σ».

(β) Ποια είναι η κατεύθυνση του διανύσματος $\vec{E}$;

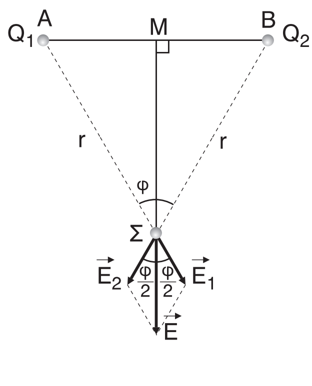
(γ) Ποια η κατεύθυνση της δύναμης που θα ασκηθεί, αν στη θέση «Σ» τοποθετήσουμε αρνητικό δοκιμαστικό φορτίο q;

Απάντηση

(α) Το σημείο Σ ισαπέχει από τα άκρα του ευθυγράμμου τμήματος ΑΒ. Άρα ΑΣ = ΒΔ = r, και ΜΣ διχοτόμος της φ. Σχεδιάζουμε τις εντάσεις $\vec{E}_1$ και $\vec{E}_2$ στο σημείο Σ, όπως φαίνεται στο σχήμα. Είναι:

$$E_1 = k\,\frac{Q_1}{r^2} \quad \text{και} \quad E_2 = k\,\frac{Q_2}{r^2}.$$

Επειδή $Q_1 = Q_2$ θα έχουμε $E_1 = E_2$. Για την ένταση $\vec{E}$ ισχύει: $\vec{E} = \vec{E}_1 + \vec{E}_2$. Με τον κανόνα του παραλληλογράμμου σχεδιάζουμε την ένταση $\vec{E}$, όπως φαίνεται στο σχήμα.



(β) Για τη διεύθυνση της $\vec{E}$ έχουμε: Το παραλληλόγραμμο είναι ρόμβος αφού $E_1 = E_2$. Άρα η $\vec{E}$ διχοτομεί τη γωνία $\hat{\varphi}$, δηλ. βρίσκεται στην προέκταση της ΜΣ, οπότε $\boxed{\vec{E} \perp AB}$. Η φορά της $\vec{E}$ φαίνεται στο σχήμα.

Ή αλλιώς.

Αν θ η γωνία που σχηματίζουν τα διανύσματα $\vec{E}$ και $\vec{E}_1$ έχουμε:

$$\varepsilon\varphi\theta = \frac{E_2\eta\mu\varphi}{E_1+E_2\sigma\upsilon\nu\varphi} \overset{E_1=E_2}{\Longrightarrow} \varepsilon\varphi\theta = \frac{E_2\eta\mu\varphi}{E_2(1+\sigma\upsilon\nu\varphi)} \Rightarrow \varepsilon\varphi\theta = \frac{\eta\mu\varphi}{1+\sigma\upsilon\nu\varphi} \Rightarrow$$

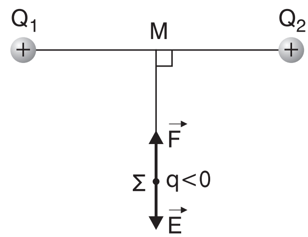
$$\Rightarrow \frac{\eta\mu\theta}{\sigma\upsilon\nu\theta} = \frac{\eta\mu\varphi}{1+\sigma\upsilon\nu\varphi} \Rightarrow \eta\mu\theta(1+\sigma\upsilon\nu\varphi) = \eta\mu\varphi\sigma\upsilon\nu\theta \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \eta\mu\theta+\eta\mu\theta\sigma\upsilon\nu\varphi = \eta\mu\varphi\sigma\upsilon\nu\theta \Rightarrow \eta\mu\theta = \eta\mu\varphi\sigma\upsilon\nu\theta - \eta\mu\theta\sigma\upsilon\nu\varphi \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \eta\mu\theta = \eta\mu(\varphi-\theta) \Rightarrow \theta = \varphi - \theta \Rightarrow 2\theta = \varphi \Rightarrow \boxed{\theta = \frac{\varphi}{2}}$$

Άρα η $\vec{E}$ διχοτομεί τη γωνία φ.

(γ) Η κατεύθυνση της δύναμης $\vec{F}$, όπως φαίνεται στο σχήμα, είναι αντίθετη από την κατεύθυνση της έντασης $\vec{E}$, αφού το φορτίο q είναι αρνητικό.



25. ***Συμπληρώστε τα κενά του κειμένου.***

Η δυναμική ενέργεια αποτελεί κοινή ιδιότητα ενός **συστήματος** ηλεκτρικών φορτίων. Για την περίπτωση αλληλεπίδρασης δύο ηλεκτρικών φορτίων q_1 και q_2, υπολογίζεται από τη σχέση $U = \mathbf{k\,\frac{q_1q_2}{r}}$. Η μονάδα μέτρησης της δυναμικής ενέργειας είναι το **1 Joule**. Εάν το πρόσημο του αποτελέσματος είναι **θετικό (αρνητικό)** αυτό σημαίνει ότι οι δυνάμεις Coulomb μεταξύ των φορτίων είναι **απωστικές (ελκτικές)**.

26. ***Ποια από τις παρακάτω σχέσεις δίνει τη δυναμική ενέργεια συστήματος δύο φορτίων Q_1, Q_2;***

(α) $k\frac{Q_1Q_2}{r^2}$, (β) $k\frac{Q_1}{r^2}$, (γ) $k\,\frac{Q_1Q_2}{r}$, (δ) $k\,\frac{Q_2}{r^2}$

(Σ.Σ. Τα παραπάνω βέβαια δεν αποτελούν σχέσεις αλλά μόνο το δεύτερο μέλος κάποιων σχέσεων στις οποίες το πρώτο μέλος εννοείται η δυναμική ενέργεια U)

Απάντηση

Σωστή είναι η (γ) $U = k\,\dfrac{Q_1 Q_2}{r}$.

27. ***Να γίνουν οι αντιστοιχίσεις:***

ΔΥΝΑΜΙΚΗ ΕΝΕΡΓΕΙΑ ΣΥΣΤΗΜΑΤΟΣ ΔΥΟ ΦΟΡΤΙΩΝ	**ΧΑΡΑΚΤΗΡΙΣΤΙΚΑ**
1. Θετική δυναμική ενέργεια	α. δυνάμεις ελκτικές
2. Αρνητική δυναμική ενέργεια	β. άπειρη απόσταση
3. Δυναμική ενέργεια ίση με το μηδέν	γ. μηδενική απόσταση
	δ. ομόσημα φορτία

Απάντηση:

$1 \rightarrow$ δ, $2 \rightarrow$ α, $3 \rightarrow$ β

Χαρακτηρίστε κάθε μια από τις παρακάτω προτάσεις με (Σ) αν είναι σωστή, με (Λ) αν είναι λανθασμένη.

28. ***Η ηλεκτρική δυναμική ενέργεια (συστήματος) δύο σημειακών φορτίων, είναι:***

(α) Αντίστροφα ανάλογη της μεταξύ τους απόστασης **(Σ)**

(β) Μέγεθος διανυσματικό **(Λ)**

(γ) Πάντα θετική **(Λ)**

(δ) Η μονάδα μέτρησής της είναι 1 J/C **(Λ)**

29. ***Δοκιμαστικό φορτίο +q τοποθετείται στη θέση «Σ» πεδίου, που δημιουργείται από ακίνητο ηλεκτρικό φορτίο Q. Το έργο της δύναμης του πεδίου κατά τη μετακίνηση του φορτίου q από το «Σ» στο άπειρο είναι:***

(α) Ανάλογο του φορτίου q. **(Σ)**

(β) Ίσο με τη δυναμική ενέργεια του φορτίου q στη θέση «Σ». **(Σ)**

(γ) Ανεξάρτητο της διαδρομής που θα ακολουθήσει το φορτίο q. **(Σ)**

(δ) Είναι άπειρο, αφού η διαδρομή έχει άπειρο μήκος. **(Λ)**

30. ***Ακίνητο θετικό ηλεκτρικό φορτίο Q, δημιουργεί ηλεκτρικό πεδίο. Τοποθετούμε δοκιμαστικό φορτίο q σε σημείο «Σ» του πεδίου. Αν η δυναμική ενέργεια του φορτίου q είναι αρνητική αυτό σημαίνει ότι:***

(α) Το φορτίο q είναι ομόσημο του Q. **(Λ)**

(β) Οι δυνάμεις μεταξύ των φορτίων είναι ελκτικές **(Σ)**

(γ) Για να μεταφερθεί το φορτίο q, από μεγάλη απόσταση στη θέση «Σ» απαιτείται να του προσφέρουμε ενέργεια. **(Λ)**

31. ***Να δώσετε τον ορισμό και την αντίστοιχη σχέση, για το δυναμικό σε σημείο ηλεκτροστατικού πεδίου.***

Απάντηση

Η απάντηση βρίσκεται στην παράγραφο 3.1.4 (Δυναμικό) του παρόντος βιβλίου: «Δυναμικό V_A σ' ένα σημείο... . Δηλαδή $V_A = \frac{U_A}{q}$». Στην ίδια παράγραφο υπάρχει και δεύτερος ισοδύναμος ορισμός.

Η αντίστοιχη σχέση για το δυναμικό σε σημείο ηλεκτροστατικού πεδίου είναι η σχέση 20 του παρόντος βιβλίου.

32. ***Συμπληρώστε τα κενά του κειμένου:***

Το δυναμικό είναι ένα **μονόμετρο** φυσικό μέγεθος, που μας δείχνει την **δυναμική** ενέργεια που έχει η **μονάδα** του ηλεκτρικού φορτίου στη συγκεκριμένη θέση του πεδίου.

33. ***Συμπληρώστε τα κενά του κειμένου:***

Η μονάδα μέτρησης του δυναμικού στο S.I. είναι το **1Volt**. Θα λέμε ότι το δυναμκό σε μια θέση του πεδίου είναι ίσο με 1 **Volt**, αν φορτίο ίσο με **1C** στη θέση αυτή έχει δυναμική ενέργεια ίση με 1 **Joule**.

34. ***Χαρακτηρίστε κάθε μια από τις παρακάτω προτάσεις με (Σ), αν είναι γνωστή, με (Λ) αν είναι λανθασμένη. Φορτίο πηγή Q παράγει ηλεκτροστατικό πεδίο. Όταν δίνεται η πληροφορία ότι «Το δυναμικό σε μια θέση «Σ» του ηλεκτρικού πεδίου είναι $V_Σ = +10$ V», αυτό σημαίνει ότι:***

(α) Η δυναμική ενέργεια δοκιμαστικού φορτίου είναι +10 Joule. **(Λ)**

(β) Δοκιμαστικό φορτίο +1C στη θέση «Σ» περιέχει δυναμική ενέργεια – 10 J. **(Σ)**

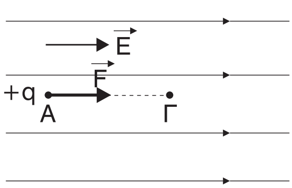
(γ) Δοκιμαστικό φορτίο +1C στη θέση «Σ» θα μετακινηθεί (Σ.Σ. μπορεί να μετακινηθεί) στο άπειρο (μόνο) από τη δύναμη του πεδίου. **(Σ)**

(δ) Το φορτίο πηγή είναι αρνητικό. **(Λ)**

35. ***Δίνεται ομογενές ηλεκτρικό πεδίο. Τοποθετούμε (Σ.Σ. αφήνουμε ελεύθερο) δοκιμαστικό φορτίο +q σε μία θέση του πεδίου. Να αποδειχτεί ότι το φορτίο θα κινηθεί από σημεία υψηλότερου δυναμικού σε σημεία χαμηλότερου δυναμικού.***

Απάντηση

Έστω στο σημείο Α του ομογενούς πεδίο του σχήματος αφήνεται ελεύθερο (χωρίς αρχική ταχύτητα) φορτίο +q. Πάνω στο φορτίο ενεργεί η δύναμη $\vec{F}$ του πεδίου με αποτέλεσμα να αρχίσει να κινείται προς το σημείο Γ. Για το έργο της δύναμης $\vec{F}$ του πεδίου έχουμε:

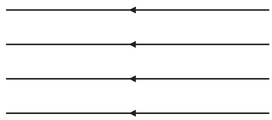


$W_{A\to\Gamma} = (V_A - V_\Gamma) \cdot q$ και $W_{A\to\Gamma} > 0$ (αφού η δύναμη F συνεισφέρει στην κίνηση). Άρα:

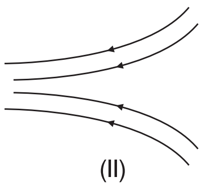
$$(V_A - V_\Gamma)q > 0 \overset{q>0}{\Rightarrow} V_A - V_\Gamma > 0 \Rightarrow V_A > V_\Gamma$$

Δηλαδή το δυναμικό V_A στο σημείο Α είναι μεγαλύτερο από το δυναμικό V_Γ στο σημείο Γ. Επομένως το θετικό φορτίο κινήθηκε αυθόρμητα από υψηλότερο σε χαμηλότερο δυναμικό.

36. ***Τα σχήματα (Ι) και (ΙΙ) αντιστοιχούν στις δυναμικές γραμμές δύο ηλεκτρικών πεδίων. Να δικαιολογήσετε τη συμφωνία ή τη διαφωνία σας με κάθε μια από τις παρακάτω απόψεις σημειώνοντας (Χ) αν συμφωνείτε:***



(Ι)



(ΙΙ)

(α) Σε όλες τις θέσεις καθενός πεδίου, η ένταση είναι σταθερή.

(β) Καθώς κινούμαστε από αριστερά προς τα δεξιά η ένταση και των δύο πεδίων μειώνεται.

(γ) Η ένταση του πεδίου (Ι) είναι σταθερή, ενώ η ένταση του πεδίου (ΙΙ) αυξάνεται καθώς κινούμαστε προς τα αριστερά. (Χ)

(δ) Και τα δύο πεδία προκύπτουν από αρνητικά φορτία στ' αριστερά και θετικά στα δεξιά. (Χ)

ε) Το δυναμικό καθώς κινούμαστε προς τα αριστερά ελαττώνεται και στα δύο πεδία. (Χ)

Απάντηση

(α) Με την άποψη αυτή διαφωνούμε επειδή μόνο το πεδίο Ι) είναι ομογενές. Επομένως μόνο στο πεδίο (Ι) η ένταση είναι σταθερή σε όλες τις θέσεις ενώ στο πεδίο (ΙΙ) όχι.

(β) Διαφωνούμε και με την άποψη αυτή επειδή στο πεδίο (Ι) η ένταση είναι σταθερή ενώ στο πεδίο (ΙΙ) κινούμενοι προς τ' αριστερά η ένταση αυξάνεται αφού αυξάνεται η πυκνότητα των δυναμικών γραμμών.

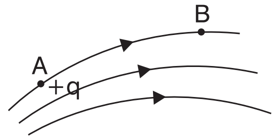
(γ) Με την άποψη αυτή συμφωνούμε με βάση όσα αναφέραμε παραπάνω.

(δ) Με την άποψη αυτή συμφωνούμε επειδή η φορά των δυναμικών γραμμών, όπως γνωρίζουμε, είναι από τα θετικά προς τα αρνητικά πεδία και στα πεδία (Ι) και (ΙΙ) οι δυναμικέςγραμμές έχουν φορά από δεξιά προς τα αριστερά. Άρα, δεξιά υπάρχουν θετικά και αριστερά αρνητικά φορτία.

(ε) Με την άποψη αυτή συμφωνούμε επειδή, όπως δείξαμε στην ενότητα «Διαφορά δυναμικού» του παρόντος βιβλίου όταν κινούμαστε πάνω σε μια δυναμική γραμμή και σύμφωνα με τη φορά της, το δυναμικό των διαφόρων σημείων μειώνεται.

37. ***Χαρακτηρίστε κάθε μία από τις παρακάτω προτάσεις με (Σ), αν είναι σωστή, με Λ αν είναι λανθασμένη.***

Θετικό φορτίο +q μετακινείται από τη θέση «Α» στη θέση «Β»



α) Η κίνηση γίνεται κάτω από την επίδραση της δύναμης του πεδίου **(Σ)**
(Σ.Σ μπορεί να γίνει μόνο υπό την επίδραση της δύναμης του πεδίου)

β) Το φορτίο στη θέση «Β» έχει μικρότερη δυναμική ενέργεια σε σχέση με την «Α» **(Σ)**

γ) Η δύναμη που του ασκείται στη θέση «Β» είναι μικρότερη από τη δύναμη στη θέση «Α». **(Σ)**

δ) Το δυναμικό στη θέση «Α» είναι από το δυναμικό στη θέση «Β». **(Λ)**

38. ***Να δώσετε τον ορισμό και την αντίστοιχη σχέση για τη διαφορά δυναμικού μεταξύ δύο σημείων ηλεκτρικού πεδίου.***

Απάντηση

Η απάντηση βρίσκεται στην παράγραφο 3.14. (Γιαφορά δυναμικού) του παρόντος βιβλίου: “Διαφορά δυναμικού $V_{ΑΓ} = V_Α - V_Γ$ .... Δηλαδή

$V_{ΑΓ} = V_Α - V_Γ = \frac{W_{Α \to Γ}}{q}$”

Στην ίδια παράγραφο υπάρχει και δεύτερος ισοδύναμος ορισμός.

39. ***Συμπληρώστε τα κενά του κειμένου:***

Η διαφορά δυναμικού είναι **μονόμετρο** φυσικό μέγεθος και έχει μονάδα μέτρησης το **1 Volt.** Διαφορά δυναμικού ίση με 1 **Volt** μας δείχνει ότι, η μεταβολή της δυναμικής φορτίου +1 C μεταξύ δύο θέσεων, είναι ίση με 1 **Joule.**

41. ***Χαρακτηρίστε κάθε μία από τις παρακάτω προτάσεις με (Σ), αν είναι σωστή, με (Λ) αν είναι λανθασμένη.***

Η διαφορά δυναμικού μεταξύ δύο σημείων Α και Β ηλεκτρικού πεδίου είναι $V_{AB} = -10$ V. Αυτό σημαίνει ότι:

α) Αν αφήσουμε το φορτίο +q στη θέση «Α» αυτό θα μετακινηθεί από τη θέση «Α» στη θέση «Β» **(Λ)**

(Σ.Σ. μπορεί να μετακινηθεί από τη θέση «Α» στη θέση «Β» μόνο υπό την επίδραση της δύναμης του πεδίου)

β) Η διαφορά των δυναμικών $V_A - V_B$ είναι ίση με –10 V. **(Σ)**

γ) Το δυναμικό $V_B > V_A$ **(Σ)**

δ) Αν μετακινήσουμε φορτίο q = 1 C από το «Α» στο «Β» η δυναμική του ενέργεια θα ελαττωθεί κατά 10 Joule. **(Λ)**

42. ***Τι ονομάζουμε χωρητικότητα ενό πυκνωτή;***

Απάντηση

Η απάντηση βρίσκεται στην παράγραφο 3.1.5 (Χωρητικότητα πυκνωτή) του παρόντος βιλίου: “Χωρητικότητα C ενός .... Δηλαδή $C = \frac{Q}{V}$”

43. ***Αν διπλασιάσουμε το φορτίο Q ενός φορτισμένου πυκνωτή, πόση θα γίνει η διαφορά δυναμικού μεταξύ των δύο οπλισμών του;***

Απάντηση

Αν C η χωρητικότητα (είναι C = σταθερό) και V η τάση του πυκνωτή, ισχύει:

$$C = \frac{Q}{V} \Rightarrow V = \frac{Q}{C} \quad (1)$$

Αν γίνει $Q_1 = 2Q$ τότε $V_1 = \frac{Q_1}{C} \Rightarrow V_1 = \frac{2Q}{C} = 2\frac{Q}{C} \overset{(1)}{\Rightarrow} V_1 = 2V$. Δηλαδή η διαφορά δυναμικού μεταξύ των οπλισμών του πυκνωτή, θα διπλασιαστεί.

44. ***Συμπλρώστε τα κενά του κειμένου:***

Η χωρητικότητα ενός πυκνωτή είναι ένα φυσικό **μονόμετρο** μέγεθος. Λέμε ότι η χωρητικότητα ενός πυκνωτή είναι ίση με 1 **Farad** όταν ο πυκνωτής έχει φορτίο ίσο με 1 **C** και η διαφορά δυναμικού μεταξύ των οπλισμών του είναι ίση με 1 **Volt.** Εάν πυκνωτής χωρητικότητας C, τον φορτίσουμε με φορτίο Q (χωρίς να ξεσπάσει σπινθήρας) τότε η ενέργεια που έχει αποκτήσει είναι ίση με $\mathbf{\frac{1}{2}\frac{Q^2}{C}}$.

45. ***Ποια από τις παρακάτω προτάσεις είναι σωστή;***

Ο πυκνωτής είναι:

α) Μία συσκευή που αποθηκεύει ηλεκτρικά φορτία.

β) Μία συσκευή που παράγει ηλεκτρικά φορτία.

γ) Σύστημα δύο αγωγών σε επαφή.

Απάντηση

Σωστή είναι η πρόταση (α).

46. ***Χαρακτηρίστε κάθε μία από τις παρακάτω προτάσεις με (Σ), αν είναι σωστή, με (Λ) αν είναι λανθασμένη. Η χωρητικότητα πυκνωτή:***

α) Είναι ανάλογη του ηλεκτρικού φορτίου. **(Λ)**

β) Είναι ανάλογη της διαφοράς δυναμικού, μεταξύ των οπλισμών του. **(Λ)**

γ) Είναι ίση με το σταθερό πηλίκο του φορτίου του Q προς τη διαφορά δυναμικού V μεταξύ των οπλισμών του. **(Σ)**

47. ***Χαρακτηρίστε κάθε μία από τις παρακάτω προτάσεις με (Σ), αν είναι σωστή, με (Λ) αν είναι λανθασμένη.***

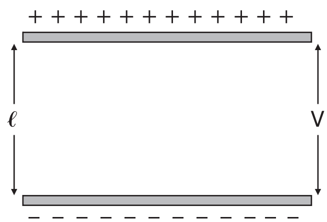
Η χωρητικότητα επίπεδου πυκνωτή μεγαλώνει αν:

α) Αυξήσουμε την απόσταση μεταξύ των οπλισμών του **(Λ)**

β) Αυξήσουμε το εμβαδόν των οπλισμών του **(Σ)**

γ) Αυξήσουμε το εμβαδόν των οπλισμών του και ελαττώσουμε την απόστασή τους **(Σ)**

48. ***Δίνεται ο επίπεδος πυκνωτής του σχήματος***



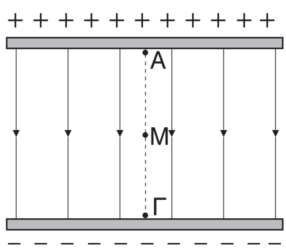
α) Να σχεδιαστούν οι δυναμικές γραμμές του πεδίου του.

β) Αν διπλασιάσουμε το φορτίο του, τι θα συμβεί με την ένταση του ηλεκτρικού πεδίου;

γ) Αν το φορτίο +q μετακινηθεί από τη θετική πλάκα στην αρνητική, πότε θα είναι μεγαλύτερο το έργο της ηλεκτρικής δύναμης, όταν ο πυκνωτής έχει φορτίο Q ή 2Q;

δ) Πότε το φορτίο q έχει μεγαλύτερη δυναμική ενέργεια; Κοντά στη θετική πλάκα, στην αρνητική πλάκα ή στο μέσο της απόστασης ℓ;

Απάντηση



α) Οι δυναμικές γραμμές του πεδίου φαίνονται στο διπλανό σχήμα.

β) Αν Q το φορτίο, C η χωρητικότητα, V η τάση του πυκνωτή και E το μέτρο της έντασης του ηλεκτρικού πεδίου, ισχύει $C = \dfrac{Q}{V} \Rightarrow$

$\Rightarrow V = \dfrac{Q}{C}$ (1) και $E = \dfrac{V}{\ell}$ (2)

Αν γίνει $Q_1 = 2Q$ τότε $V_1 = \dfrac{Q_1}{C} = \dfrac{2Q}{C} \overset{(1)}{\Rightarrow} V_1 = 2\,V$, οπότε

$$E_1 = \frac{V_1}{\ell} = \frac{2V}{\ell} \overset{(2)}{\Rightarrow} \boxed{E_1 = 2E}$$

Δηλαδή το μέτρο της έντασης του ηλεκτρικού πεδίου, θα διπλασιαστεί.

γ) Όταν το φορτίο του πυκνωτή είναι Q και η τάση του είναι V για το έργο της ηλεκτρικής δύναμης έχουμε: $W = V \cdot q$ (3)

Όταν το φορτίο γίνει $Q_1 = 2Q$ τότε η τάση V_1 γίνεται $V_1 = 2V$ και το έργο:

$$W_1 = V_1 \cdot q = 2V \cdot q \overset{(3)}{\Rightarrow} \boxed{\mathbf{W_1 = 2W}}$$

Δηλαδή το έργο διπλασιάζεται.

δ) Αν Α ένα σημείο κοντά στη θετική πλάκα, Μ ένα σημείο στο μέσο της απόστασης ℓ και Γ ένα σημείο κοντά στην αρνητική πλάκα, για τα δυναμικά τους ισχύει: $V_A > V_M > V_\Gamma$, αφού το δυναμικό μειώνεται όταν κινούμαστε κατά την κατεύθυνση μιας δυναμικής γραμμής. Οπότε:

$V_A \cdot q > V_M \cdot q > V_\Gamma \cdot q \Rightarrow U_A > U_M > U_\Gamma$. Δηλαδή η δυναμική ενέργεια (U) του θετικού φορτίου q είναι μεγαλύτερη κοντά στη θετική πλάκα, μετά στο σημείο Μ και μικρότερη στην αρνητική πλάκα.

49. ***Να αποδοθεί γραφικά, κατά ελεύθερη εκτίμηση, η σχέση τάσης–φορτίου σε άξονες V–Q για ένα πυκνωτή. Τι συμπέρασμα προκύπτει από το διάγραμμα, σχετικά με τη χωρητικότητα του πυκνωτή;***

Απάντηση

Από τη σχέση $C = \frac{Q}{V} \Rightarrow V = \frac{Q}{C} \Rightarrow V = \frac{1}{C} \cdot Q$ (1)

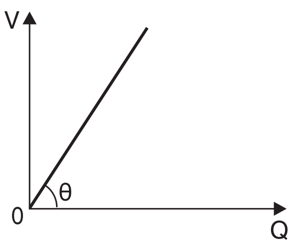
Η σχέση (1) είναι στη μορφή $\psi = \alpha x$ με:

$$\psi \to V,\ x \to Q,\ \alpha \to \frac{1}{C} = \text{σταθερό} > 0$$

Επομένως η γραφική παράσταση της σχέσης (1) είναι ευθεία που διέρχεται από την αρχή των αξόνων.

Για την κλίση της ευθείας ισχύει:

$$\boxed{\mathbf{\varepsilon\varphi\theta = \frac{1}{C}}} \quad (2)$$



(Όταν $\psi = \alpha x$ γνωρίζουμε ότι $\varepsilon\varphi\theta = \alpha$).

Από τη σχέση (2) αν γνωρίζουμε τη γωνία θ μπορούμε, αριθμητικά, να υπολογίσουμε τη χωρητικότητα C.

Προσοχή:

Το Q μπορεί να φτάσει μέχρι μια ορισμένη τιμή πάνω από την οποία θα ξεσπάσει ηλεκτρικός σπινθήρας και ο πυκνωτής θα εκφορτιστεί.

ΛΥΣΕΙΣ ΣΤΑ ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΑ ΤΟΥ ΣΧΟΛΙΚΟΥ ΒΙΒΛΙΟΥ

α) *Οι παρακάτω φυσικές ποσότητες, όπου χρειάζονται, θα θεωρούνται γνωστές:*

$k = 9 \cdot 10^9 \frac{Nm^2}{C^2}$, $q_p = |q_e| = 1{,}6 \cdot 10^{-19}$ C, $m_e = 9 \cdot 10^{-31}$ kg,

$m_p = m_n = 1{,}6 \cdot 10^{-27}$ kg $\varepsilon_0 = 8{,}85 \cdot 10^{-12} \frac{C^2}{N \cdot m^2}$, $g = 9{,}81\ m/s^2$.

β) *Τα φορτία των προβλημάτων θα θεωρούνται σημειακά και ακίνητα (εκτός αν αναφέρεται διαφορετικά).*

1. ***Να υπολογίσετε τον αριθμό των ηλεκτρονίων που συναποτελούν φορτίο ίσο με:***

α) –1 C, β) –1mC, γ) –1μC, δ) –1nC, ε) –1pC

Λύση

Αν N το πλήθος των ηλεκτρονίων και Q το φορτίο έχουμε: (αφού Q<0),

$Q = N \cdot q_e \Rightarrow N = \frac{Q}{q_e}$. Οπότε για κάθε περίπτωση έχουμε:

α) $N = \frac{Q}{q_e} = \frac{-1}{-1{,}6 \cdot 10^{-19}} \Rightarrow \boxed{\mathbf{N = 6{,}25 \cdot 10^{18}}}$

β) $N = \frac{Q}{q_e} = \frac{-10^{-3}}{-1{,}6 \cdot 10^{-19}} \Rightarrow \boxed{\mathbf{N = 6{,}25 \cdot 10^{15}}}$

γ) $N = \frac{Q}{q_e} = \frac{-10^{-6}}{-1{,}6 \cdot 10^{-19}} \Rightarrow \boxed{\mathbf{N = 6{,}25 \cdot 10^{12}}}$

δ) $N = \frac{Q}{q_e} = \frac{-10^{-9}}{-1{,}6 \cdot 10^{-19}} \Rightarrow \boxed{\mathbf{N = 6{,}25 \cdot 10^{19}}}$

ε) $N = \frac{Q}{q_e} = \frac{-10^{-12}}{-1{,}6 \cdot 10^{-19}} \Rightarrow \boxed{\mathbf{N = 6{,}25 \cdot 10^{6}}}$

2. ***Δίνονται δύο σημειακά φορτία –0,04. Να υπολογίσετε τη δύναμη που ασκείται από το ένα φορτίο στο άλλο, αν η απόστασή τους είναι:***

α) 3 cm, β) 6 cm

Λύση

Έστω $q = -0{,}04\ \mu C = -4 \cdot 10^{-8}$ C το κάθε φορτίο. Έχουμε:

α) $r_1 = 3\ cm = 3 \cdot 10^{-2}\ m$ και

$$F_1 = k\frac{|qq|}{r_1^2} \Rightarrow F_1 = k\frac{q^2}{r_1^2} \overset{S.I.}{\Rightarrow} F_1 = 9 \cdot 10^9 \frac{16 \cdot 10^{-16}}{9 \cdot 10^{-4}}\ N \Rightarrow \boxed{\mathbf{F_1 = 16 \cdot 10^{-3}\ N}}$$

β) $r_2 = 6\ cm = 6 \cdot 10^{-2}\ m$ και

$$F_2 = K\frac{|qq|}{r_2^2} \Rightarrow F_2 = K\frac{q^2}{r_2^2} \overset{S.I.}{\Rightarrow} F_2 = 9 \cdot 10^9\, \frac{16 \cdot 10^{-16}}{36 \cdot 10^{-4}}\ N \Rightarrow \boxed{\mathbf{F_2 = 4 \cdot 10^{-3}\ N}}$$

3. ***Δύο μικρές φορτισμένες σφαίρες έχουν ίσα ηλεκτρικά φορτία –0,02 μC. Αν η δύναμη που ασκείται από τη σφαίρα στην άλλη έχει μέτρο $9 \cdot 10^3$ N, να υπολογιστεί η απόσταση μεταξύ των σφαιρών.***

Λύση

Έστω $q = -0{,}02\ \mu C = -2 \cdot 10^{-8}\ C$ το φορτίο της κάθε σφαίρας και $F = 9 \cdot 10^3\ N$. Έχουμε:

$$F = K\frac{|qq|}{r^2} \Rightarrow F = K\frac{q^2}{r^2} \Rightarrow r^2 = K\frac{q^2}{F} \overset{r>0}{\Rightarrow} r = |q|\sqrt{\frac{K}{F}} \overset{S.I.}{\Rightarrow}$$

$$\overset{S.I.}{\Rightarrow} r = 2 \cdot 10^{-8}\sqrt{\frac{9 \cdot 10^9}{9 \cdot 10^3}}\ m \Rightarrow r = 2 \cdot 10^{-8} \cdot 10^3\ m \Rightarrow \boxed{\mathbf{r = 2 \cdot 10^{-5}\ m}}$$

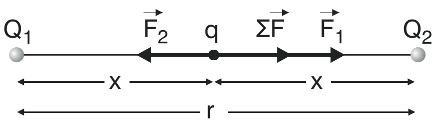
4. **Το πρόβλημα 4 βρίσκεται στην ενότητα “Λυμένα προβλήματα” του παρόντος βιβλίου και είναι το λυμένο πρόβλημα 1.**

4. ***Φορτίο $3 \cdot 10^{-9}$ C βρίσκεται σε απόσταση 2 cm από φορτίο q. Το φορτίο q δέχεται ελκτική δύναμη, μέτρου $27 \cdot 10^{-5}$ N. Να βρεθεί το είδος και η ποσότητα του φορτίου q.***

5. ***Δοκιμαστικό φορτίο +2μC τοποθετείται στο μέσο της απόστασης μεταξύ δύο φορτίων $Q_1 = +6\ \mu C$ και $Q_2 = +4\ \mu C$, τα οποία απέχουν απόσταση 10 cm. Να βρεθεί η δύναμη που ασκείται στο δοκιμαστικό φορτίο.***

Λύση

Έστω $q = 2\ \mu C = 2 \cdot 10^{-6}$ το δοκιμαστικό φορτίο, $r = 10\ cm = 10^{-1}\ m$ η απόσταση μεταξύ των φορτίων Q_1, Q_2, $x = \frac{r}{2} = 5 \cdot 10^{-2}\ m$ η απόσταση του φορτίου q από κάθε φορτίο Q_1, Q_2 και F_1, F_2 τα μέτρα των δυνάμεων που δέχεται το q από τα Q_1, Q_2 αντίστοιχα. Έχουμε:



$$F_1 = K\frac{Q_1 q}{x^2} \overset{S.I.}{\Rightarrow} F_1 = 9 \cdot 10^9\, \frac{6 \cdot 10^{-6} \cdot 2 \cdot 10^{-6}}{25 \cdot 10^{-4}}\ N \Rightarrow \boxed{\mathbf{F_1 = 43{,}2\ N}} \text{ και}$$

$$F_2 = K\frac{Q_2 q}{x^2} \overset{S.I.}{\Rightarrow} F_2 = 9\cdot 10^9\,\frac{4\cdot 10^{-6}\cdot 2\cdot 10^{-6}}{25\cdot 10^{-4}}\,N \Rightarrow \boxed{F_2 = 28{,}8\ N}$$

Η συνισταμένη $\Sigma\vec{F} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2$ των δυνάμεων $\vec{F}_1$, $\vec{F}_2$ έχει μέτρο:

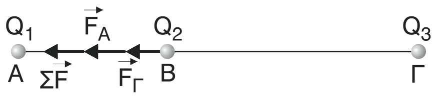
$$\Sigma F = F_1 - F_2 \overset{S.I.}{\Rightarrow} \Sigma F = (43{,}2 - 28{,}8)N \Rightarrow \boxed{\Sigma F = 14{,}4\ N}$$

Η διεύθυνση και η φορά της $\Sigma\vec{F}$ είναι ίδια με της $\vec{F}_1$ ($\Sigma\vec{F} \uparrow\uparrow \vec{F}_1$)

6. ***Τρία φορτία +2μC, –3μC και –5μC τοποθετούνται πάνω σε ευθεία και στις θέσεις Α, Β, Γ αντίστοιχα. Αν οι αποστάσεις μεταξύ των φορτίων είναι (ΑΒ) = 0,4 m και (ΑΓ) = 1,2 m, να βρεθεί η δύναμη που ασκείται στο φορτίο –3μC.***

Λύση

Έστω F_A, F_Γ τα μέτρα των δυνάμεων που δέχεται το Q_2 από τα φορτία Q_1, Q_3 αντίστοιχα. Έχουμε:



ΒΓ = ΑΓ – ΑΒ = 0,8 m και

$$F_A = k\frac{Q_1 Q_2}{(AB)^2} \overset{S.I.}{\Rightarrow} F_A = 9\cdot 10^9\frac{|2\cdot 10^{-6}(-3)\cdot 10^{-6}|}{0{,}16}\,N \Rightarrow \boxed{F_A = 337{,}5\cdot 10^{-3}\ N} \quad \text{και}$$

$$F_\Gamma = k\frac{|Q_3 Q_2|}{(B\Gamma)^2} \Rightarrow F_\Gamma = 9\cdot 10^9\,\frac{|(-5)\cdot 10^{-6}(-3)\cdot 10^{-6}|}{0{,}64}\,N \Rightarrow \boxed{F_\Gamma = 210{,}9375\cdot 10^{-3}\ N}$$

Η συνισταμένη $\Sigma\vec{F} = \vec{F}_A + \vec{F}_\Gamma$ των δυνάμεων $\vec{F}_A$, $\vec{F}_\Gamma$ έχει μέτρο:

$$\Sigma F = F_A + F_\Gamma \overset{S.I.}{\Rightarrow} \Sigma F = (337{,}5\cdot 10^{-3} + 210{,}9375\cdot 10^{-3})N \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \boxed{\Sigma F = 548{,}4375\cdot 10^{-3}\ N}$$

Η $\Sigma\vec{F}$ είναι ομόρροπη των δύο δυνάμεων ($\Sigma\vec{F} \uparrow\uparrow \vec{F}_A$, $\vec{F}_\Gamma$)

7. ***Να βρεθεί το μέτρο της έντασης ηλεκτροστατικού πεδίου, που δημιουργεί φορτίο Q = –2μC, σε απόσταση 3 cm από αυτό.***

Λύση

Έστω $r = 3\ cm = 3\cdot 10^{-2}\ m$ και Ε το μέτρο της έντασης του ηλεκτρικού πεδίου σε απόσταση r από το φορτίο Q. Έχουμε:

$$E = k\frac{|Q|}{r^2} \overset{S.I.}{\Rightarrow} E = 9\cdot 10^9\,\frac{|-2\cdot 10^{-6}|}{9\cdot 10^{-4}}\,\frac{N}{C} \Rightarrow \boxed{E = 2\cdot 10^7\ \frac{N}{C}}$$

8. ***Φορτίο $+4 \cdot 10^{-9}$ C, δημιουργεί πεδίο έντασης μέτρου $3,6 \cdot 10^{-3}$ N/C σε απόσταση r από αυτό. Να βρεθεί η απόσταση r.***

Λύση

Έστω $Q = 4 \cdot 10^{-9}$ C και $E = 3,5 \cdot 10^{-3}\ \frac{N}{C}$ το μέτρο της έντασης του ηλεκτρικού πεδίου σε απόσταση r από το φορτίο Q. Έχουμε:

$$E = k\frac{Q}{r^2} \Rightarrow Er^2 = kQ \Rightarrow r^2 = \frac{kQ}{E} \overset{r>0}{\Rightarrow} r = \sqrt{\frac{kQ}{E}} \overset{S.I.}{\Rightarrow}$$

$$\overset{S.I.}{\Rightarrow} r = \sqrt{\frac{9 \cdot 10^9 \cdot 4 \cdot 10^{-9}}{3,6 \cdot 10^{-3}}}\ m \Rightarrow r = \frac{6}{\sqrt{36 \cdot 10^{-4}}}\ m \Rightarrow r = \frac{6}{6 \cdot 10^{-2}}\ m \Rightarrow \boxed{r = 10^2\ m}$$

9. ***Η ένταση ηλεκτρικού πεδίου σε απόσταση 1 cm από ηλεκτρικό φορτίο-πηγή, έχει μέτρο $36 \cdot 10^{-9}$ N/C. Να βρεθεί η ποσότητα του ηλεκτρικού φορτίου.***

Λύση

Έστω Q το φορτίο-πηγή του πεδίου, $r = 1\ cm = 10^{-2}$ m η απόσταση από αυτό και $E = 36 \cdot 10^{-9}\ \frac{N}{C}$ το μέτρο της έντασης του ηλεκτρικού πεδίου, στην απόσταση r. Έχουμε:

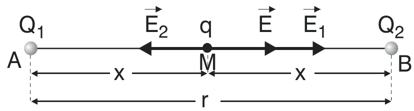
$$E = k\frac{|Q|}{r^2} \Rightarrow E \cdot r^2 = k|Q| \Rightarrow |Q| = \frac{E \cdot r^2}{k} \overset{S.I.}{\Rightarrow}$$

$$\overset{S.I.}{\Rightarrow} |Q| = \frac{36 \cdot 10^{-9} \cdot 10^{-4}}{9 \cdot 10^9}\ C \Rightarrow |Q| = 4 \cdot 10^{-22}\ C$$

10. ***Φορτίο +9μC απέχει απόσταση 30 cm από άλλο φορτίο +4μC. Να βρεθεί η ένταση του ηλεκτρικού πεδίου στο μέσο της μεταξύ τους απόστασης.***

Λύση

Έστω $Q_1 = 9\ μC = 9 \cdot 10^{-6}$ C, και $Q_2 = 4\ μC = 4 \cdot 10^{-6}$ C, τα δύο φορτία, $r = 30\ cm = 3 \cdot 10^{-1}$ m η μεταξύ



τους απόσταση και $x = \frac{r}{2} = 15 \cdot 10^{-2}$ m η απόσταση του μέσου Μ της απόστασης r, από κάθε φορτίο. Αν E_1, E_2 τα μέτρα των εντάσεων στο σημείο Μ εξαιτίας των φορτίων Q_1, Q_2 αντίστοιχα, έχουμε:

$$E_1 = K\frac{Q_1}{x^2} \overset{S.I.}{\Rightarrow} E_1 = 9 \cdot 10^9 \frac{9 \cdot 10^{-6}}{225 \cdot 10^{-4}}\frac{N}{C} \Rightarrow \boxed{\mathbf{E_1 = 3{,}6 \cdot 10^6 \frac{N}{C}}}$$

$$E_2 = K\frac{Q_2}{x^2} \overset{S.I.}{\Rightarrow} E_2 = 9 \cdot 10^9 \frac{4 \cdot 10^{-6}}{225 \cdot 10^{-4}}\frac{N}{C} \Rightarrow \boxed{\mathbf{E_2 = 1{,}6 \cdot 10^6 \frac{N}{C}}}$$

Η ένταση $\vec{E} = \vec{E}_1 + \vec{E}_2$ του πεδίου των δύο φορτίων στο σημείο Μ έχει μέτρο $E = E_1 - E_2 \overset{S.I.}{\Rightarrow} E = (3{,}6 \cdot 10^6 - 1{,}6 \cdot 10^6)\frac{N}{C} \Rightarrow \boxed{\mathbf{E = 2 \cdot 10^6 \frac{N}{C}}}$

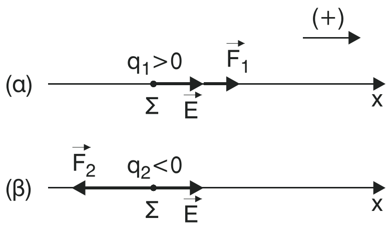
Η ένταση $\vec{E}$ είναι ομόρροπη της $\vec{E}_1$ $(\vec{E} \uparrow\uparrow \vec{E}_1)$, όπως φαίνεται στο σχήμα.

11. ***Δοκιμαστικό ηλεκτρικό φορτίο q_1 = 2μC, βρίσκεται στη θέση (Σ) ηλεκτρικού πεδίου και δέχεται 2 · 10^{ί} N, κατά τη θετική κατεύθυνση του άξονα x. Να βρεθούν:***

α) Η ένταση του πεδίου στη θέση (Σ).

β) Η δύναμη που θα δεχτεί φορτίο q_2 = –4 μC στη θέση (Σ).

Λύση



α) Έστω $F_1 = 2 \cdot 10^{-3}$ N το μέτρο της δύναμης του πεδίου που δέχεται το φορτίο q_1 όταν βρεθεί στο σημείο (Σ), και $\vec{E}$ η ένταση του πεδίου στο σημείο (Σ) η οποία είναι σταθερή για το συγκεκριμένο σημείο και ανεξάρτητη του φορτίου που τυχόν βρίσκεται στο σημείο αυτό. Επειδή $q_1 > 0$ είναι $\vec{F}_1 \uparrow\uparrow \vec{E}$ και

$$E = \frac{F_1}{q_1} \overset{S.I.}{\Rightarrow} E = \frac{2 \cdot 10^{-3}}{2 \cdot 10^{-6}}\frac{N}{C} \Rightarrow \boxed{\mathbf{E = 10^3 \frac{N}{C} = σταθερό}}$$

β) Η δύναμη $\vec{F}_2$ που θα δεχτεί το φορτίο q_2 στο σημείο (Σ) είναι $\vec{F}_2 \uparrow\uparrow \vec{E}$ αφού $q_2 < 0$ και το μέτρο της βρίσκεται ως εξής:

$$E = \frac{F_2}{|q_2|} \Rightarrow F_2 = E|q_2| \overset{S.I.}{\Rightarrow}$$

$$\Rightarrow F_2 = 10^3 \cdot 4 \cdot 10^{-6}\ N \Rightarrow \boxed{\mathbf{F_2 = 4 \cdot 10^{-3}\ N}}$$

12. ***Στα σημεία Α και Β ευθείας (ε), που απέχουν απόσταση d = 0,3 m, τοποθετούμε φορτία +2 μC και +8 μC αντίστοιχα. α) Σε ποιο σημείο της ευθείας η ένταση του πεδίου είναι μηδέν; β) Σε ποιο σημείο της ευθείας η ένταση μηδενίζεται αν το φορτίο +8 μC αντικατασταθεί από φορτίο –8 μC.***

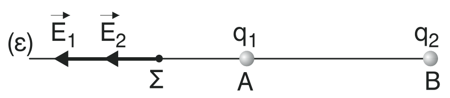
Λύση

α) Έστω $q_1 = 2$ μC και $q_2 = 8$ μC τα δύο φορτία στα σημεία Α και Β αντίστοιχα. Τότε, η ένταση $\vec{E}$ σε οποιοδήποτε σημείο του πεδίου (εκτός των Α, Β) θα είναι:

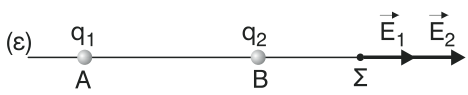
$\vec{E} = \vec{E}_1 + \vec{E}_2$, όπου $\vec{E}_1$, $\vec{E}_2$ οι εντάσεις στο σημείο εκείνο εξαιτίας των φορτίων q_1, q_2 αντίστοιχα. Για το σημείο που ψάχνουμε, έστω Σ, ισχύει $\vec{E} = 0 \Rightarrow \vec{E}_1 + \vec{E}_2 = 0 \Rightarrow \vec{E}_1 = -\vec{E}_2 = 0$ δηλαδή τα διανύσματα $\vec{E}_1$, $\vec{E}_2$ στο σημείο Σ πρέπει να είναι αντίθετα. Επομένως πρέπει να έχουν:

1. ίδια διεύθυνση, **2.** αντίθετη φορά, **3.** ίδιο μέτρο ($E_1 = E_2$), που αποτελούν τις τρεις απαραίτητες συνθήκες για τα $\vec{E}_1$, $\vec{E}_2$.

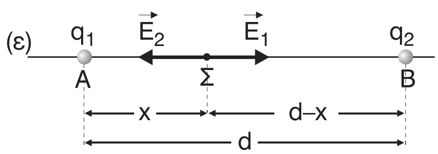
Εξαιτίας της συνθήκης 1., το σημείο Σ βρίσκεται υποχρεωτικά πάνω στην ευθεία (ε). Έτσι διακρίνουμε τις παρακάτω τρεις περιπτώσεις:



1η περίπτωση: Το σημείο Σ να βρίσκεται αριστερά του Α. Η περίπτωση αυτή απορρίπτεται λόγω της συνθήκης 2.



2η περίπτωση: Το σημείο Σ να βρίσκεται δεξιά του Β. Και η περίπτωση αυτή απορρίπτεται λόγω της συνθήκης 2.



3η περίπτωση: Το σημείο Σ να βρίσκεται μεταξύ των Α και Β. Στην περίπτωση αυτή ισχύει η συνθήκη 2, οπότε αρκεί να να ισχύει και η συνθήκη 3.

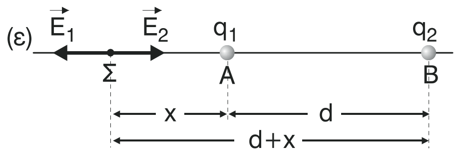
Δηλαδή $E_1 = E_2$.

Αν το Σ απέχει από το Α απόσταση x τότε από το Β απέχει απόσταση d–x. Άρα: $E_1 = E_2 \Rightarrow K\dfrac{q_1}{x^2} = K\dfrac{q_2}{(d-x)^2} \Rightarrow \dfrac{(d-x)^2}{x^2} = \dfrac{q_2}{q_1} \Rightarrow \left(\dfrac{d-x}{x}\right)^2 = \dfrac{q_2}{q_1} \Rightarrow$

$$\xRightarrow{\frac{d-x}{x}>0} \frac{d-x}{x} = \sqrt{\frac{q_2}{q_1}} \overset{S.I.}{\Rightarrow} \frac{d-x}{x} = \sqrt{\frac{8 \cdot 10^{-6}}{2 \cdot 10^{-6}}} \Rightarrow \frac{d-x}{x} = 2 \Rightarrow d-x = 2x \Rightarrow$$

$$\Rightarrow d = 3x \Rightarrow x = \frac{d}{3} \overset{S.I.}{\Rightarrow} x = \frac{3 \cdot 10^{-1}}{3} m \Rightarrow x = 10^{-1} m = 0{,}1 m$$

β) Όπως και στο ερώτημα (α) διακρίνουμε τις παρακάτω τρεις περιπτώσεις (στο ερώτημα αυτό είναι $q_2 = -8\ \mu C = -\ 8 \cdot 10^{-6}\ C$):



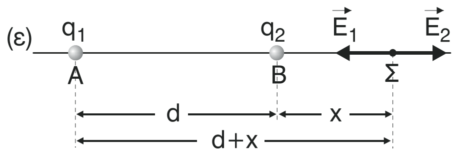
1η περίπτωση: Το σημείο Σ να βρίσκεται αριστερά του Α. Στην περίπτωση αυτή ισχύει η συνθήκη 2. Άρα, αρκεί να ισχύει και η συνθήκη 3. Δηλαδή $E_1 = E_2$

$\Rightarrow$

$$\Rightarrow K\frac{q_1}{x^2} = K\frac{|q_2|}{(d+x)^2} \Rightarrow \frac{q_1}{x^2} = \frac{|q_2|}{(d+x)^2} \Rightarrow \frac{(d+x)^2}{x^2} = \frac{|q_2|}{q_1} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \left(\frac{d+x}{x}\right)^2 = \frac{|q_2|}{q_1} \overset{\frac{d+x}{x}>0}{\Longrightarrow} \frac{d+x}{x} = \sqrt{\frac{|q_2|}{q_1}} \overset{S.I.}{\Rightarrow} \frac{d+x}{x} = \frac{8 \cdot 10^{-6}}{2 \cdot 10^{-6}} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{d+x}{x} = \sqrt{4} \Rightarrow \frac{d+x}{x} = 2 \Rightarrow d+x = 2x \Rightarrow d = x \overset{S.I.}{\Rightarrow} \boxed{x = 3 \cdot 10^{-1} m}$$

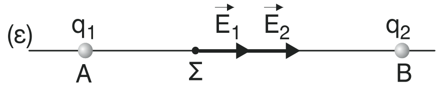


2η περίπτωση: Το σημείο Σ να βρίσκεται δεξιά του Β. Στην περίπτωση αυτή ισχύει η συνθήκη 2. Άρα, αρκεί να ισχύει και η συνθήκη 3. Δηλαδή $E_1 = E_2 \Rightarrow$

$$\Rightarrow K\frac{q_1}{(d+x)^2} = K\frac{|q_2|}{x^2} \Rightarrow \frac{q_1}{(d+x)^2} = \frac{|q_2|}{x^2} \Rightarrow \frac{x^2}{(d+x)^2} = \frac{|q_2|}{q_1} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \left(\frac{x}{d+x}\right)^2 = \frac{|q_2|}{q_1} \Rightarrow \frac{x}{d+x} = 2 \Rightarrow x = 2(d+x) \Rightarrow x = 2d + 2x \Rightarrow$$

$-x = 2d \Rightarrow x = -2d \Rightarrow x = -6 \cdot 10^{-1}$ m Η λύση αυτή απορρίπτεται διότι πρέπει $x > 0$.



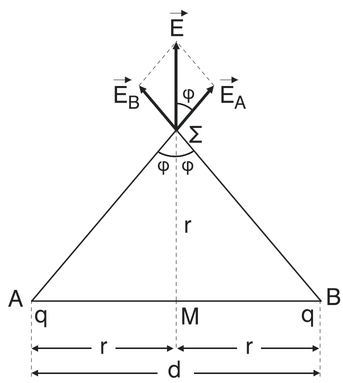
3η περίπτωση: Το σημείο Σ να βρίσκεται μεταξύ των Α και Β. h περίπτωση αυτή απορρίπτεται λόγω της συνθήκης 2.

(Σ.Σ. Για το συγκεκριμένο πρόβλημα δεν χρειαζόταν να αποδείξουμε ότι το ζητούμενο σημείο βρίσκεται πάνω στην ευθεία (ε) επειδή αναφερόταν στην εκφώνηση. Αν όμως ζητηθεί η εύρεση ενός σημείου του πεδίου, και όχι ειδικά της ευθείας (ε) που ορίζεται από τα δύο φορτία τότε, η απόδειξη που αναφέρεται στη λύση του προβλήματος, ότι το σημείο όπου $\vec{E} = 0$, βρίσκεται πάνω στην ευθεία (ε), είναι απαραίτητη).

13. ***Δύο ηλεκτρικά φορτία βρίσκονται σε απόσταση d = 6 m. Αν τα φορτία είναι ίσα με: α) +4 μC, β) –4μC. Να υπολογιστεί, η ένταση του πεδίου σε σημείο (Σ) της μεσοκάθετης στην απόσταση d, που απέχει 3 m από το μέσο της απόστασης d.***

Λύση

α) Έστω $q = 4\ \mu C = 4 \cdot 10^{-6}$ C το κάθε φορτίο που τοποθετείται στα άκρα Α και Β της απόστασης d, M το μέσο της ΑΒ και $r = M\Sigma = 3$ m. Επίσης, ΜΑ = ΜΒ = d\2 = 3 m. Άρα, ΜΑ = ΜΒ = ΜΣ = r = 3 m. Τότε, τα τρίγωνα $M\overset{\Delta}{A}\Sigma$ και $M\overset{\Delta}{B}\Sigma$ είναι ορθογώνια ($\hat{M} = 90^\circ$) και ισοσκελή. Έχουμε:



$$A\Sigma^2 = r^2 + r^2 \Rightarrow A\Sigma^2 = 2r^2 = B\Sigma^2$$

Αν E_A, E_B τα μέτρα των εντάσεων στο Σ εξαιτίας των φορτίων Α, Β αντίστοιχα, έχουμε:

$$E_A = k\frac{q}{A\Sigma^2} = k\frac{q}{2r^2} \overset{S.I.}{\Rightarrow}$$

$$E_A = 9 \cdot 10^9 \frac{4 \cdot 10^{-6}}{2 \cdot 9}\frac{N}{C} \Rightarrow E_A = 2 \cdot 10^3 \frac{N}{C} \text{ και}$$

$$E_B = k\frac{q}{B\Sigma^2} = k\frac{q}{2r^2} = E_A \Rightarrow E_B = 2 \cdot 10^3 \frac{N}{C} = E_A$$

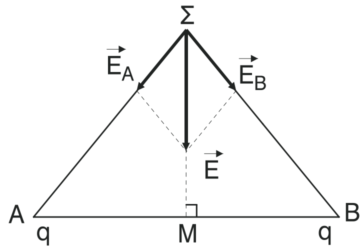
Επειδή τα τρίγωνα $M\overset{\Delta}{A}\Sigma$ και $M\overset{\Delta}{B}\Sigma$ είναι ορθογώνια και ισοσκελή θα είναι $\varphi = 45^\circ$, άρα $A\Sigma \perp B\Sigma$ και επομένως $\vec{E}_A \perp \vec{E}_B$.

Η ένταση $\vec{E} = \vec{E}_A + \vec{E}_B$ του πεδίου στο σημείο Σ, έχει μέτρο:

$$E = \sqrt{E_A^2 + E_B^2} \overset{E_A = E_B}{\Longrightarrow} E = \sqrt{2E_A^2} = E_A\sqrt{2} \overset{S.I.}{\Rightarrow} E = 2\sqrt{2} \cdot 10^{-3}\frac{N}{C}$$

Η διεύθυνση της $\vec{E}$ σχηματίζει με την $\vec{E}_A$ γωνία ίση με $\varphi = 45^\circ$ (ως κατακόρυφήν), οπότε $\vec{E} \perp AB$, ενώ η φορά της φαίνεται στο σχήμα.

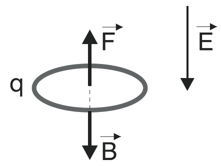
β) Στην περίπτωση που είναι $q = -4\ \mu C = -4 \cdot 10^{-6}\ C$, τα μέτρα και οι διευθύνσεις των εντάσεων $\vec{E}_A$, $\vec{E}_B$ και $\vec{E}$ παραμένουν τα ίδια και αντιστρέφονται οι φορές τους όπως φαίνεται και στο σχήμα.



14. ***Μικρός μεταλλικός δίσκος έχει βάρος $32 \cdot 10^{-3}$ N, και ισορροπεί σε μικρό ύψος από την επιφάνεια της Γης. Κοντά στην επιφάνεια της Γης εμφανίζεται ηλεκτροστατικό πεδίο, έντασης E = 100 N/C, κατακόρυφο και με φορά προς τα κάτω. Να βρεθεί το είδος και η ποσότητα του ηλεκτρικού φορτίου που έχει ο δίσκος.***

Λύση

Έστω $B = 32 \cdot 10^{-3}$ N το μέτρο του βάρους του φορτισμένου δίσκου, και $\vec{F}$ η δύναμη που δέχεται από το ηλεκτρικό πεδίο. Αφού ο δίσκος ισορροπεί, η συνισταμένη $\Sigma\vec{F} = \vec{B} + \vec{F}$ είναι ίση με μηδέν. Δηλαδή



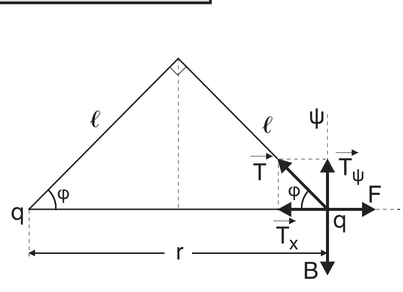
$$\Sigma\vec{F} = 0 \Rightarrow \vec{B} + \vec{F} = 0 \Rightarrow \boxed{\vec{F} = -\vec{B}} \quad (1)$$

Άρα η $\vec{F}$ είναι αντίρροπη του $\vec{B}$. Όμως $\vec{B}\uparrow\uparrow\vec{E}$. Άρα $\vec{F}\uparrow\downarrow\vec{E}$, όπως φαίνεται και στο σχήμα. Αυτό σημαίνει ότι το φορτίο q είναι αρνητικό. Τέλος, από τη σχέση (1) για τα μέτρα των δυνάμεων ισχύει

$$F = B \overset{F=E|q|}{\Longrightarrow} E \cdot |q| = B \Rightarrow |q| = \frac{B}{E} \overset{S.I.}{\Rightarrow} |q| = \frac{32 \cdot 10^{-3}}{100}\ C \Rightarrow$$

$$\Rightarrow |q| = 32 \cdot 10^{-5}\ C \overset{q<0}{\Longrightarrow} \boxed{q = -32 \cdot 10^{-5}\ C}$$

15. ***Δύο όμοια μεταλλικά σφαιρίδια, έχουν το καθένα βάρος 0,45 N και είναι στερεωμένα στις άκρες δύο, ίσου μήκους, μεταξωτών νημάτων. Τα νήματα έχουν μήκος 0,20 m. Αν τα δύο σφαιρίδια έχουν ίσα φορτία, να βρεθεί το φορτίο καθενός, ώστε να ισορροπούν, με τα νήματα κάθετα μεταξύ τους.***



Λύση

Έστω q ο φορτίο του καθενός σφαιριδίου που ισορροπούν, r η μεταξύ τους απόσταση, $\ell = 0{,}2$ m το μήκος του κάθε νήματος και B = 0,45 N το βάρος του κάθε σφαιριδίου. Σε κάθε σφαιρίδιο εκτός από το βάρος του $\vec{B}$ ασκείται και η τάση $\vec{T}$ του νήματος καθώς και η απωστική δύναμη Coulomb $\vec{F}$. Αναλύουμε την τάση σε δύο συνιστώσες $\vec{T}_x$ και $\vec{T}_\psi$, η πρώτη στον άξονα των x και δεύτερη στον άξονα των ψ όπως φαίνεται στο σχήμα. Το ορθογώνιο τρίγωνο με κάθετες πλευρές τα νήματα, είναι ισοσκελές. Άρα φ = 45˚.

Αφού το σφαιρίδιο ισορροπεί η συνισταμένη $\Sigma\vec{F}$ των δυνάμεων είναι ίση με μηδέν. $\Sigma F = 0 \Rightarrow \begin{cases} \Sigma F_x = 0 \quad (1) \\ \text{και} \\ \Sigma F_\psi = 0 \quad (2) \end{cases}$

$$(1) \Rightarrow \Sigma F_x = 0 \Rightarrow F - T_x = 0 \Rightarrow F = T_x \Rightarrow k\,\frac{|qq|}{r^2} = \text{Τσυνφ} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow k\,\frac{q^2}{r^2} = \text{Τσυνφ} \quad (3)$$

$$(2) \Rightarrow \Sigma F_\psi = 0 \Rightarrow B - T_\psi = 0 \Rightarrow B = T_\psi \Rightarrow B = \text{Τημφ} \quad (4)$$

Διαιρώντας κατά μέλη τις (4) και (3) έχουμε:

$$\frac{(4)}{(3)} \Rightarrow \frac{B}{k\,\dfrac{q^2}{r^2}} = \frac{\text{Τημφ}}{\text{Τσυνφ}} \Rightarrow \frac{Br^2}{kq^2} = \text{εφφ} \Rightarrow kq^2\text{εφφ} = Br^2 \Rightarrow \boxed{\mathbf{g^2 = \frac{Br^2}{κεφφ}}}$$

Όμως από το ορθογώνιο τρίγωνο προκύπτει $r^2 = \ell^2 + \ell^2 \Rightarrow r^2 = 2\ell^2$. Άρα:

$$q^2 = \frac{2B\ell^2}{\text{κεφφ}} \Rightarrow q = \pm\ell\sqrt{\frac{2B}{\text{κεφφ}}} \overset{\text{S.I.}}{\Rightarrow} q = \pm 0{,}2\sqrt{\frac{2 \cdot 0{,}45}{9 \cdot 10^9 \cdot 1}}\ \text{C} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow q = \pm 0{,}2\sqrt{10^{-10}}\ \text{C} \Rightarrow q = \pm 0{,}2 \cdot 10^{-5}\ \text{C} \Rightarrow \boxed{\mathbf{q = \pm 0{,}2 \cdot 10^{-6}\ C}}$$

16. ***Το πρόβλημα 16 βρίσκεται στην ενότητα “Λυμένα προβλήματα” του παρόντος βιβλίου και είναι το λυμένο πρόβλημα 2.***

17. ***Σωματίδιο με μάζα 1,0 · 10^{-5} kg και φορτίο +1μC αφήνεται να κινηθεί σε ένα ομογενές ηλεκτρικό πεδίο έντασης 12 N/C. Να βρεθούν:***

α) Η μετατόπισή του μετά από χρόνο 1 s.

β) Η κινητική του ενέργεια στο τέλος του πρώτου δευτερολέπτου της κίνησης.

γ) Ποιες μετατροπές ενέργειας συνέβησαν;

Λύση

α) Έστω $m = 10^{-5}$ kg και $q = 1\ \mu C = 10^{-6}$ C η μάζα και το φορτίο, αντίστοιχα, του σωματιδίου που αφήνεται ($\upsilon_0 = 0$) μέσα σε ομογενές ηλεκτρικό πεδίο (στο σημείο Α) έντασης μέτρου $E = 12\ \frac{N}{C}$, όπως φαίνεται και στο σχήμα. Το σωματίδιο δέχεται σταθερή δύναμη $\vec{F}$ από το πεδίο με μέτρο:

$$F = E \cdot q \overset{S.I.}{\Rightarrow} \boxed{F = 12 \cdot 10^{-6}\ N}$$

και κατεύθυνση ίδια με της έντασης $\vec{E}$. Θεωρώντας το βάρος του σωματιδίου αμελητέο, η $\vec{F}$ είναι η συνισταμένη, ως μοναδική δύναμη, των δυνάμεων, που ενεργούν στο σωματίδιο. Έτσι αυτό αποκτά σταθερή επιτάχυνση $\vec{\alpha}$ με μέτρο:

$$\alpha = \frac{F}{m} \overset{S.I.}{\Rightarrow} \alpha = \frac{12 \cdot 10^{-6}}{10^{-5}}\ \frac{m}{s^2} \Rightarrow \boxed{\alpha = 1{,}2\ \frac{m}{s^2}}$$

και κατεύθυνση ίδια με της δύναμης $\vec{F}$. Επομένως το σωματίδιο εκτελεί ευθύγραμμη ομαλά επιταχυνόμενη κίνηση, και μάλιστα, χωρίς αρχική ταχύτητα. Η μετατόπιση x ετά από χρόνο t = 1 s από τη στιγμή που αφέθηκε ελεύθερο είναι:

$$x = \frac{1}{2}\alpha t^2 \overset{S.I.}{\Rightarrow} x = \frac{1}{2} \cdot 1{,}2 \cdot 1^2\ m \Rightarrow \boxed{x = 0{,}6\ m}$$

β) Η ταχύτητα που αποκτά μετά από t = 1 s στο σημείο Γ είναι

$$\upsilon = \alpha \cdot t \overset{S.I.}{\Rightarrow} \upsilon = 1{,}2 \cdot 1\ \frac{m}{s} \Rightarrow \boxed{\upsilon = 1{,}2\ \frac{m}{s}}$$

Οπότε, στο σημείο Γ κινητική του ενέργεια είναι

$$K = \frac{1}{2} m\upsilon^2 \overset{S.I.}{\Rightarrow} K = \frac{1}{2} \cdot 10^{-5} \cdot 1{,}2^2\ J \Rightarrow K = 0{,}72 \cdot 10^{-5}\ J \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \boxed{K = 7{,}2 \cdot 10^{-5}\ J}$$

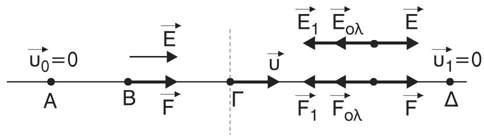
γ) Όπως γνωρίζουμε η δύναμη $\vec{F}$ του πεδίου είναι συντηρητική με αποτέλεσμα η μηχανική ενέργεια E_μ (άθροισμα κινητικής και δυναμικής ενέργειας) του φορτισμένου σωματιδίου να διατηρείται. Δηλαδή:

$$E_{\mu,(A)} = E_{\mu,(\Gamma)} \Rightarrow K_{(A)} + U_A = K_\Gamma + U_\Gamma \Rightarrow U_A - U_\Gamma = K_\Gamma - K_A \quad (1)$$

όπου $K_Γ = K$ και $K_A = 0$ οι κινητικές ενέργειες του σωματιδίου στα σημεία Γ και Α αντίστοιχα και $U_Γ$, U_A οι ηλεκτρικές δυναμικές ενέργειες στα ίδια σημεία. Ισχύει $U_A > U_Γ$ (αυθόρμητη κίνηση από το Α στο Γ άρα, όπως γνωρίζουμε, η δυναμική ενέργεια μειώνεται), οπότε, από τη σχέση (1) προκύπτει ότι, η μείωση της ηλεκτρικής δυναμικής ενέργειας $(U_A – U_Γ)$, ισούται με την αύξηση της κινητικής ενέργειας $(K_Γ – K_A)$ του σωματιδίου. Έχουμε λοιπόν μετατροπή ηλεκτρικής δυναμικής ενέργειας σε κινητική (μέσω του έργου της $\vec{F}$).

18. ***Με βάση το προηγούμενο πρόβλημα και μετά από 1 s κίνησης, εφαρμόζουμε συγχρόνως και ένα αντίρροπο ομογενές ηλεκτρικό πεδίο. Να βρεθεί ποια θα έπρεπε να είναι η έντασή του, ώστε να μηδενιστεί η ταχύτητα του σωματιδίουμετά από 1 s.***

Λύση



Αν, στο προηγούμενο πρόβλη μα, μετά από t = 1 s χρόνο κίνησης εφαρμόσουμε και αντίρροπο ομογενές ηλεκτρικό πεδίο έντασης $\vec{E}$, συγχρόνως με το αρχικό , η ένταση $\vec{E}_{ολ}$ του νέου πεδίου που προκύπτει θα είναι $\vec{E}_{ολ} = \vec{E} + \vec{E}_1$ και θα έχει μέτρο:

$$\boxed{E_{ολ} = E_1 – E} \quad (1)$$

Προφανώς ισχύει $E_1 > E$ αφού η ταχύτητα του σωματιδίου αρχίζει και μειώνεται και μετά από χρόνο $t_1 = 1$ s γίνεται $υ_1 = 0$. Αν $α_1$ $(α_1 < 0)$ η επιτάχυνση που αποκτά το σωματίδιο θα ισχύει, με βάση και το πρόβλημα 17,

$$υ_1 = υ + α_1 t_1 \Rightarrow υ_1 – υ = α_1 t_1 \Rightarrow α_1 = \frac{υ_1 – υ}{t_1} \overset{S.I.}{\Rightarrow} α_1 = \frac{0 – 1{,}2}{1}\frac{m}{s^2} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \boxed{α_1 = –1{,}2 \frac{m}{s^2}}$$

Η δύναμη $\vec{F}_{ολ}$ που δέχεται από το νέο πεδίο το σωματίδιο έχει μέτρο

$$F_{ολ} = m|α| \overset{S.I.}{\Rightarrow} F_{ολ} = 1{,}2 \cdot 10^{-5}\ N.$$

Όμως $E_{ολ} = \frac{F_{ολ}}{q} \overset{S.I.}{\Rightarrow} E_{ολ} = \frac{1{,}2 \cdot 10^{-5}}{10^{-6}} \frac{N}{C} \Rightarrow \boxed{E_{ολ} = 12 \frac{N}{C}}$

Από (1) $\Rightarrow E_1 = E_{ολ} + E \overset{S.I.}{\Rightarrow} E_1 = (12 + 12) \frac{N}{C} \Rightarrow \boxed{E_1 = 24 \frac{N}{C} \text{ με } \vec{E}_1 \uparrow\downarrow \vec{E}}$

19. ***Δύο ηλεκτρικά φορτία +4 μC και –6μC, βρίσκονται σε απόσταση 0,4 m. Να υπολογιστεί η δυναμική ενέργεια του συστήματος των φορτίων.***

Λύση

Έστω $q_1 = 4\ \mu C = 4 \cdot 10^{-6}$ C και $q_2 = -6\ \mu C = -6 \cdot 10^{-6}$ C τα δύο φορτία, $r = 0{,}4\ m = 4 \cdot 10^{-1}$ m η μεταξύ τους απόσταση και U η δυναμική ενέργεια του συστήματος των δύο φορτίων. Έχουμε:

$$U = K \frac{q_1 q_2}{r} \overset{S.I.}{\Rightarrow} U = 9 \cdot 10^9 \frac{4 \cdot 10^{-6} (-6) \cdot 10^{-6}}{4 \cdot 10^{-1}} J \Rightarrow \boxed{U = -54 \cdot 10^{-2} J}$$

20. ***Το σύστημα δύο ηλεκτρικών φορτίων +3 μC και +4 μC περιέχει ενέργεια 0,27 Joule. Να βρεθεί η απόσταση μεταξύ των δύο φορτίων.***

Λύση

Έστω $q_1 = 3\ \mu C = 3 \cdot 10^{-6}$ C και $q_2 = 4\ \mu C = 4 \cdot 10^{-6}$ C τα δύο φορτία, U = 0,27 Joule η δυναμική ενέργεια και r η μεταξύ τους απόσταση. Έχουμε:

$$U = k \frac{q_1 q_2}{r} \Rightarrow U \cdot r = kq_1q_2 \Rightarrow r = \frac{kq_1q_2}{U} \overset{S.I.}{\Rightarrow} r = \frac{9 \cdot 10^9 \cdot 3 \cdot 10^{-6} \cdot 4 \cdot 10^9}{0{,}27} m \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \boxed{r = 0{,}4\ m}$$

21. ***Φορτίο-πηγή +6 μC δημιουργεί ηλεκτρικό πεδίο. Σε θέση που απέχει 0,3 m από το φορτίο τοποθετείται δοκιμαστικό φορτίο –6nC. Πόση είναι η δυναμική ενέργεια του δοκιμαστικού φορτίου; (1nC = 10^{-9} C).***

Λύση

Έστω $Q = 6\ \mu C = 6 \cdot 10^{-6}$ C το φορτίο πηγή, $r = 0{,}3\ m = 3 \cdot 10^{-1}$ m η απόσταση, $q = -6nC = -6 \cdot 10^{-9}$ C το δοκιμαστικό φορτίο και U η δυναμική ενέργεια του q. Έχουμε:

$$U = k \frac{Qq}{r} \overset{S.I.}{\Rightarrow} U = 9 \cdot 10^9 \frac{6 \cdot 10^{-6} \cdot (-6) \cdot 10^{-9}}{3 \cdot 10^{-1}} J \Rightarrow U = 108 \cdot 10^{-5} J \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \boxed{U = 1{,}08 \cdot 10^{-3} J}$$

22. ***Να βρεθεί το δυναμικό σε απόσταση 0,9 m από φορτίο +6 μC.***

Λύση

Έστω $Q = 2\ \mu C = 2 \cdot 10^{-6}$ C, το φορτίο, $V = 4 \cdot 10^4$ Volt το δυναμικό και r η απόσταση. Έχουμε:

$$V = K\frac{Q}{r} \overset{S.I.}{\Rightarrow} V = 9 \cdot 10^9 \frac{6 \cdot 10^{-6}}{9 \cdot 10^{-1}}\ \text{Volt} \Rightarrow V = 6 \cdot 10^4\ \text{Volt}$$

23. ***Σε ποια απόσταση από το φορτίο +2 μC το δυναμικό έχει τιμή 4 · 10⁴ Volt;***

Λύση

$$V = k\frac{Q}{r} \Rightarrow V \cdot r = kQ \Rightarrow r = \frac{KQ}{V} \overset{S.I.}{\Rightarrow} \frac{9{\cdot}10^9{\cdot}2{\cdot}10^{-6}}{4{\cdot}10^4}\ \text{m} \Rightarrow \boxed{r = 0{,}45\ \text{m}}$$

24. ***Δοκιμαστικό φορτίο +2 μC τοποθετείται σε σημείο (Σ) ηλεκτρικού πεδίου. Αν το δυναμικό στη θέση (Σ) είναι –10 V να βρείτε:***

α) Τη δυναμική ενέργεια του δοκιμαστικού φορτίου.

β) Πόσο έργο πρέπει να προσφερθεί στο δοκιμαστικό φορτίο για να φθάσει στο άπειρο χωρίς ταχύτητα;

Λύση

α) Έστω $q = 2\ \mu C = 2 \cdot 10^{-6}$ C το φορτίο στο σημείο Σ, $V_\Sigma = -10$ V το δυναμικό στο ίδιο σημείο και U_Σ η δυναμική ενέργεια του φορτίου q.

Έχουμε:

$$U_\Sigma = V_\Sigma \cdot q \overset{S.I.}{\Rightarrow} U_\Sigma = -10 \cdot 2 \cdot 10^{-6}\ \text{J} \Rightarrow \boxed{U_\Sigma = -2 \cdot 10^{-5}\ \text{J}}$$

β) Έστω W το έργο (ενέργεια) που πρέπει να προσφέρουμε το φορτίο q, στο άπειρο χωρίς ταχύτητα. Με βάση την αρχή διατήρησης της ενέργειας έχουμε:

$$U_\Sigma + W = U_\infty + K_\infty \xRightarrow[K_\infty=0]{U_\infty=0} U_\Sigma + W = 0 \Rightarrow W = -U_\Sigma \Rightarrow \boxed{W = 2 \cdot 10^{-5}\ \text{J}}$$

25. ***Δύο σημειακά φορτία +2 μC και +18 μC απέχουν απόσταση 16 cm. Να βρεθεί:***

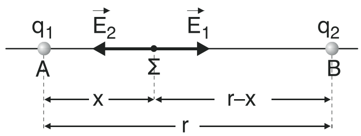
α) Να υπολογιστεί το δυναμικό σε απόσταση $r_1 = 2$ m και $r_2 = 4$ m από το (Σ).

β) Αν σημειακό φορτίο q = 1 μC τοποθετηθεί σε απόσταση r_1, ποια η δυναμική του ενέργεια;

γ) Αν το φορτίο q = 2 μC μετακινηθεί από τη θέση r_1 στη θέση r_2, ποιο είναι το έργο της δύναμης του πεδίου; Το έργο αυτό εξαρτάται από τη διαδρομή που θα ακολουθήσει το φορτίο q;

Λύση

α) Έστω $q_1 = 2\ \mu C = 2 \cdot 10^{-6}\ C$ και $q_2 = 18\ \mu C = 18 \cdot 10^{-6}\ C$ τα δύο φορτία και $r = 16\ cm = 16 \cdot 10^{-2}\ m$ η μεταξύ τους απόσταση. Ακολουθούμε την ίδια ακριβώς διαδικασία όπως και στο πρόβλημα 12 του σχολικού βιβλίου καταλήγουμε ότι το σημείο, έστω Σ, μηδενισμού της έντασης βρίσκεται μεταξύ των δύο φορτίων και πάνω στο ευθύγραμμο τμήμα που ορίζουν τα δύο φορτία.



Αν το σημείο Σ απέχει από το q_1 απόσταση τότε, από το q_2 απέχει απόσταση $r–x$. Πρέπει:

$$E_1 = E_2 \Rightarrow k\frac{q_1}{x^2} = k\frac{q_2}{(r-x)^2} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{q_1}{x^2} = \frac{q_2}{(r-x)^2} \Rightarrow \frac{(r-x)^2}{r^2} = \frac{q_2}{q_1} \Rightarrow \left(\frac{r-x}{r}\right)^2 = \frac{q_2}{q_1} \xRightarrow{\frac{r-x}{r}>0} \frac{r-x}{r} = \sqrt{\frac{q_2}{q_1}} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{r-x}{r} = \sqrt{\frac{18 \cdot 10^{-6}}{2 \cdot 10^{-6}}} \Rightarrow \frac{r-x}{r} = \sqrt{9} \Rightarrow \frac{r-x}{r} = 3 \Rightarrow r-x = 3x \Rightarrow$$

$$\Rightarrow r = 4x \Rightarrow x = \frac{r}{4} \overset{S.I.}{\Rightarrow} x = \frac{16 \cdot 10^{-2}}{4}\ m \Rightarrow \boxed{x = 4 \cdot 10^{-2}\ m}$$

Οπότε $r - x = 12 \cdot 10^{-2}\ m$

β) Έστω V_1, V_2 τα δυναμικά στο σημείο Σ εξαιτίας των φορτίων q_1, q_2 αντίστοιχα. Τότε, για το δυναμικό V του πεδίου στο σημείο Σ έχουμε:

$$V = V_1 + V_2 \Rightarrow V = k\frac{q_1}{x} + k\frac{q_2}{r-x} \overset{S.I.}{\Rightarrow} V = \left(9 \cdot 10^9 \frac{2 \cdot 10^{-6}}{4 \cdot 10^{-2}} + 9 \cdot 10^9 \frac{18 \cdot 10^{-6}}{12 \cdot 10^{-2}}\right)V$$

$$\Rightarrow V = (4{,}5 \cdot 10^5 + 13{,}5 \cdot 10^5)V \Rightarrow V = 18 \cdot 10^5\ V$$

26. ***Ακίνητο σημειακό φορτίο +2 μC, βφρίσκεται σε σημείο «Σ».***

α) Να υπολογιστεί το δυναμικό σε απόσταση $r_1 = 2\ m$ και $r_2 = 4\ m$ από το (Σ).

β) Αν σημειακό φορτίο $q = 1\ \mu C$ τοποθετηθεί σε απόσταση r_1, ποια η δυναμική του ενέργεια;

γ) Αν το φορτίο $q = 2\ \mu C$ μετακινηθεί από τη θέση r_1 στη θέση r_2, ποιο είναι το έργο της δύναμης του πεδίου; Το έργο αυτό εξαρτάται από τη διαδρομή που θα κολουθήσει το φορτίο q;

Λύση

Έστω $Q = 2\mu C = 2 \cdot 10^{-6}$ C το φορτίο στο σημείο Σ, V_1 το δυναμικό σε απόσταση r_1 και V_2 το δυναμικό σε απόσταση r_2 από το σημείο Σ. Έχουμε:

$$V_1 = k\frac{Q}{r_1} \overset{S.I.}{\Rightarrow} V_1 = 9 \cdot 10^9 \frac{2 \cdot 10^{-6}}{2} V \Rightarrow \mathbf{V_1 = 9 \cdot 10^3\ V} \text{ και}$$

$$V_2 = k\frac{Q}{r_2} \overset{S.I.}{\Rightarrow} V_2 = 9 \cdot 10^9 \frac{2 \cdot 10^{-6}}{4} V \Rightarrow \mathbf{V_2 = 4{,}5 \cdot 10^3\ V}$$

β) Η δυναμική ενέργεια U του φορτίου q σε απόσταση r_1 είναι

$$U = V_1 \cdot q \overset{S.I.}{\Rightarrow} U = 9 \cdot 10^3 \cdot 10^{-6}\ J \Rightarrow \boxed{\mathbf{U = 9 \cdot 10^{-3}\ J}}$$

γ) Αν $W_{r_1 \to r_2}$ ο έργο της δύναμης του πεδίου, έχουμε:

$$W_{r_1 \to r_2} = (V_1 - V_2)q \overset{S.I.}{\Rightarrow} W_{r_1 \to r_2} = (9 \cdot 10^3 - 4{,}5 \cdot 10^3) \cdot 2 \cdot 10^{-6}\ J \Rightarrow$$

$$\Rightarrow W_{r_1 \to r_2} = 4{,}5 \cdot 10^3 \cdot 2 \cdot 10^{-6}\ J \Rightarrow \mathbf{W_{r_1 \to r_2} = 9 \cdot 10^{-3}\ J}$$

Το παραπάνω έργο δεν εξαρτάται από τη διαδρομή που θα ακολουθήσει το φορτίο q αλλά μόνο από την αρχική και τελική θέση, (από τα V_1 και V_2). Άλλωστε η δύναμη του πεδίου είναι συντηρητική.

27. ***Στο μοντέλο του Bohr για το άτομο του υδρογόνου, τα ηλεκτρόνια μπορούν να περιστρέφονται γύρω από τον πυρήνα (πρωτόνιο) σε (επιτρεπόμενες) κυκλικές τροχιές. Α μία τροχιά έχει ακτίνα $r_1 = 21 \cdot 10^{-6}$ m, να υπολογιστούν:***

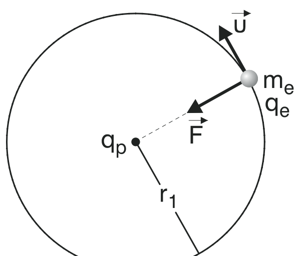
α) Η δυναμική

β) Η κινητική

γ) Η μηχανική

ενέργεια του ηλεκτρονίου στην τροχιά της ακτίνας r_1.

Λύση



α) Έστω $q_p = 1{,}6 \cdot 10^{-19}$ C = e το φορτίο του πρωτονίου, $q_e = -e = -1{,}6 \cdot 10^{-19}$ C το φορτίο του ηλετρονίου, m_e η μάζα του, U το μέτρο της ταχύτητας στην ομαλή κυκλική κίνηση του ηλεκτρονίου και F το μέτρο της ελκτικής δύναμης Coulomb που δέχεται το ηλεκτρόνιο από το πρωτόνιο. Τότε, η δυναμική ενέργεια U του ηλεκτρονίου είναι (η βαρυτική αλληλεπίδραση πρωτονίου–ηλεκτρονίου θεωρείται αμελητέα):

$$U = k\,\frac{q_p q_e}{r_1} = k\,\frac{e(-e)}{r_1} \Rightarrow U = -k\,\frac{e^2}{r_1} \overset{S.I.}{\Rightarrow} U = -9 \cdot 10^9\,\frac{1{,}6^2 \cdot 10^{-38}}{21 \cdot 10^{-5}}\,J \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \mathbf{U = -\frac{7{,}68}{7} \cdot 10^{-24}\ J}$$

Αυτή η δυναμική ενέργεια είναι και η δυναμική ενέργεια του συστήματος πρωτονίου–ηλεκτρονίου και επομένως η δυναμική ενέργεια του ατόμου.

β) Η δύναμη Coulomb $\vec{F}$ παίζει το ρόλο της απαιτούμενης κεντρομόλου δύναμης $\vec{F}_\kappa$ για την ομαλή κυκλική κίνηση του ηλεκτρονίου. Άρα

$$F = F_\kappa \Rightarrow k\,\frac{|q_p q_e|}{r_1^2} = \frac{m_e U^2}{r_1} \Rightarrow k\,\frac{e^2}{r_1} = m_e U^2 \quad (1)$$

Οπότε η κινητική ενέργεια του ηλεκτρονίου είναι $E_\kappa = \frac{1}{2} m_e U^2 \Rightarrow (1)$

$$E_\kappa = \frac{1}{2}\,k\frac{e^2}{r_1} \xRightarrow{U=-K\frac{e^2}{r_1}} E_\kappa = \frac{-1}{2}\,U \overset{S.I.}{\Rightarrow} \boxed{\mathbf{E_\kappa = \frac{7{,}68}{14} \cdot 10^{-24}\ J}}$$

Θεωρώντας το πρωτόνιο ακίνητο, αυτή είναι και η κινητική ενέργεια του συστήματος πρωτονίου–ηλεκτρονίου και επομένως η κινητική ενέργεια του ατόμου.

γ) Η μηχανική ενέργεια E_μ του ηλεκτρονίου είναι $E_\mu = U + E_\kappa \xRightarrow{U=-k\frac{e^2}{r_1}}$

$$E_\mu = U + \left(-\frac{1}{2}\,U\right) \Rightarrow E_\mu = U + -\frac{1}{2}\,U \Rightarrow \boxed{\mathbf{E_\mu = \frac{-7{,}68}{14} \cdot 10^{-24}\ J}}$$

Αυτή είναι και η μηχανική ενέργεια του συστήματος πρωτονίου–ηλεκτρονίου και επομένως η μηχανική ενέργεια του ατόμου.
Σαν συμπέρασμα έχουμε:

$$E_\kappa = |E_\mu|,\ E_\kappa = \frac{|U|}{2} \text{ και } E_\mu = \frac{U}{2}$$

Προσοχή:
Μπορεί η E_μ να είναι η μισή της U όμως $E_\mu > U$ αφού $E_\mu, U < 0$.

28. ***Τέσσερα ηλεκτρικά φορτία +30 μC, –60 μC, +90 μC και –120 μC βρίσκονται αντίστοιχα στις κορυφές Α, Β, Γ, Δ τετραγώνου, πλευράς $5\sqrt{2}$ m.***
Να υπολογίσετε:
α) Το Το δυναμικό στο μέσο «Μ» της πλευράς (ΑΒ).
β) Το δυναμικό στο κέντρο του τετραγώνου «Κ».

γ) Το έργο της δύναμης του πεδίου κατά τη μεταφορά φορτίου $q = 10^{-9}$ C, από τη θέση «Μ» στη θέση «Κ». Ποιο είναι το φυσικό περιεχόμενο του έργου αυτού;

Λύση

Η λύση του προβλήματος βρίσκεται στην ενότητα “Λυμένα προβλήματα” του παρόντος βιβλίου και είναι το λυμένο πρόβλημα 5.

29. ***Στο πρόβλημα 28 να υπολογιστεί το έργο της δύναμης του ηλεκτρικού πεδίου, κατά τη μετακίνηση φορτίου +1 μC.***

α) Από τη θέση Μ στο άπειρο

β) Από τη θέση Κ στο άπειρο

Ποιο συμπέρασμα βγάζετε σε κάθε μια περίπτωση;

Λύση

Από τη λύση του προβλήματος 28 (βλέπε λυμένο πρόβλημα 5 του παρόντος βιβλίου) έχουμε υπολογίσει ότι:

$$V_M = -54000\sqrt{2}(1 + 0{,}2\sqrt{5})\text{V} \text{ και } V_\kappa = -10800 \text{ V. Άρα}$$

α) το έργο $W_{M\to\infty}$ της δύναμης του πεδίου για τη μεταφορά του φορτίου

$q = 1\ \mu C = 10^{-6}$ C είναι

$$W_{M\to\infty} = V_M \cdot q \overset{\text{S.I.}}{\Rightarrow} W_{M\to\infty} = -54000\sqrt{2}(1 + 0{,}2\sqrt{5}) \cdot 10^{-6} \text{ J} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \boxed{\mathbf{W_{M\to\infty} = -0{,}054\sqrt{2}(1 + 0{,}2\sqrt{5}) \cdot 10^{-6}\ J}}$$

και

β) το έργο $W_{\kappa\to\infty}$ είναι:

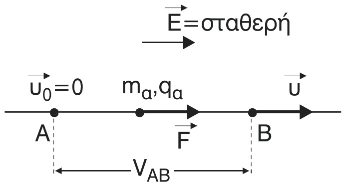
$$W_{\kappa\to\infty} = V_\kappa \cdot q \overset{\text{S.I.}}{\Rightarrow} W_{\kappa\to\infty} = -108000 \cdot 10^{-6} \text{ J} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \boxed{\mathbf{W_{\kappa\to\infty} = -0{,}108\ J}}$$

Το συμπέρασμα για να μεταφερθεί το φορτίο q από τα σημεία Μ και Κ στο άπειρο πρέπει να δαπανήσουμε ενέργεια.

30. ***Το σωματίδιο «α» έχει τη δομή του $^4_2He^{++}$ δηλαδή αποτελείται από τα δύο πρωτόνια και δύο νετρόνια ($m_p \cdot m_n$). Το ασωματίδιο «α» επιταχύνεται, σε ομογενές ηλεκτρικό πεδίο. Εάν το αφήσουμε ($\upsilon_0 = 0$), να επιταχυνθεί μεταξύ δύο σημείων Α, Β που έχουν διαφορά δυναμικού ίση με 12.000 V, να βρεθεί ποια είναι η ταχύτητά του στο σημείο Β.***

Λύση



Το φορτίο q_α του σωματιδίου α είναι διπλάσιο του φορτίου q_p του πρωτονίου. Δηλαδή,

$$q_\alpha = 2q_p \overset{S.I.}{\Rightarrow} q_\alpha = 2 \cdot 1{,}6 \cdot 10^{-19}\ C \Rightarrow$$

$$\Rightarrow q_\alpha = 3{,}2 \cdot 10^{-19}\ C.$$

Η διαφορά δυναμικού $V_{AB} = V_A - V_B$ μεταξύ των σημείων Α, Β είναι:

$$V_{AB} = V_A - V_B = 12000\ V = 12 \cdot 10^3\ V$$

Αφού η δύναμη $\vec{F}$ του πεδίου είναι συντηρητική, η μηχανική ενέργεια του σωματιδίου α διατηρείται. Επομένως:

$$E_{\mu(A)} = E_{\mu(B)} \Rightarrow K_A + U_A = K_B + U_B \Rightarrow 0 + V_A \cdot q_\alpha = K_B + V_B \cdot q_B \Rightarrow$$

$$\Rightarrow V_A \cdot q_\alpha - V_B \cdot q_B = K_B \Rightarrow (V_A - V_B)q_\alpha = K_B \overset{S.I.}{\Rightarrow} K_B = 12 \cdot 10^3 \cdot 3{,}2 \cdot 10^{-19}\ J$$

$$\Rightarrow \boxed{\mathbf{K_B = 38{,}4 \cdot 10^{-16}\ J}}$$

Όμως η κινητική ενέργεια K_B του σωματιδίου α στο σημείο Β είναι

$$K_B = \frac{1}{2} m_\alpha U^2 \ \ (1),\text{ όπου } m_\alpha = 2m_p + 2m_n \overset{m_p=m_n}{\Longrightarrow} m_\alpha = 4m_p \overset{S.I.}{\Rightarrow}$$

$$\overset{S.I.}{\Rightarrow} \boxed{\mathbf{m_\alpha = 6{,}4 \cdot 10^{-27}\ kg}}$$

η μάζα του σωματιδίου α και U το μέτρο της ταχύτητάς του στο σημείο Β.

Οπότε, από τη σχέση (1) $\Rightarrow 2K_B = m_\alpha u^2 \Rightarrow u^2 = \dfrac{2K_B}{m_\alpha} \overset{u>0}{\Longrightarrow}$

$$u = \sqrt{\frac{2K_B}{m_\alpha}} \overset{S.I.}{\Rightarrow} u = \sqrt{\frac{2 \cdot 38{,}4 \cdot 10^{-16}}{6{,}4 \cdot 10^{-27}}}\ \frac{m}{s} = \sqrt{12 \cdot 10^{11}}\ \frac{m}{s} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow u = \sqrt{1{,}2 \cdot 10^{12}}\ \frac{m}{s} \Rightarrow \boxed{\mathbf{u = 10^6\sqrt{1{,}2}\ \frac{m}{s}}}$$

Για τη λύση του προβλήματος θα μπορούσαμε να χρησιμοποιήσουμε και έναν από τους άλλους τρόπους που περιγράφονται στο λυμένο πρόβλημα 6 του παρόντος βιβλίου.

31. ***Κατά τη διάρκεια μιας καταιγίδας, νέφος στην επιφάνειά του προς τη Γη εμφανίζειο φορτίο – 25 C. Στην επιφάνεια της Γης, δημιουργούνται από επαγωγή, θετικά φορτία. Όταν η διαφορά δυναμικού μεταξύ νέφους - Γης φθάσει τα $5 \cdot 10^7$ V, ο ατμοσφαιρικός αέρας παύει για λίγο να λειτουργεί ως μονωτής και ξεσπά ηλεκτρική εκκένωση, κατά την οποία ηλεκτρόνια του νέφους κατευθύνονται προς τη Γη (κεραυνός).***

α) Πόση ηλεκτρική ενέργεια απελευθερώθηκε;

β) Πόση είναι η μέση ισχύς που αποδίδεται, αν η διάρκεια του φαινομένου είναι 10^{-3} s;

Λύση

α) Το σύστημα σύννεφο - επιφάνεια της Γης μπορεί να θεωρηθεί ως «επίπεδος πυκνωτής» με φορτίο Q = 25 C και τάση $V = 5 \cdot 10^7$ V, που είναι και οι μέγιστες τιμές, αφού στη συνέχεια ξεσπά ηλεκτρική εκκένωση. Οπότε, η αποθηκευμένη ηλεκτρική ενέργεια U στο σύστημα είναι και η ενέργεια E που απελευθερώνεται.

Οπότε: $E = U \Rightarrow E = \frac{1}{2} Q \cdot V \overset{S.I.}{\Rightarrow} E = \frac{1}{2} \cdot 25 \cdot 5 \cdot 10^7 \text{ J} \Rightarrow$

$\Rightarrow \boxed{E = 62{,}5 \cdot 10^7 \text{ J}}$

β) Η μέση ισχύς $\overline{P}$ που αποδίδεται σε χρόνο $t = 10^{-3}$ s είναι:

$$\overline{P} = \frac{E}{t} \overset{S.I.}{\Rightarrow} \overline{P} = \frac{6{,}25 \cdot 10^7}{10^{-3}} \text{ Watt} \Rightarrow \boxed{\overline{P} = 62{,}5 \cdot 10^{10} \text{ Watt}}$$

32. ***Πυκνωτής έχει χωρητικότητα 50 μF. Πόση διαφορά δυναμικού πρέπει να εφαρμοστεί μεταξύ των δυο οπλισμών του πυκνωτή, για να αποκτήσει ηλεκτρικό φορτίο 10^{-3} C; Πόση ενέργεια έχει τότε ο πυκνωτής;***

Λύση

Έστω $C = 50\ \mu F = 5 \cdot 10^{-5}$ F η χωρητικότητα, $Q = 10^{-3}$ C το φορτίο, V η τάση και U η ενέργεια του πυκνωτή.

Έχουμε: $C = \frac{Q}{V} \Rightarrow V = \frac{Q}{C} \overset{S.I.}{\Rightarrow} V = \frac{10^{-3}}{5 \cdot 10^{-5}} = 0{,}2 \cdot 10^2 \text{ V} \Rightarrow \boxed{V = 20 \text{ V}}$

και $U = \frac{1}{2} Q \cdot V \overset{S.I.}{\Rightarrow} U = \frac{1}{2} \cdot 10^{-3} \cdot 20 \text{ J} \Rightarrow \boxed{U = 10^{-2} \text{ J}}$

33. ***Δύο φύλλα αργιλίου έχουν διαστάσεις 10 cm x 20 cm και απέχουν απόσταση 0,5 mm. Πόση είναι η χωρητικότητα του πυκνωτή;***

Λύση

Έστω $S = 10 \text{ cm} \cdot 20 \text{ cm} = 200 \text{ cm}^2 \Rightarrow S = 2 \cdot 10^2 \cdot 10^{-4} \text{ m}^2 \Rightarrow S = 2 \cdot 10^{-2} \text{ m}^2$

το εμβαδόν του κάθε φύλλου, $\ell = 0,5\ mm = 5 \cdot 10^{-4}\ m$, η μεταξύ τους απόσταση και C η χωρητικότητα του πυκνωτή.

Έχουμε: $C = \varepsilon_0 = \dfrac{S}{\ell} \overset{S.I.}{\Rightarrow} C = 8,85 \cdot 10^{-12}\ \dfrac{2 \cdot 10^{-2}}{5 \cdot 10^{-4}}\ F \Rightarrow \boxed{C = 3,54 \cdot 10^{-10}\ F}$

34. ***Επίπεδος πυκνωτής έχει οπλισμούς με εμβαδόν 200 cm² ο καθένας. Εάν η χωρητικότητα του πυκνωτή είναι 17,7 · 10⁻¹¹ F, πόση είναι η απόσταση μεταξύ των δύο οπλισμών του;***

Λύση

Έστω $S = 200\ cm^2 = 2 \cdot 10^{-2}\ m^2$ το εμβαδόν του κάθε οπλισμού, $C = 17,7 \cdot 10^{-11}\ F$ η χωρητικότητα του πυκνωτή και ℓ η απόσταση μεταξύ των οπλισμών του.

Έχουμε:

$$C = \varepsilon_0 \frac{S}{\ell} \Rightarrow C \cdot \ell = \varepsilon_0 \cdot S \Rightarrow \ell = \frac{\varepsilon_0 \cdot S}{C} \overset{S.I.}{\Rightarrow} \ell = \frac{8,85 \cdot 10^{-12} \cdot 2 \cdot 10^{-2}}{17,7 \cdot 10^{-11}}\ m \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \boxed{\ell = 10^{-3}\ m}$$

35. ***Ο κάθε οπλισμός ενός επίπεδου πυκνωτή έχει εμβαδόν 0,2 m², ενώ οι οπλισμοί του απέχουν 4 mm. Να υπολογίσετε:***

α) Τη χωρητικότητα του πυκνωτή.

β) Το φορτίο που αποκτά ο πυκνωτής, αν φορτισθεί με τάση 200 V.

Λύση

α) Έστω $S = 0,2\ m^2 = 2 \cdot 10^{-1}\ m^2$ το εμβαδόν του κάθε οπλισμού, $\ell = 4\ mm = 4 \cdot 10^{-3}\ m$ η μεταξύ τους απόσταση και C η χωρητικότητα του πυκνωτή. Έχουμε:

$$C = \varepsilon_0 \frac{S}{\ell} \overset{S.I.}{\Rightarrow} C = 8,85 \cdot 10^{-12}\ \frac{2 \cdot 10^{-1}}{4 \cdot 10^{-3}}\ F \Rightarrow \boxed{C = 4,425 \cdot 10^{-10}\ F}$$

β) Αν $V = 200\ V = 2 \cdot 10^2\ V$ η τάση του πυκνωτή, τότε το φορτίο του Q είναι:

$$Q = C \cdot V \overset{S.I.}{\Rightarrow} Q = 4,425 \cdot 10^{-10} \cdot 2 \cdot 10^2\ C \Rightarrow \boxed{Q = 8,85 \cdot 10^{-8}\ C}$$

36. ***Ένας επίπεδος πυκνωτής έχει χωρητικότητα 2 μF, απόσταση οπλισμών 2 cm και έχει φορτιστεί με τάση 150 V. Στη συνέχεια απομακρύνουμε την πηγή φόρτισης και διπλασιάζουμε την απόσταση των οπλισμών του. Να υπολογιστούν οι τιμές πριν και μετά το διπλασιασμό:***

α) Της χωρητικότητας του πυκνωτή.

β) Της τάσης των οπλισμών του.

γ) Της έντασης του ηλεκτρικού πεδίου.
δ) Της ενέργειας του ηλεκτρικού πεδίου.
Πώς εξηγείται η μεταβολή της ενέργειας του πυκνωτή;

Λύση

Έστω $C = 2\ \mu F = 2 \cdot 10^{-6}\ F$ η χωρητικότητα του πυκνωτή, $\ell = 2\ cm = 2 \cdot 10^{-2}\ m$ η απόσταση μεταξύ των οπλισμών και $V = 150\ V$ η τάση του πυκνωτή. Τότε, το φορτίο Q του πυκνωτή είναι:

$$Q = C \cdot V \overset{S.I.}{\Rightarrow} Q = 2 \cdot 10^{-6} \cdot 150\ C \Rightarrow \boxed{Q = 3 \cdot 10^{-4}\ C}$$

Μετά την απομάκρυνση του πυκνωτή από την πηγή, το φορτίο του, έστω Q_1, **δεν μεταβάλλεται**. Δηλαδή $\boxed{Q_1 = Q = 3 \cdot 10^{-4}\ C}$

α) Η απόσταση ℓ_1 μεταξύ των οπλισμών γίνεται $\boxed{\ell_1 = 2\ell}$ και η χωρητικότητά του,

$$C_1 = \varepsilon_0 \frac{S}{\ell_1} \Rightarrow C_1 = \varepsilon_0 \frac{S}{2\ell} \Rightarrow C_1 = \frac{1}{2}\varepsilon_0 \frac{S}{\ell} \xRightarrow{\varepsilon_0 \frac{S}{\ell} = C} C_1 = \frac{1}{2} C \overset{(S.I)}{\Rightarrow}$$

$$\Rightarrow C_1 = \frac{1}{2} \cdot 2 \cdot 10^{-6}\ F \Rightarrow \boxed{C_1 = 10^{-6}\ F}$$

β) Για την τάση V_1 μεταξύ των οπλισμών έχουμε:

$$C_1 = \frac{Q_1}{V_1} \Rightarrow V_1 = \frac{Q_1}{C_1} \xRightarrow[C_1 = \frac{C}{2}]{Q_1 = Q} V_1 = \frac{Q}{\frac{C}{2}} = 2\frac{Q}{C} \xRightarrow{\frac{Q}{C} = V}$$

$$\Rightarrow \boxed{V_1 = 2V} \overset{(S.I)}{\Rightarrow} \boxed{V_1 = 300\ V}$$

γ) Αν $\boxed{E = \frac{V}{\ell}}$ το μέτρο της αρχικής έντασης του ηλεκτρικού πεδίου και E_1 το μέτρο της έντασης μετά την απομάκρυνση των οπλισμών, έχουμε:

$$E_1 = \frac{V_1}{\ell_1} \xRightarrow[\ell_1 = 2\ell]{V_1 = 2V} E_1 = \frac{2V}{2\ell} \Rightarrow \boxed{E_1 = \frac{V}{\ell} = E} \overset{S.I.}{\Rightarrow} E_1 = \frac{150}{2 \cdot 10^{-2}} \frac{V}{m} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \boxed{E_1 = 7500\ \frac{V}{m}}$$

δ) Αν $\boxed{V = \frac{1}{2} Q \cdot V}$ η αρχική ενέργεια του πυκνωτή και U_1 η ενέργειά του μετά την απομάκρυνση των οπλισμών, έχουμε: $U_1 = \frac{1}{2}Q_1 \cdot V_1 \overset{Q_1=Q}{\underset{V_1=2V}{\Longrightarrow}}$

$$U_1 = \frac{1}{2}Q \cdot 2V \Rightarrow \boxed{\mathbf{U_1 = = 2\frac{1}{2}Q{\cdot}V = 2U}} \overset{S.I.}{\Rightarrow} U_1 = 2 \cdot \frac{1}{2} \cdot 3 \cdot 10^{-4} \cdot 150 \text{ J} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \boxed{\mathbf{U_1 = 45 \cdot 10^{-3}\ J}}$$

Η ενέργεια του ηλεκτρικού πεδίου διπλασιάζεται, επειδή για να απομακρύνουμε τους οπλισμούς πρέπει να δαπανήσουμε ενέργεια αφού οι οπλισμοί μεταξύ τους έλκονται. Το έργο της δύναμης που ασκούμε ισούται (αν δεν υπάρχουν απώλειες ενέργειας κατά την απομάκρυνση των οπλισμών) με την ενέργεια που μεταφέρεται στον πυκνωτή και η οποία μέσω του έργου της ελκτικής δύναμης μεταξύ των οπλισμών μετατρέπεται σε ενέργεια ηλεκτρικού πεδίου στον πυκνωτή.

37. ***Δύο παράλληλες μεταλλικές πλάκες απέχουν απόσταση 0,5 cm και είναι συνδεδεμένες με διαφορά δυναμικού 80 V. Να βρεθεί η ένταση του ηλεκτρικού πεδίου πεταξύ αυτών.***

Λύση

Έστω V = 120 V η διαφορά δυναμικού μεταξύ των μεταλλικών πλακών, $E = 600\ \frac{V}{m}$ το μέτρο της έντασης του ηλεκτρικού πεδίου και ℓ η απόσταση μεταξύ των πλακών. Έχουμε:

$$E = \frac{V}{\ell} \overset{S.I.}{\Rightarrow} \ell = \frac{80}{5 \cdot 10^{-3}}\ \frac{V}{m} \Rightarrow E = 16 \cdot 10^3\ \frac{V}{m}$$

38. ***Διαφορά δυναμικού 120 V εφαρμόζεται σε δύο παράλληλες μεταλλικές πλάκες. Εάν το πεδίο που παράγεται μεταξύ των πλακών είναι 600 V/m, πόσο απέχουν οι δύο πλάκες;***

Λύση

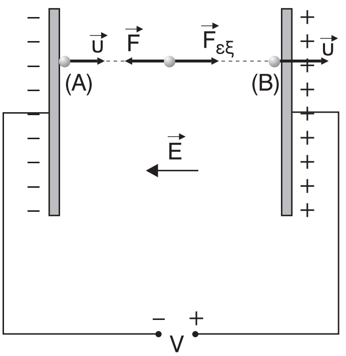
$$E = \frac{V}{\ell} \Rightarrow \ell = \frac{V}{E} \overset{S.I.}{\Rightarrow} \ell = \frac{120}{600}\ m \Rightarrow \ell = 0{,}2\ m$$

39. ***Δύο μεταλλικές πλάκες συνδέθηκαν με μπαταρία 4,5 V. Πόσο έργο απαιτείται για να μεταφερθεί φορτίο +4 μC***
α) Από την αρνητική στη θετική πλάκα;
β) Από τη θετική στην αρνητική πλάκα;
Θεωρήστε την κινητική ενέργεια του φορτίου σταθερή.

Λύση

α) Α΄ τρόπος

Έστω V = 4,5 V η τάση της μπαταρίας και q = 4 μC = $4 \cdot 10^{-6}$ C το μεταφερόμενο φορτίο. Τότε: $\boxed{V = V_B - V_A = 4{,}5\ V}$



Εφόσον η κινητική ενέργεια του φορτίου κατά την κίνηση από το Α στο Β παραμένει σταθερή θα ισχύει $K_A = K_B$. Αν W το έργο που προσφέρουμε (άρα W > 0) για τη μεταφορά του φορτίου q από το Α στο Β, τότε με βάση την "αρχή διατήρησης της ενέργειας" ("Α.Δ.Ε.") έχουμε:

$$U_A + K_A + W = U_B + K_B \overset{K_A=K_B}{\Longrightarrow} U_A + W = U_B \Rightarrow W = U_B - U_A \Rightarrow$$

$$\Rightarrow W = V_B \cdot q - V_A \cdot q \Rightarrow W = (V_B - V_A)q \overset{S.I.}{\Rightarrow} W = 4{,}5 \cdot 4 \cdot 10^{-6}\ J \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \boxed{W = 18 \cdot 10^{-6}\ J}$$

Β΄ τρόπος

Επειδή η δύναμη $\vec{F}$ του πεδίου αντιστέκεται στην μετακίνηση του φορτίου q από το Α στο Β θα πρέπει να ασκήσουμε στο φορτίο μια εξωτερική δύναμη $F_{εξ}$ για να γίνει η μετακίνηση. Το έργο W της $\vec{F}_{εξ}$ ισούται με το έργο που πρέπει να προσφέρουμε. Εφαρμόζοντας το «θεώρημα μεταβολής της κινητικής ενέργειας» ("Θ.Μ.Κ.Ε.") για την κίνηση του φορτίου q από το Α στο Β έχουμε:

$$K_B - K_A = W_F^{A \to B} + W \Rightarrow 0 = W_F^{A \to B} + W \Rightarrow \boxed{W = -W_F^{A \to B}}$$

Όμως $W_F^{A \to B} = (V_A - V_B)q = -(V_B - V_A)q = -18 \cdot 10^{-6}$ J

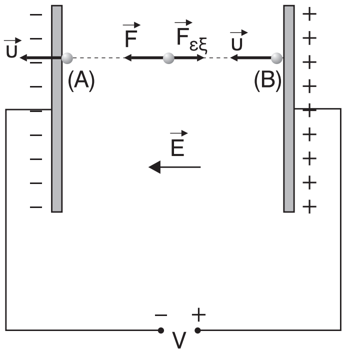
Άρα $W = -(-18 \cdot 10^{-6})J \overset{S.I.}{\Rightarrow} \boxed{W = 18 \cdot 10^{-6}\ J}$

Παρατήρηση:

*Στο σχήμα, για καλύτερη κατανόηση, θεωρήσαμε την τροχιά του φορτίου q ευθύγραμμη με $\vec{u} // \vec{E}$. Θα μπορούσε η ταχύτητα $\vec{u}$ στο σημείο Α να μην είναι παράλληλη στην ένταση $\vec{E}$. Τότε η τροχιά δεν θα ήταν ευθύγραμμη, όμως το έργο W που απαιτείται θα ήταν αυτό που υπολογίστηκε αφού για τον υπολογισμό του δεν μας ενδιαφέρει η διεύθυνση της ταχύτητας. Αυτό που μας ενδιαφέρει είναι να παραμένει σταθερή η κινητική ενέργεια και επομένως το **μέτρο** της ταχύτητας του φορτίου.*

β) Α΄ τρόπος

Και στην περίπτωση αυτή η άσκηση μιας εξωτερικής δύναμης $\vec{F}_{εξ}$ είναι απαραίτητη για να διατηρείται η κινητική ενέργεια σταθερή. Χωρίς αυτή η ταχύτητα, και άρα η κινητική ενέργεια $\left(K = \frac{1}{2} mU^2\right)$ του φορτίου θα αυξανόταν. Οπότε πάλι με "Α.Δ.Ε."έχουμε:



$$U_B + K_B + W = U_A + K_A \xRightarrow{K_B = K_A}$$

$$U_B + W = U_A \Rightarrow W = U_A - U_B \Rightarrow$$

$$\Rightarrow W = V_A \cdot q - V_B \cdot q \Rightarrow W = (V_A - V_B)q = -(V_B - V_B)q \overset{S.I.}{\Rightarrow} \boxed{W = -18 \cdot 10^{-6}\ J}$$

Το αρνητικό πρόσημο στο έργο W που πρέπει να προσφέρουμε δηλώνει ότι για την μεταφορά του φορτίου δεν χρειάζεται προσφορά ενέργειας σ' αυτό, αλλά από το φορτίο μεταφέρεται στο εξωτερικό αίτιο ενέργειας $|W|$ μέσω του έργου της $\vec{F}_{εξ}$, αφού η μηχανική ενέργεια του φορτίου q μειώνεται.

Β΄ τρόπος

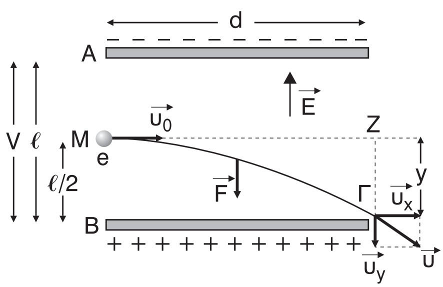
Εφαρμόζοντας το "Θ.Μ.Κ.Ε." από το Β στο Α έχουμε:

$$K_A - K_B = W_F^{B\to A} + W \Rightarrow 0 = W_F^{B\to A} + W \Rightarrow W = -W_F^{B\to A} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow W = -(V_B - V_A)q \Rightarrow \boxed{W = -18 \cdot 10^{-6}\ J}$$

Το αρνητικό πρόσημο ερμηνεύεται όπως και στον Α΄ τρόπο.

40. ***Δύο οριζόντιες μεταλλικές πλάκες έχουν μήκος d = 5 cm και η μεταξύ τους απόσταση είναι ℓ = 1 cm. Η διαφορά δυναμικού, μεταξύ των πλακών είναι 90 V. Ηλεκτρόνιο μπαίνει στο χώρο του πεδίου με ταχύτητα $υ_0 = 2 \cdot 10^7$ m/s, παράλληλα προς τις πλάκες. Αν το σημείο εισόδου του ηλεκτρονίοιυ βρίσκεται στο μέσο της απόστασης ℓ, να βρεθεί η ταχύτητα του ηλεκτρονίου τη στιγμή που βγαίνει από το πεδίο.***



Λύση

Όπως φαίνεται και στο σχήμα είναι $V = V_{BA} = 90$ V. Αν E το μέτρο της έντασης του ηλεκτρικού μεταξύ των πλακών έχουμε:

$$E = \frac{V}{\ell} \overset{S.I.}{\Rightarrow} E = \frac{90}{10^{-2}}\frac{V}{m} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \boxed{E = 9 \cdot 10^3 \frac{V}{m}}$$

Το ηλεκτρόνιο εισέρχεται από το μέσο M της απόστασης ℓ και εξέρχεται από το πεδίο, μετά από χρόνο t, από το σημείο Γ με ταχύτητα $\vec{\upsilon}$.

Α΄ τρόπος

Το ηλεκτρόνιο εκτελεί οριζόντια βολή, διαγράφοντας παραβολική τροχιά, η οποία μπορεί να αναλυθεί σε δύο επιμέρους κινήσεις:

1η: Ευθύγραμμη ομαλή κατά τη διεύθυνση της $\vec{\upsilon}_0$ (παράλληλη στις πλάκες) με σταθερή ταχύτητα ίση με $\vec{\upsilon}_0$, αφού η διεύθυνση αυτή δεν δέχεται καμία δύναμη.

2η: Ευθύγραμμη ομαλά επιταχυνόμενη, χωρίς αρχική ταχύτητα, κατά τη διεύθυνση των δυναμικών με σταθερή επιτάχυνση

$$\vec{\alpha} = \frac{\Sigma\vec{F}}{m_e} = \frac{\vec{F}}{m_e}, \text{ όπου } \vec{F}$$

η σταθερή δύναμη που δέχεται από το πεδίο (το βάρος του ηλεκτρονίου θεωρείται αμελητέο) με μέτρο

$$F = E|q_e| \overset{S.I.}{\Rightarrow} F = 9 \cdot 10^3 \cdot 1{,}6 \cdot 10^{-19}\ N \Rightarrow \boxed{F = 14{,}4 \cdot 10^{-16}\ N}$$

και m_e η μάζα του ηλεκτρονίου. Το μέτρο α της επιτάχυνσης είναι

$$\alpha = \frac{F}{m_e} \overset{S.I.}{\Rightarrow} \alpha = \frac{14{,}4 \cdot 10^{-16}}{9 \cdot 10^{-31}}\frac{m}{s^2} \Rightarrow \boxed{\alpha = 1{,}6 \cdot 10^{15}\frac{m}{s^2}}$$

Για το χρόνο κίνησης του ηλεκτρονίου μέσα στο πεδίο έχουμε:

$$d = \upsilon_0 \cdot t \Rightarrow t = \frac{d}{\upsilon_0} \overset{S.I.}{\Rightarrow} t = \frac{5 \cdot 10^{-2}}{2 \cdot 10^7}\ s \Rightarrow \boxed{t = 2{,}5 \cdot 10^{-9}\ s}$$

Το μέτρο υ_ψ της κατακόρυφης συνιστώσας της ταχύτητας στο σημείο εξόδου είναι:

$$\upsilon_\psi = \alpha \cdot t \overset{S.I.}{\Rightarrow} \upsilon_\psi = 1{,}6 \cdot 10^{15} \cdot 2{,}5 \cdot 10^{-9}\frac{m}{s} \Rightarrow \boxed{\upsilon_\psi = 4 \cdot 10^6 \frac{m}{s}}$$

ενώ η οριζόντια συνιστώσα έχει μέτρο: $\boxed{\mathbf{u_x = u_0 = 2 \cdot 10^7 \frac{m}{s} = 20 \cdot 30^6 \frac{m}{s}}}$

Επομένως η ταχύτητα $\vec{u}$ έχει μέτρο:

$$u = \sqrt{u_x^2 + u_\psi^2} \overset{S.I.}{\Rightarrow} u = \sqrt{16 \cdot 10^{12} + 400 \cdot 10^{12}} \frac{m}{s} = \sqrt{416 \cdot 10^{12}} \frac{m}{s} =$$

$$= \sqrt{16 \cdot 26 \cdot 10^{12}} \frac{m}{s} \Rightarrow \boxed{\mathbf{u = 4 \cdot 10^6 \sqrt{26} \frac{m}{s}}}$$

Αν θ η γωνία που σχηματίζουν τα υ και u_x, για τη διεύθυνση της ταχύτητας υ, έχουμε: $\varepsilon\varphi\theta = \frac{u_\psi}{u_x} = \frac{4 \cdot 10^6}{20 \cdot 10^6} \Rightarrow \boxed{\mathbf{\varepsilon\varphi\theta = \frac{1}{5} = 0{,}2}}$

Παρατήρηση

Η κατακόρυφη μετατόπιση του ηλεκτρονίου στο χρόνο t, έχει μέτρο: $\psi = \frac{1}{2}at^2 \overset{S.I.}{\Rightarrow}$

$\psi = \frac{1}{2} \cdot 1{,}6 \cdot 6{,}25 \cdot 10^{-18}\ m \Rightarrow \boxed{\mathbf{\psi = 5 \cdot 10^{-3}\ m = \frac{\ell}{2}}}$. Δηλαδή το ηλεκτρόνιο εξέρχεται από το πεδίο εφαπτομενικά στη θετική πλάκα.

Β΄ τρόπος

Επειδή κατά την κατεύθυνση μιας δυναμικής γραμμής το δυναμικό μειώνεται θα είναι όπως φαίνεται και στο σχήμα $\boxed{V_\Gamma > V_Z}$. Η προβολή του τμήματος ΓΜ

διεύθυνση των δυναμικών γραμμών είναι ίση με ψ ενώ του τμήματος ΖΜ είναι ίση με μηδέν. Έτσι έχουμε:

$$V_Z - V_M = E \cdot 0 \Rightarrow \mathbf{V_Z - V_M} = 0 \Rightarrow \boxed{\mathbf{V_Z = V_M}}$$

Άρα $V_\Gamma > V_M$ και $V_\Gamma - V_M = E \cdot \psi \overset{S.I.}{\Rightarrow} V_\Gamma - V_M = 9 \cdot 10^3 \cdot 5 \cdot 10^{-3}\ V \Rightarrow$

$$\Rightarrow \boxed{\mathbf{V_\Gamma - V_M = 45\ V}}$$

Επειδή η δύναμη $\vec{F}$ είναι η μόνη δύναμη και ασκείται στο ηλεκτρόνιο και είναι και συντηρητική η μηχανική ενέργεια E_μ του ηλεκτρονίου μέσα στο πεδίο θα διατηρείται. Άρα:

$$E_{\mu(M)} = E_{\mu(\Gamma)} \Rightarrow K_M + U_M = K_\Gamma - U_\Gamma \Rightarrow K_\Gamma = K_M + U_M - U_\Gamma \Rightarrow$$

$$\Rightarrow K_\Gamma = K_M + V_{M'} \cdot q_e - V \Rightarrow K_\Gamma = \frac{1}{2}m_e u_0^2 + (V_M - V_\Gamma)q_e \overset{S.I.}{\Rightarrow}$$

$$\overset{S.I.}{\Rightarrow} K_\Gamma = \left[\frac{1}{2}\cdot 9\cdot 10^{-31}\cdot 4\cdot 10^{14} + (-45)\cdot(-1{,}6\cdot 10^{-19})\right] \Rightarrow$$

$$\Rightarrow K_\Gamma = (1800\cdot 10^{-19} + 7{,}2\cdot 10^{-19})J \Rightarrow \boxed{\mathbf{K_\Gamma = 1872\cdot 10^{-19}}}$$

Όμως $K_\Gamma = \frac{1}{2}m_e\upsilon^2 \Rightarrow \upsilon^2 = \frac{2K_\Gamma}{m_e} \Rightarrow \upsilon = \sqrt{2\frac{K_\Gamma}{m_e}} \overset{S.I.}{\Rightarrow}$

$$\overset{S.I.}{\Rightarrow} \upsilon = \sqrt{\frac{2\cdot 1872\cdot 10^{-19}}{9\cdot 10^{-31}}}\,\frac{m}{s} = \sqrt{416\cdot 10^{12}}\,\frac{m}{s} \Rightarrow \boxed{\mathbf{\upsilon = 4\cdot 10^6\sqrt{26}\,\frac{m}{s}}}$$

Για τη διεύθυνση της ταχύτητας υ έχουμε:

$$\sigma\upsilon\nu\theta = \frac{\upsilon_x}{\upsilon} = \frac{\upsilon_0}{\upsilon} = \frac{2\cdot 10^7}{4\cdot 10^6\sqrt{26}} \Rightarrow \boxed{\mathbf{\sigma\upsilon\nu\theta = \frac{5}{\sqrt{26}}}}$$

41. ***Η λεκτρονική δέσμη στο σωλήνα μιας τηλεόρασης, αποτελείται από ηλεκτρόνια που επιταχύνονται από την κατάσταση ηρεμίας, μέσω διαφοράς δυναμικού περίπου 20.000 V.***

α) Ποια είναι η κινητική ενέργεια που αποκτούν τα ηλεκτρόνια;

β) Ποια είναι η ταχύτητα των ηλεκτρονίων;

Λύση

α) Αν $K_{\alpha\rho\chi} = 0$ η αρχική κινητική ενέργεια, $K_{\tau\varepsilon\lambda}$ η τελική κινητική ενέργεια, $V_{\alpha\rho\chi}$ το δυναμικό στο αρχικό σημείο εκκίνησης των ηλεκτρονίων και $V_{\tau\varepsilon\lambda}$ το δυναμικό στο σημείο που χτυπάνε, είναι $V_{\tau\varepsilon\lambda} - V_{\alpha\rho\chi} = 20000\ V = 2\cdot 10^5\ V$.

Με βάση την “Α.Δ.Ε.” έχουμε:

$$K_{\alpha\rho\chi} + U_{\alpha\rho\chi} = K_{\tau\varepsilon\lambda} + U_{\tau\varepsilon\lambda} \Rightarrow K_{\tau\varepsilon\lambda} = U_{\alpha\rho\chi} - U_{\tau\varepsilon\lambda} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow K_{\tau\varepsilon\lambda} = V_{\alpha\rho\chi}\cdot q_e - V_{\tau\varepsilon\lambda}\cdot q_e = (V_{\alpha\rho\chi} - V_{\tau\varepsilon\lambda})q_e \overset{S.I.}{\Rightarrow}$$

$$\overset{S.I.}{\Rightarrow} K_{\tau\varepsilon\lambda} = (-2\cdot 10^5)\cdot(-1{,}6\cdot 10^{-19})\ J \Rightarrow \boxed{\mathbf{K_{\tau\varepsilon\lambda} = 3{,}2\cdot 10^{-14}\ J}}$$

β) Α υ το μέτρο της τελικής ταχύτητας του ηλεκτρονίου, έχουμε:

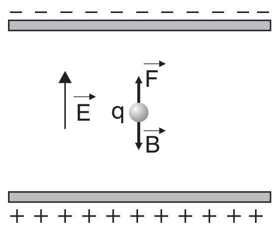
$$K_{\tau\varepsilon\lambda} = \frac{1}{2}m_e\cdot\upsilon^2 \Rightarrow 2K_{\tau\varepsilon\lambda} = m_e\cdot\upsilon^2 \Rightarrow \upsilon^2 = \frac{2K_{\tau\varepsilon\lambda}}{m_e} \overset{\upsilon>0}{\Rightarrow} \upsilon = \sqrt{\frac{2K_{\tau\varepsilon\lambda}}{m_e}} \overset{S.I.}{\Rightarrow}$$

$$\upsilon = \sqrt{\frac{2\cdot 3{,}2\cdot 10^{-14}}{9\cdot 10^{-31}}}\,\frac{m}{s} = \sqrt{\frac{64\cdot 10^{16}}{9}}\,\frac{m}{s} \Rightarrow \boxed{\mathbf{\upsilon = \frac{8}{3}\cdot 10^8\,\frac{m}{s}}}$$

42. ***Η ένταση μεταξύ των οπλισμών ενός επίπεδου πυκνωτή είναι 5 · 10⁵ V/m. Στο χώρο μεταξύ των οπλισμών του πυκνωτή, σταγόνα λαδιού που έχει βάρος 3,2 · 10⁻¹³ N. Ποιο είναι το ηλεκτρικό φορτίο της σταγόνας;***

Λύση

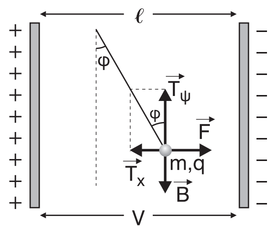
Έστω το φορτίο των οπλισμών είναι αυτό που φαίνεται στο σχήμα. Αν $E = 5 \cdot 10^5 \frac{V}{m}$ το μέτρο της έντασης του πεδίου, θα πρέπει, εκτός από το βάρος $\vec{B}$ η δύναμη $\vec{F}$ του πεδίου που ενεργεί στη σταγόνα να είναι αντίθετη του βάρους ώστε $\Sigma\vec{F} = 0$ και η σταγόνα να αιωρείται, όπως φαίνεται και στο σχήμα. Άρα οι οπλισμοί πρέπει να είναι οριζόντιοι. Αν q το φορτίο της σταγόνας



(με q > 0) έχουμε: $\Sigma F = 0 \Rightarrow F - B = 0 \Rightarrow F = B \Rightarrow E \cdot q = B \Rightarrow \ = \frac{B}{E} \Rightarrow$

$\overset{S.I.}{\Rightarrow} q = \frac{3{,}2 \cdot 10^{-13}}{5 \cdot 10^5} C \Rightarrow \boxed{q = 6{,}4 \cdot 10^{-19}\ C}$

43. ***Μικρή αγώγιμη σφαίρα, που έχει μάζα 2 · 10⁻⁴ kg και φορτίο +6 μC, βρίσκεται ατην άκρη κατακόρυφου μεταξωτού νήματος ανάμεσα στους κατακόρυφους οπλισμούς ενός πυκνωτή. Οι οπλισμοί του πυκνωτή απέχουν απόσταση 5 cm. Με ποια τάση πρέπει να φορτιστεί ο πυκνωτής ώστε η σφαίρα να ισορροπεί σχηματίζοντας με τη κατακόρυφη, γωνία 30° (χωρίς να εφάπτεται στους οπλισμούς).***



Λύση

Έστω $m = 2 \cdot 10^{-4}$ kg η μάζα και q = 6 μC το φορτίο της σφαίρας, $\ell = 5$ cm $= 5 \cdot 10^{-2}$ m η απόσταση μεταξύ των οπλισμών, V η τάση μεταξύ τουε και E το μέτρο της έντασης του πεδίου. Έχουμε $\boxed{E = \frac{V}{\ell}}$ (1)

Πάνω στη σφαίρα ενεργούν το βάρος $\vec{B}$ με $\boxed{B = mg}$, η τάση $\vec{T}$ του νήματος την οποία αναλύουμε σε $\vec{T}_x$ και $\vec{T}_\psi$, όπως στο σχήμα, και η δύναμη $\vec{F}$ του πεδίου με $F = E \cdot q \overset{(1)}{\Rightarrow} \boxed{F = \frac{Vq}{\ell}}$. Αφού η σφαίρα ισορροπεί με φ = 30°, έχουμε:

$$\Sigma F = 0 \Rightarrow \begin{cases} \Sigma F_x = 0 \Rightarrow F - T_x = 0 \Rightarrow F = T_x \Rightarrow \dfrac{Vq}{\ell} = T \cdot \eta\mu\varphi \quad (2) \\ \text{και} \\ \Sigma F_\psi = 0 \Rightarrow B - T_\psi = 0 \Rightarrow B = T_\psi \Rightarrow mg = T \cdot \sigma\upsilon\nu\varphi \quad (3) \end{cases}$$

Διαιρώντας κατά μέλη έχουμε $\dfrac{(2)}{(3)} \Rightarrow \dfrac{\frac{Vq}{\ell}}{mg} = \dfrac{T \cdot \eta\mu\varphi}{T \cdot \sigma\upsilon\nu\varphi} \Rightarrow$

$$\Rightarrow \frac{Vq}{mg\ell} = \varepsilon\varphi\varphi \Rightarrow V \cdot q = mg\ell \cdot \varepsilon\varphi\varphi \Rightarrow V = \frac{mg\ell\varepsilon\varphi\varphi}{q} \overset{S.I.}{\Rightarrow}$$

$$\overset{S.I.}{\Rightarrow} V = \frac{2 \cdot 10^{-4} \cdot 10 \cdot 5 \cdot 10^{-2}\sqrt{3}/3}{6 \cdot 10^{-6}} V \Rightarrow V = \frac{\sqrt{3}}{18} \cdot 10^2\ V \Rightarrow \boxed{V = \frac{50\sqrt{3}}{9}\ V}$$

44. ***Δίνονται δύο σημεία Κ και Λ δυναμικής γραμμής ενός ομογενούς ηλεκτρικού πεδίου. Η διαφορά δυναμικού $V_{ΚΛ}$ = 100 V. Εάν η απόσταση ΚΛ είναι 50 cm. Να υπολογισθούν:***

α) Η ένταση του ηλεκτρικού πεδίου

β) Το δυναμικό στο σημείο «Λ», εάν το δυναμικό στο «Κ» είναι +200 V.

Λύση

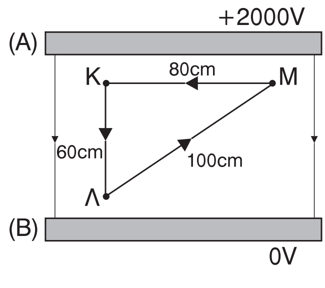
α) Τα σημεία Κ, Λ ανήκουν στην ίδια δυναμική γραμμή και απέχουν μεταξύ τους $\ell = 50\ cm = 5 \cdot 10^{-1}\ m$. Τότε, το μέτρο E της έντασης του πεδίου είναι:

$$E = \frac{V_{ΚΛ}}{\ell} \overset{S.I.}{\Rightarrow} E = \frac{1000}{5 \cdot 10^{-1}} \frac{V}{m} \Rightarrow \boxed{E = 2000\ \frac{V}{m}}$$

β) $V_{ΚΛ} = V_Κ - V_Λ \Rightarrow V_Λ = V_Κ - V_{ΚΛ} \overset{S.I.}{\Rightarrow} V_Λ = (200 - 100)V \Rightarrow \boxed{V_Λ = 100\ V}$

45. ***Οι οπλισμοί Α και Β του πυκνωτή του σχήματος, απέχουν απόσταση 100 cm και η διαφορά δυναμικού μεταξύ των δύο οπλισμών είναι 2.000 V. Σημειακό φορτίο +1μC τοποθετείται στη θέση «Κ» που απέχει απόσταση 20 cm από τον οπλισμό (Α). Να βρείτε το έργο της δύναμης του πεδίου για τη μετακίνηση του φορτίου:***

α) $W_{Κ\to Λ}$ β) $W_{Μ\to Κ}$ γ) $W_{Κ\to Λ\to Μ\to Κ}$



Λύση

Όπως φαίνεται και στο σχήμα της εκφώνησης είναι

$$V_{AB} = V_A - V_B = (2000 - 0)V = = 2000V \text{ και } (AB) = \ell = 1\ m.$$

Επίσης, παρατηρούμε ότι:

$$K\Lambda^2 + KM^2 = 3600\ cm^2 + 6400\ cm^2 = 10000\ cm^2 = \Lambda M^2.$$

Άρα το τρίγωνο $K\hat{\Lambda}M$ είναι ορθογώνιο με $\hat{K} = 90^\circ$. Για το μέτρο της έντασης Ε του ηλεκτρικού πεδίου ισχύει:

$$E = \frac{V_{AB}}{\ell} \overset{S.I.}{\Rightarrow} E = \frac{2000}{1}\frac{V}{m} \Rightarrow \boxed{\mathbf{E = 2000\,\frac{V}{m} = 2 \cdot 10^3\,\frac{V}{m}}}$$

α) Επειδή η προβολή του τμήματος ΚΛ πάνω στη διεύθυνση των δυναμικών γραμμών είναι όσο και το τμήμα ΚΛ έχουμε:

$$V_K - V_\Lambda = E \cdot (K\Lambda) \overset{S.I.}{\Rightarrow} V_K - V_\Lambda = 12 \cdot 10^3 \cdot 6 \cdot 10^{-1}\ V \Rightarrow \boxed{\mathbf{V_K - V_\Lambda = 12 \cdot 10^2\ V}}$$

Το έργο $W_{K\to\Lambda}$ της δύναμης του πεδίου για τη μεταφορά του φορτίου $q = 1$ $\mu C = 10^{-6}\ C$ είναι:

$$W_{K\to\Lambda} = (V_K - V_\Lambda)q \overset{S.I.}{\Rightarrow} W_{K\to\Lambda} = 12 \cdot 10^2 \cdot 10^{-6}\ J \quad \boxed{\mathbf{W_{K\to\Lambda} = 12 \cdot 10^{-4}\ J}}$$

β) Επειδή η προβολή του τμήματος ΜΚ πάνω στη διεύθυνση των δυναμικών γραμμών είναι ίση με μηδέν έχουμε:

$$V_M - V_K = E \cdot 0 \Rightarrow \boxed{\mathbf{V_M - V_K = 0\ V}}$$ Οπότε:

$$W_{M\to K} = (V_M - V_K)q = 0 \cdot q \Rightarrow \boxed{\mathbf{W_{M\to K} = 0\ J}}$$

γ) Α΄ τρόπος

Έχουμε: $W_{K\to\Lambda\to M\to K} = V_K - V_\Lambda \cdot q = 0 \cdot q = 0\ J$

Β΄ Τρόπος

Επειδή η δύναμη του πεδίου είναι συντηρητική, το έργο της δεν εξαρτάται από τη διαδρομή που ακολουθούμε, οπότε μπορεί να γραφεί ως εξής:

$$W_{K\to\Lambda\to M\to K} = W_{K\to\Lambda} + W_{\Lambda\to M} + W_{\Lambda\to K} =$$

$$= (V_K - V_\Lambda)q + (V_\Lambda - V_M)q + (V_M - V_K)q =$$

$$= (V_K - V_\Lambda + V_\Lambda - V_M - V_K)q = 0 \cdot q = 0\ J$$

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 2

ΣΥΝΕΧΕΣ ΗΛΕΚΤΡΙΚΟ ΡΕΥΜΑ

3.2 ΣΥΝΕΧΕΣ ΗΛΕΚΤΡΙΚΟ ΡΕΥΜΑ

ΣΤΟΙΧΕΙΑ ΘΕΩΡΙΑΣ

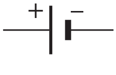
3.2.1. Ηλεκτρικές πηγές

Με τον όρο **ηλεκτρική πηγή** ονομάζουμε κάθε συσκευή (διάταξη) η οποία μεταξύ των άκρων της δημιουργεί διαφορά δυναμικού (πολική τάση), παρέχοντας ενέργεια στο ηλεκτρικό κύκλωμα που θα συνδεθεί.

Βέβαια υπάρχει περίπτωση μια ηλεκτρική πηγή να καταναλώνει ενέργεια σε κάποιο ηλεκτρικό κύκλωμα, αλλά με την περίπτωση αυτή δεν θα ασχοληθούμε στο βιβλίο αυτό. Τα άκρα μιας ηλεκτρικής πηγής ονομάζονται **πόλοι** της πηγής (έτσι προκύπτει ο όρος «πολική τάση»).

Θετικός είναι ο πόλος της πηγής που βρίσκεται στο **μεγαλύτερο** δυναμικό και συμβολίζεται με (+), ενώ **αρνητικός** είναι ο πόλος της πηγής που βρίσκεται στο **μικρότερο** δυναμικό και συμβολίζεται με (–).

Οι ηλεκτρικές πηγές διακρίνονται σε δύο κατηγορίες:

1. στις πηγές σταθερής πολικότητας, που ονομάζονται πηγές συνεχούς τάσης. Σ' αυτές συμπεριλαμβάνονται οι πηγές συνεχούς τάσης σταθερής τιμής, δηλαδή σταθερής πολικής τάσης με τις οποίες και θα ασχοληθούμε. Μία πηγή συνεχούς τάσης συμβολίζεται ως εξής: 

2. Στις πηγές στις οποίες **η πολικότητά τους μεταβάλλεται,** που ονομάζονται **πηγές εναλλασσόμενης τάσης.** Σ' αυτές περιλαμβάνονται οι πηγές **αρμονικά εναλλασσόμενης τάσης** στις οποίες η πολικότητα μεταβάλλεται περιοδικά με το χρόνο και η πολική τάση μεταβάλλεται **αρμονικά** (ημιτονοειδώς) σε συνάρτηση με το χρόνο. Μια πηγή εναλλασσόμενης τάσης συμβολίζεται ως εξής:

Οι ηλεκτρικές πηγές μετατρέπουν κάποια άλλη μορφή ενέργειας (χημική, μηχανική, ενέργεια του φωτός) σε ηλεκτρική ενέργεια την οποία και παρέχουν στο κύκλωμα. Οι ηλεκτρικές πηγές που χρησιμοποιούμε είναι:

α) τα ηλεκτρικά στοιχεία (όπως οι μπαταρίες ραδιοφώνου)

β) οι συσσωρευτές (όπως οι μπαταρίες αυτοκινήτου)

γ) οι ηλεκτρικές γεννήτριες
δ) τα φωτοστοιχεία

3.2.2 ΗΛΕΚΤΡΙΚΟ ΡΕΥΜΑ

Θα πρέπει να γνωρίζουμε ότι:

Αγωγοί ονομάζονται τα σώματα που επιτρέπουν την κίνηση των ηλεκτρικών φορτίων μέσα στη μάζα τους.

Τέτοια σώματα είναι, όλα τα μέταλλα (και ο υδράργυρος παρ' όλο που είναι υγρός), το ανθρώπινο σώμα καθώς και το σώμα των ζώων, το έδαφος, ο άνθρακας τα ηλεκτρολυτικά διαλύματα υδατικά διαλύματα οξέων, βάσεων, αλάτων), διάφορα ιονισμένα αέρια, το πόσιμο νερό, τα τήγματα αλάτων και βάσεων κλπ.

Μονωτές ή διηλεκτρικά ονομάζονται τα σώματα που δεν επιτρέπουν την κίνηση ηλεκτρικών φορτίων μέσα στη μάζα τους.

Τέτοια σώματα είναι, τα διάφορα πλαστικά, ο εβονίτης, το κεχριμπάρι, το ξύλο, η μίκα, η πορσελάνη, το χαρτί, το μετάξι, το απεσταγμένο νερό κλπ.

Η ικανότητα ενός σώματος να επιτρέπει τη διέλευση ηλεκτρικού φορτίου μέσα από τη μάζα του ονομάζεται **ηλεκτρική αγωγιμότητα.**

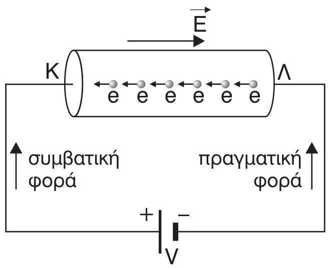
Στις μέρες μας είναι αποδεκτό ότι όλα τα υλικά σώματα εμφανίζουν κάποια αγωγιμότητα διάφορη του μηδενός. Ακόμη και η αγωγιμότητα των μονωτών δεν είναι ίση με μηδέν. Βέβαια είναι αμελητέα σε σχέση με την αγωγιμότητα των μέταλλων, ώστε στην πράξη να λαμβάνεται ως ίση με μηδέν. Τα σώματα εκείνα, που με βάση της αγωγιμότητάς τους βρίσκονται ανάμεσα στους αγωγούς και τους μονωτές, είναι οι **ημιαγωγοί,** όπως το πυρίτιο (Si) και το γερμάνιο (Ge).

Ηλεκτρικό ρεύμα ονομάζεται η προσανατολισμένη κίνηση ηλεκτρικών φορτίων (κίνηση προς μια ορισμένη κατεύθυνση) μέσα σε κάποιο αγωγό, ως αποτέλεσμα μιας διαφοράς δυναμικού που εμφανίζεται σ' αυτόν.

Φορείς του ηλεκτρικού ρεύματος είναι τα ηλεκτρικά φορτία που κινούνται προσανατολισμένα.

Στους **μεταλλικούς** αγωγού, φορείς του ηλεκτρικού ρεύματος είναι τα ελεύθερα ηλεκτρόνια, στους **ηλεκτρολύτες** είναι τα κατιόντα και ανιόντα του διαλύματος, στους **αέριους** αγωγούς είναι ηλεκτρόνια ή ιόντα.

Στο βιβλίο αυτό θα ασχοληθούμε μόνο με τους μεταλλικούς αγωγούς.



Σχήμα 20

Αν στα άκρα ενός μεταλλικού αγωγού ΚΛ εφαρμόσουμε μια διαφορά δυναμικού, π.χ. συνδέοντας τα άκρα του με τους πόλους πηγής συνεχούς τάσης, τότε στο εσωτερικό του αγωγού δημιουργείται ηλεκτρικό πεδίο με φορά από το Κ στο Λ όπως φαίνεται στο σχήμα 20.

Ως αποτέλεσμα του πεδίου ασκείται ηλεκτρική δύναμη τόσο στα κατιόντα του μετάλλου (που όμως δεν μπορούν να κινηθούν) όσο και στα ελεύθερα ηλεκτρόνια τα οποία αρχίζουν να κινούνται προσανατολισμένα (με ταχύτητα της τάξεως των m/s) με κατεύθυνση, μέσα στον αγωγό από τον αρνητικό προς το θετικό πόλο της πηγής. Έτσι προκύπτει το ηλεκτρικό ρεύμα. Βέβαια τα ηλεκτρόνια εξακολουθούν να εκτελούν και την θερμική κίνηση που εκτελούσαν πριν την εφαρμογή της τάσης (με ταχύτητα της τάξης των Km/s).

Η φορά της προσανατολισμένης κίνησης των ηλεκτρονίων σ’ έναν μεταλλικό αγωγό ονομάζεται **πραγματική φορά** του ηλεκτρικού ρεύματος. Η **αντίθετη** από τη φορά της προσανατολισμένης κίνησης των ηλεκτρονίων σ’ έναν μεταλλικό αγωγό ονομάζεται **συμβατική φορά** ή απλώς **φορά** του ηλεκτρικού ρεύματος.

Στα διάφορα κυκλώματα θα χρησιμοποιούμε και θα σχεδιάζουμε τη συμβατική φορά η οποία μέσα στον αγωγό «ορίζεται» από το θετικό προς τον αρνητικό πόλο της πηγής.

Συνεχές ονομάζεται το ηλεκτρικό ρεύμα σταθερής φοράς και παράγεται από πηγή συνεχούς τάσης.

Εναλλασσόμενο ονομάζεται το ηλεκτρικό ρεύμα μεταβλητής φοράς και παράγεται από πηγή εναλλασσόμενης τάσης.

Για τη δημιουργία, λοιπόν, του ηλεκτρικού ρεύματος απαιτούνται και αρκούν: ένας αγωγός και μια τάση. Για το ρόλο της πηγής στη δημιουργία ηλεκτρικού ρεύματος πρέπει να επισημάνουμε τα εξής:

Η πηγή δεν παρέχει τα ηλεκτρικά φορτία τα οποία θα κινηθούν προσανατολισμένα. Αυτά προϋπάρχουν μέσα στον αγωγό. Η πηγή διατηρεί μια διαφορά δυναμικού δημιουργώντας το απαραίτητο ηλεκτρικό πεδίο στο εσωτερικό του αγωγού που θα θέσει σε προσανατολισμένη κίνηση τα ηλεκτρικά φορτία. Βέβαια η πηγή είναι αυτή που προσφέρει συνεχώς την απαιτούμενη ενέργεια στα ηλεκτρικά φορτία ώστε να κινηθούν προσανατολισμένα.

Αποτελέσματα του ηλεκτρικού ρεύματος

Κατά τη διέλευσή του μέσα από κάποιο αγωγό, το ηλεκτρικό ρεύμα προκαλεί:

1. Θερμικά αποτελέσματα. Όταν διαρρέει μεταλλικούς αγωγούς προκαλεί αύξηση στη θερμοκρασία τους (ηλεκτρική θερμάστρα, ηλεκτρικό σίδερο, θερμοσίφωνας, τηκόμενες ή αυτόματες ασφάλειες κ.λπ.)

2. Μαγνητικά αποτελέσματα. Όταν διαρρέει μεταλλικούς αγωγούς δημιουργεί μαγνητικά πεδία προκαλώντας την αλληλεπίδρασή τους με μαγνήτες (ανεμιστήρας, μοτέρ του ψυγείου, πλυντήριο και γενικά οποιοσδήποτε ηλεκτρικός κινητήρας, ηλεκτρικό κουδούνι κ.λπ.).

3. Χημικά αποτελέσματα. Όταν διαρρέει διαλύματα ηλεκτρολυτών ή τήγματα βάσεων και αλάτων προκαλεί χημικές αντιδράσεις (φαινόμενο ηλεκτρόλυσης, αλλοιώσεις κυττάρων και εγκαύματα κατά την ηλεκτροπληξία κ.λπ.)

Ένταση του ηλεκτρικού ρεύματος

Ένταση I του ηλεκτρικού ρεύματος που διαρρέει έναν αγωγό ονομάζεται το μονόμετρο φυσικό μέγεθος που ισούται με το πηλίκο, του στοιχειώδους φορτίου dq, που περνά από μια διατομή του αγωγού σε στοιχειώδες χρόνο dt ($dt \rightarrow 0$), προς το χρόνο αυτό. Δηλαδή:

$$\boxed{I = \frac{dq}{dt}} \quad (36)$$

Από τη σχέση $I = \frac{dq}{dt}$ γίνεται φανερό ότι η ένταση I του ηλεκτρικού ρεύματος εκφράζει (ισούται) το ρυθμό ροής $\frac{dq}{dt}$ του φορτίου που περνά μέσα από μια διατομή του αγωγού και βέβαια αναφέρεται σε κάποια χρονική στιγμή (αφού $dt \rightarrow 0$).

Αν ο στιγμιαίος ρυθμός $\frac{dq}{dt}$ είναι σταθερός τότε αυτός ισούται και με οποιοδήποτε πηλίκο $\frac{q}{t}$, όπου q το φορτίο που περνά από μια διατομή του αγωγού σε χρόνο (χρονική διάρκεια) t . Άρα ισχύει στην περίπτωση αυτή και $I = \frac{q}{t}$. Δηλαδή:

$$\text{αν } \frac{dq}{dt} = \text{σταθ. τότε } \boxed{I = \frac{dq}{dt} = \frac{q}{t}}$$

Αν, λοιπόν το ρεύμα είναι χρονικά σταθερό, και φυσικά συνεχές έχουμε τον εξής ορισμός:

Ένταση I του συνεχούς και σταθερού ηλεκτρικού ρεύματος που διαρρέει έναν αγωγό, ονομάζεται το μονόμετρο φυσικό μέγεθος που ισούται με το πηλίκο, του φορτίου q που περνά από μια διατομή του αγωγού σε χρόνο t, προς το χρόνο αυτό. Δηλαδή:

$$\boxed{I = \frac{q}{t}} \quad \textbf{(37)}$$

Μονάδα έντασης του ηλεκτρικού ρεύματος στο S.I. είναι το 1 Ampere (1 A). Από τη σχέση 37 προκύπτει ότι $\boxed{1A = \frac{1\ C}{s}}$ (38)

Παρατήρηση:
Το 1 A είναι θεμελιώδης, και όχι παράγωγη, μονάδα μέτρησης όπως είναι το 1 m, το 1 kg, το 1 s, αφού η ένταση του ρεύματος είναι θεμελιώδες μέγεθος όπως είναι το μήκος, η μάζα και ο χρόνος.

Ορισμός του 1 A με τη βοήθεια της σχέσης $I = \frac{q}{t}$

"Η ένταση του ηλεκτρικού ρεύματος που διαρρέει ένα αγωγό είναι ίση με 1 A αν από μια διατομή του αγωγού σε κάθε 1 s περνά φορτίο ίσο με 1 C."

Ορισμός του 1 C με τη βοήθεια της σχέσης $q = I \cdot t$

"1 C είναι το φορτίο που περνά από μια διατομή ενός αγωγού σε κάθε 1 s, ν ο αγωγός διαρρέεται από ηλεκτρικό ρεύμα έντασης 1 A. Δηλαδή 1 C = 1·A·s."

3.2.3 ΚΑΝΟΝΕΣ ΤΟΥ KIRCHHOFF (ΚΙΡΚΟΦ)

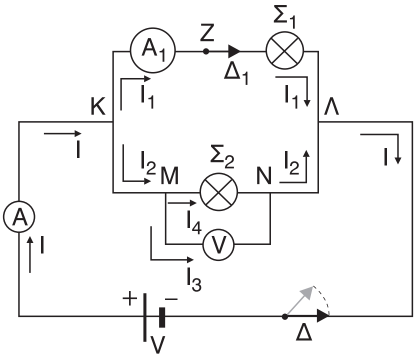
Σε ένα ηλεκτρικό κύκλωμα:

1. Κόμβος ονομάζεται, κάθε σημείο του κυκλώματος στο οποίο το ρεύμα διακλαδίζεται, ή αλλιώς, κάθε σημείο του κυκλώματος στο οποίο ενώνονται τρεις ή περισσότεροι αγωγοί.

2. Κλάδος ονομάζεται, κάθε τμήμα του κυκλώματος που βρίσκεται μεταξύ δύο **διαδοχικών κόμβων.**

Όλα τα σημεία του ίδιου κλάδου διαρρέονται από ηλεκτρικό ρεύμα ίδιας έντασης.

3. Βρόχος ονομάζεται, κάθε κλειστή αγώγιμη διαδρομή του κυκλώματος. Λέγοντας, αγώγιμη, εννοούμε να μην υπάρχει στη διαδρομή κάποιος ανοιχτός διακόπτης.



Σχήμα 21

Δίπλα στο σχήμα 21 απεικονίζονται ένα ηλεκτρικό κύκλωμα. Τα σημεία **Κ, Λ, Μ, Ν** είναι **κόμβοι.**

Τα τμήματα **ΚΖΛ, ΚΜ, ΜΝ, ΝΛ, ΚΒΓΛ** είναι **κλάδοι.**

Προσοχή. Το τμήμα **ΚΜΝ, δεν** είναι κλάδος.

Οι διαδρομές **ΚΖΛΝΜΚ, ΜΝVΜ, ΚΖΛΓΒΚ,** είναι **βρόχοι.**

Προσοχή. Αν, για παράδειγμα ο διακόπτης $Δ_1$ ήταν ανοιχτός τότε η διαδρομή ΚΖΛΝΜΚ, δεν θα ήταν βρόχος. Τα αμπερόμετρα (Α, $Α_1$) είναι όργανα που η ένδειξή τους ισούται με την ένταση του ρεύματος που τα διαρρέει. Συνδέονται κατά μήκος του αγωγού και στον ίδιο κλάδο (σύνδεση σε σειρά) με τη συσκευή της οποίας θέλουμε να μετρήσουμε την ένταση του ρεύματος που τη διαρρέει. Έτσι, το αμπερόμετρο Α δείχνει ένδειξη ίση με Ι και το $Α_1$ ίση με $Ι_1$.

Ιδανικά θεωρούνται τα αμπερόμετρα που εμφανίζουν άπειρη ηλεκτρική αγωγιμότητα ή, όπως θα δούμε παρακάτω, μηδενική εσωτερική αντίσταση.

Τα βολτόμετρα (V) είναι όργανα που η ένδειξή τους ισούται με τη διαφορά δυναμικού στα άκρα τους. Τα άκρα τους συνδέονται στα άκρα της συσκευής (παράλληλη σύνδεση) μετρώντας έτσι και τη διαφορά δυναμικού στα άκρα της συσκευής που μας ενδιαφέρει. Έτσι, το βολτόμετρο του κυκλώματος στο σχήμα 21 δείχνει ένδειξη ίση με $V_M - V_N$ (κατά απόλυτη τιμή).

Ιδανικά θεωρούνται τα βολτόμετρα που μηδενική ηλεκτρική αγωγιμότητα ή αλλιώς άπειρη εσωτερική αντίσταση. Το βολτόμετρο του σχήματος 21 δεν είναι ιδανικό διότι τότε το ρεύμα $Ι_3$ θα ήταν ίσο με μηδέν. Η λειτουργία των αμπερομέτρων και των βολτομέτρων βασίζεται στα θερμικά ή μαγνητικά αποτελέσματα του ηλεκτρικού ρεύματος.

Πρώτος Κανόνας του Kirchhoff

Ο πρώτος κανόνας του Kirchhoff διατυπώνεται ως εξής:

Το άθροισμα των εντάσεων $I_{εισ}$ των ρευμάτων που εισέρχονται σ’ έναν κόμβο είναι ίσο με άθροισμα των εντάσεων $I_{εξ}$ των ρευμάτων που εξέρχονται από αυτόν. Δηλαδή:

$$\boxed{I_{εισ} = I_{εξ}} \quad (39)$$

Για παράδειγμα, η σχέση (39) στο ν κόμβο Κ του σχήματος 21, παίρνει τη μορφή

$$\boxed{I = I_1 + I_2} \quad (40)$$

Ο πρώτος κανόνας του kirchhoff έχει και την εξής δεύτερη διατύπωση:

Το αλγεβρικό άθροισμα των εντάσεων $\sum I$ όλων των ρευμάτων σ' έναν κόμβο, είναι ίσο με μηδέν. Δηλαδή

$$\boxed{\sum I = 0} \quad (41)$$

Η σχέση (41) για τον κόμβο Κ, παίρνει τη μορφή:

$$\boxed{I - I_1 - I_2 = 0} \quad (42) \quad \text{άρα και πάλι } I = I_1 + I_2$$

Στην περίπτωση αυτή θα θεωρούμε θετικές τις εντάσεις των ρευμάτων που φτάνουν στον κόμβο και αρνητικές τις εντάσεις των ρευμάτων που φεύγουν από τον κόμβο. Ο πρώτος κανόνας του Kirchhoff είναι συνέπεια μιας γενικότερης αρχής της Φυσικής που είναι **η αρχή διατήρησης του φορτίου.**

Ο δεύτερος κανόνας του kirchhoff διατυπώνεται ως εξής:

Το αλγεβρικό άθροισμα των διαφορών δυναμικού $\sum \Delta V$, κατά μήκος ενός βρόχου, είναι ίσο με μηδέν. Δηλαδή

$$\boxed{\sum \Delta V = 0} \quad (43)$$

Ο δεύτερος κανόνας του kirchhoff είναι συνέπεια της **αρχής διατήρησης της ενέργειας.**

3.2.4 ΑΝΤΙΣΤΑΣΗ – ΑΝΤΙΣΤΑΤΗΣ

Η αντίσταση ενός αγωγού εκφράζει τη δυσκολία που συναντά το ηλεκτρικό ρεύμα κατά τη διέλευσή του μέσα από τον αγωγό, είναι αντίστροφη της ηλεκτρικής αγωγιμότητα και ορίζεται ως εξής:

Αντίσταση R ενός αγωγού ονομάζεται το μονόμετρο φυσικό μέγεθος που ισούται με το πηλίκο, της τάσης V, που εφαρμόζεται στα άκρα του αγωγού, προς την ένταση I του ρεύματος που διαρρέει τον αγωγό. Δηλαδή:

$$\boxed{R = \frac{V}{I}} \quad (44)$$

Μονάδα μέτρησης της αντίστασης στο S.I. είναι το 1 Ω (1 Ohm), και όπως προκύπτει από τη σχέση (44)

$$\boxed{1\ \Omega = \frac{1\ V}{A}} \quad (45)$$

Ορισμός του 1 Ω

Η αντίσταση ενός αγωγού είναι ίση με 1 Ω αν, εφαρμόζοντας στα άκρα του αγωγού τάση ίση με 1 V, αυτός διαρρέεται από ηλεκτρικό ρεύμα έντασης 1 Α.

Στην περίπτωση των μεταλλικών αγωγών, η αντίστασή τους οφείλεται στις συγκρούσεις των ελεύθερων ηλεκτρονίων, κατά την προσανατολισμένη κίνησή τους, με τα κατιόντα του μεταλλικού πλέγματος. Συνηθίζεται η αντίσταση που εφαρμόζουν οι μεταλλικοί αγωγοί λόγω των συγκρούσεων που αναφέραμε να την

ονομάζουμε **ωμική ή ηλεκτρική αντίσταση.** Αυτό διότι, το ηλεκτρικό ρεύμα μπορεί να συναντήσει "δυσκολία" κατά τη διέλευσή του όχι μόνο λόγω των συγκρούσεων που αναφέραμε αλλά και λόγω επαγωγικών φαινομένων **(επαγωγική αντίσταση)** τα οποία θα συναντήσουμε σε επόμενο κεφάλαιο ή λόγω απωστικών δυνάμεων που μπορεί να δεχτούν οι φορείς του ηλεκτρικού ρεύματος από τα φορτία που είναι συγκεντρωμένα στους οπλισμούς ενός πυκνωτή **(χωρητική αντίσταση).**

Στο κεφάλαιο αυτό θα ασχοληθούμε μόνο με την ωμική αντίσταση την οποία και θα ονομάζουμε απλώς αντίσταση.

Λέγοντας λοιπόν **"αντίσταση"** ενός μεταλλικού αγωγού θα αναφερόμαστε στο φυσικό μέγεθος που ορίσαμε παραπάνω και εκφράζει τη δυσκολία διέλευσης του ηλεκτρικού ρεύματος μέσα από τον αγωγό ενώ λέγοντας **"αντιστάτης"** θα αναφερόμαστε στον ίδιο τον μεταλλικό αγωγό.

Βέβαια έχει επικρατήσει με τον όρο "αντίσταση" να εννοούμε και τον ίδιο τον "αντιστάτη".

Τίθεται το ερώτημα: από ποιους παράγοντες εξαρτάται η δυσκολία που προβάλλει ένας μεταλλικός στο ηλεκτρικό ρεύμα δηλαδή από ποιους παράγοντες εξαρτάται η αντίστασή του;

Η πειραματική μελέτη για την περίπτωση μεταλλικού αγωγού με τη μορφή κυλινδρικού σύρματος έδειξε ότι η αντίστασή του R εξαρτάται:

1. από το μήκος ℓ του αγωγού και μάλιστα είναι ανάλογη του μήκους του.

Όσο μεγαλώνει το μήκος του αγωγού, τόσο αυξάνεται η διαδρομή που διανύουν τα ελεύθερα ηλεκτρόνια κινούμενα προσανατολισμένα μέσα στον αγωγό. Άρα τόσο θα αυξάνεται και ο αριθμός των συγκρούσεών τους με τα κατιόντα του μεταλλικού πλέγματος και επομένως η δυσκολία στην κίνησή τους. Επομένως τόσο θα αυξάνεται και η αντίσταση του αγωγού.

2. από το εμβαδό διατομής S του αγωγού και μάλιστα είναι αντιστρόφως ανάλογη του εμβαδού διατομής του. Όσο μεγαλώνει το εμβαδό διατομής, τόσο μειώνεται ο αριθμός των συγκρούσεων των ελεύθερων ηλεκτρονίων με τα κατιόντα του μεταλλικού πλέγματος αφού βρίσκουν περισσότερο “χώρο” μέσα στον αγωγό και μπορούν να κινούνται με μεγαλύτερη “άνεση”. Έτσι μειώνεται η δυσκολία κατά την κίνησή τους, άρα μειώνεται και η αντίσταση του αγωγού.

3. από το υλικό (είδος μετάλλου) που είναι κατασκευασμένος ο αγωγός.

Δύο διαφορετικά μέταλλα εμφανίζουν διαφορετικό μεταλλικό πλέγμα, στην ίδια θερμοκρασία (μέγεθος και πυκνότητα κατιόντων, εύρος ταλάντωσης κατιόντων κ.λπ.) με αποτέλεσμα ο αριθμός των συγκρούσεων των ελεύθερων ηλεκτρονίων με τα κατιόντα του μεταλλικού πλέγματος να είναι διαφορετικός. Επομένως η αντίσταση των δύο μεταλλικών αγωγών από διαφορετικά μέταλλα και στην ίδια θερμοκρασία, είναι διαφορετική.

4. από τη θερμοκρασία του αγωγού και μάλιστα αν αυξήσουμε τη θερμοκρασία του αυξάνεται και η αντίσταση του αγωγού.

Θερμαίνοντας τον αγωγό προσφέρουμε ενέργεια, ένα μέρος του οποίου μεταφέρεται στα κατιόντα του μεταλλικού πλέγματος. Αυτό έχει ως αποτέλεσμα να αυξάνεται η αντίσταση του αγωγού.

Εννοείται ότι η θερμοκρασία δεν φτάνει στο σημείο τήξης του μετάλλου γιατί τότε ο αγωγός θα λιώσει και θα κοπεί. Η σχέση που περιγράφει την εξάρτηση της αντίστασης από τους παρακάτω παράγοντες είναι η εξής:

$$\boxed{R = \rho \frac{\ell}{S}} \quad (46)$$

όπου ρ είναι το μονόμετρο φυσικό μέγεθος που ονομάζεται **ειδική αντίσταση του υλικού** και εμπεριέχει την εξάρτηση της αντίστασης R του αγωγού τόσο από το υλικό όσο και από τη θερμοκρασία.

Από τη σχέση (46) έχουμε ότι $\boxed{R = \rho \frac{S}{\ell}}$ (47)

Από τη σχέση (47) προκύπτει ότι η μονάδα της ειδικής αντίστασης στο S.I. είναι το $1\ \Omega \cdot m \left(1\ \Omega \frac{m}{m^2} = 1\ \Omega m\right)$

Η ειδική αντίσταση του υλικού ενός αγωγού εκφράζει αριθμητικά της τιμής της αντίσταση R του αγωγού όταν το μήκος του ίσο με 1 m και το εμβαδόν διατομής του ίσο με 1 m².

Η σχέση που περιγράφει την εξάρτηση, όπως αναφέραμε, της ειδικής αντίστασης από τη θερμοκρασία του αγωγού είναι η εξής:

$$\boxed{\boldsymbol{\rho_\theta = \rho_0(1 = \alpha\theta)}} \quad (48),$$

όπου **ρ_θ** η ειδική αντίσταση του υλικού στους θ˚C,

ρ_0 η ειδική αντίσταση στους 0˚C,

θ η θερμοκρασία σε βαθμούς Κελσίου (˚C),

α μια σταθερά που ονομάζεται **θερμικός συντελεστής ειδικής αντίστασης** ή **θερμικός συντελεστής αντίστασης** και μετριέται στο S.I. σε $grad^{-1}$ (1 grad = 1˚C)

Αν $R_0 = \rho_0 \dfrac{\ell}{S}$ η αντίσταση ενός μεταλλικού αγωγού στους 0˚C,

$R_\theta = \rho_\theta \dfrac{\ell}{S}$ η αντίσταση του ίδιου αγωγού στους θ˚C, (το πηλίκο $\dfrac{\ell}{S}$ θεωρούμε ότι δεν μεταβάλλεται με τη μεταβολή της θερμοκρασίας) και λαμβάνοντας υπόψην τη σχέση (48) έχουμε:

$$R_\theta = \rho_\theta \frac{\ell}{S} = \rho_0(1 + \alpha\theta)\frac{\ell}{S} = \rho_0 \frac{\ell}{S}(1 + \alpha\theta) = R_0(1 + \alpha\theta) \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \boxed{\boldsymbol{R_\theta = R_0(1 + \alpha\theta)}} \quad (49)$$

Αναλύοντας τη σχέση (49) έχουμε:

$$R_\theta = R_0(1 + \alpha\theta) \Rightarrow R_\theta = R_0 + R_0 \cdot \alpha \cdot \theta \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \boxed{\boldsymbol{R_\theta = R_0 \cdot \alpha \cdot \theta + R_0}} \quad (50)$$

Η σχέση αυτή είναι στη μορφή $\psi = \kappa \cdot x + \lambda$ με $\psi \rightarrow R_\theta$, $x \rightarrow \theta$, $\lambda \rightarrow R_0$ = σταθ. και $\kappa \rightarrow R_0 \cdot \alpha$ = σταθ. και όπως γνωρίζουμε παριστάνει:

α) ευθεία αύξουσα αν $\kappa = R_0 \cdot \alpha > 0$ δηλ. αν $\alpha > 0$

β) ευθεία φθίνουσα αν $\kappa = R_0 \cdot \alpha < 0$ δηλ. αν $\alpha < 0$

γ) ευθεία παράλληλη στον οριζόντιο άξονα αν $\kappa = R_0 \cdot \alpha = 0$ δηλ. αν $\alpha = 0$.

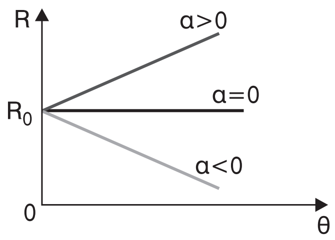
Ο θερμικός συντελεστής α:

α) για τα καθαρά μέταλλα είναι **α > 0.** Οπότε αύξηση της θερμοκρασίας προκαλεί **αύξηση** της αντίστασης.

β) για τον άνθρακα (γραφίτη), τους ημιαγωγούς και τους ηλεκτρολύτες είναι **α<0.** Οπότε αύξηση της θερμοκρασίας προκαλεί **μείωση** της αντίστασης.

γ) για ορισμένα κράματα όπως η κονσταντάνη, η μαγγανίνη και η χρωμονικελίνη είναι πρακτικά **α = 0**. Οπότε μεταβολή της θερμοκρασίας δεν προκαλεί καμία μεταβολή στην αντίσταση.

Με βάση τα παραπάνω παίρνουμε τη γραφική παράσταση R = f(θ) που φαίνεται στο σχήμα 22 για τις διάφορες τιμές του θερμικού συντελεστή α.



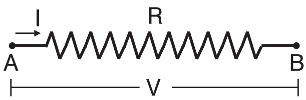
Σχήμα 22

Αξίζει εδώ να σημειώσουμε το φαινόμενο που παρατηρείται σε μερικούς αγωγούς από καθαρό μέταλλο όπως ο Hg και ο Pb (υδράργυροςκαι μόλυβδος).

Μειώνοντας τη θερμοκρασία τους, μειώνεται όπως αναμένεται από τη σχέση (49), και η αντίστασή τους. Καθώς, όμως η θερμοκρασία τους κατεβαίνει προς το απόλυτο μηδέν (–273˚C) παρατηρείται απότομη μείωση της αντίστασής τους η οποία πρακτικά γίνεται ίση με μηδέν. Το φαινόμενο ονομάζεται **υπεραγωγιμότητα** και με βάση αυτό, σε τέτοιες θερμοκρασίες χρησιμοποιώντας τα μέταλλα που αναφέραμε μπορούμε να διατηρήσουμε για μεγάλο χρονικό διάστημα ηλεκτρικό ρεύμα αφού αφαιρέσουμε με κατάλληλο τρόπο την πηγή από ένα κλειστό κύκλωμα.

Νόμος του Ohm για αντιστάτη (μεταλλικό αγωγό)

Έστω R αντίσταση ενός αντιστάτη ΑΒ σταθερής θερμοκρασίας στα άκρα του οποίου εφαρμόζεται τάση V_{AB} = V και διαρρέεται από ρεύμα έντασης I. Με βάση τα όσα αναφέραμε και τα οποία επιβεβαιώνονται και πειραματικά, αφού **θ = σταθ.** θα είναι και R = σταθερό δηλαδή $\frac{V}{I}$ = σταθερό αφού R = $\frac{V}{I}$.



Σχήμα 23

Από τον ορισμό λοιπόν της αντίστασης έχουμε:

$$R = \frac{V}{I} \Rightarrow \boxed{I = \frac{1}{R} \cdot V} \text{ με } R = \text{σταθερό.}$$

Η σχέση αυτή αποτελεί τη μαθηματική έκφραση του νόμου του Ohm για έναν αντιστάτη ο οποίος έχει την εξής διατύπωση:

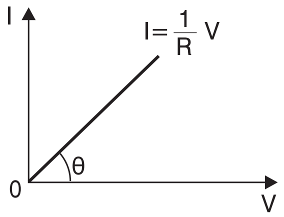
Η ένταση Ι του ηλεκτρικού ρεύματος που διαρρέει έναν μεταλλικό αγωγό σταθερής θερμοκρασίας, είναι ανάλογη της τάσης V που εφαρμόζεται στα άκρα του αγωγού. Δηλαδή:

$$\boxed{I = \frac{1}{R} \cdot V} \quad \text{ή} \quad \boxed{I = \frac{V}{R}} \qquad (51)$$

Η σχέση $I = \frac{1}{R} \cdot V$ είναι στη μορφή $\psi = \alpha \cdot x$ με $\psi \rightarrow I$, $x \rightarrow V$ και

$\alpha \rightarrow \frac{1}{R} =$ σταθερό > 0.

Η γραφική παράσταση $I = f(v)$, που ονομάζεται και **χαρακτηριστική καμπύλη** του αντιστάτη, είναι ευθεία που διέρχεται από την αρχή των αξόνων όπως φαίνεται στο σχήμα 24.



Σχήμα 24

Όπως γνωρίζουμε η κλίση της ευθείας (εφθ) ισούται με το συντελεστή διεύθυνσής της $\left(\frac{1}{R}\right)$.

Δηλαδή, αριθμητικά ισχύει:

$$\boxed{\varepsilon\varphi\theta = \frac{1}{R}}$$

Προσοχή: Ο νόμος του Ohm δεν ισχύει για όλους τους αγωγούς (π.χ. λυχνίες κενού, ηλεκτρικοί κινητήρες, ηλεκτρικές πηγές κ.λπ.) Επίσης δεν ισχύει ούτε και για αντιστάτες (μεταλλικούς αγωγούς) των οποίων η θερμοκρασία μεταβάλλεται. Δηλαδή στις περιπτώσεις αυτές η ένταση του ρεύματος δεν είναι ανάλογη της τάσης. Όμως η εύρεση της αντίστασης R μπορεί να γίνει με την εξίσωση ορισμού $R = \frac{V}{I}$, ακόμη και για την περίπτωση αντιστάτη του οποίου η θερμοκρασία μεταβάλλεται.

Παρατήρηση

Στο σχήμα 23 το ρεύμα (με συμβατική φορά) έχει φορά από το Α στο Β. Άρα $V_A > V_B$ αφού τα θετικά φορτία κινούνται αυθόρμητα από μεγάλα σε μικρά δυναμικά.

Όμως $V_{AB} = IR$ ή $\boxed{V_A - V_B = IR}$. Δηλαδή, το γινόμενο IR ισούται με τη μείωση του δυναμικού από το άκρο Α του αντιστάτη στο άκρο Β. Γι' αυτό το γινόμενο $I \cdot R$ ονομάζεται και πτώση τάσης πάνω στον αντιστάτη ή πάνω στην αντίσταση R.

Χρωματικός κώδικας

Χρώμα	Αριθμός
Μαύρο	0
Καφέ	1
Κόκκινο	2
Πορτοκαλί	3
Κίτρινο	4
Πράσινο	5
Μπλε	6
Μωβ	7
Γκρι	8
Άσπρο	9

Οι αντιστάσεις του εμπορίου έχουν τυλιγμένες γύρω τους τέσσερις έγχρωμες ταινίες (λωρίδες) διαφόρων χρωμάτων. Το πρώτο και το δεύτερο χρώμα αντιστοιχούν σε κάποιους αριθμούς, (βλέπε πίνακα στο σχήμα 25) σχηματίζοντας έτσι ένα διψήφιο νούμερο. Ο αριθμός που αντιστοιχεί στο τρίτο χρώμα μας δείχνει πόσα μηδενικά πρέπει να συμπληρώσουμε στο διψήφιο νούμερο που σχηματίσαμε ήδη. Το τέταρτο χρώμα δείχνει (σε ποσοστό %) την απόκλιση (ανοχή) που μπορεί να παρουσιάζει η τιμή της αντίστασης. Αν το τέταρτο χρώμα είναι ασημί η απόκλιση είναι $\pm 10\%$, αν είναι χρυσαφί $\pm 5\%$ και αν είναι καφέ $\pm 1\%$.

Παραδείγματα:

α) Αντίσταση με τα χρώματα καφέ, μαύρο, κόκκινο, ασημί έχει τιμή 1000 Ω με απόκλιση $\pm 10\%$.

Επομένως $R = \left(1000 \pm \dfrac{10}{100} 1000\right)\Omega \Rightarrow \boxed{\mathbf{R = (1000 \pm 100)\Omega}}$

β) Αντίσταση με τα χρώματα πορτοκαλί, πορτοκαλί, πράσινο, ασημί έχει τιμή 3300000 Ω με απόκλιση $\pm 10\%$.

Επομένως $R = \left(3300000 \pm \dfrac{10}{100} 3300000\right)\Omega \Rightarrow$

$\Rightarrow \boxed{\mathbf{R = (3300000 \pm 3300000)\Omega}}$

γ) Αντίσταση με τα χρώματα κίτρινο, μωβ, καφέ, ασημί έχει τιμή 470 Ω με απόκλιση $\pm 10\%$.

Επομένως $R = \left(470 \pm \dfrac{10}{100} 470\right)\Omega \Rightarrow \boxed{\mathbf{R = (470 \pm 47)\Omega}}$

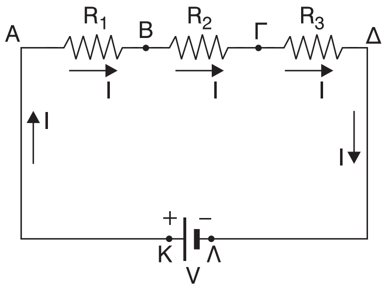
3.2.5 ΣΥΝΔΕΣΜΟΛΟΓΙΑ ΑΝΤΙΣΤΑΤΩΝ (ΑΝΤΙΣΤΑΣΕΩΝ)

Σύνδεση σε σειρά

Δύο ή περισσότερες αντιστάσεις θα λέμε ότι συνδέονται **σε σειρά** όταν βρίσκονται στον ίδιο κλάδο ενός κυκλώματος με αποτέλεσμα να διαρρέονται από το ίδιο ρεύμα. Πρακτικά αυτό σημαίνει ότι διαδοχικά, το τέλος της μιας είναι η αρχή της άλλης χωρίς όμως κάποιο από τα ενδιάμεσα άκρα να είναι κόμβος.

Στο σχήμα 26 οι αντιστάσεις R_1, R_2, R_3 είναι συνδεδεμένες "σε σειρά". Τα άκρα Α και Δ της συνδεσμολογίας συνδέονται με πηγή συνεχούς τάσης μέσω των αγωγών ΑΚ και ΔΛ μηδενικής αντίστασης. Για την πολιτική τάση $V_{ΚΛ}$ της πηγής έχουμε:

$$\boxed{V_{ΚΛ} = V}$$



Σχήμα 26

Για τους αγωγούς ΚΑ και ΛΔ έχουμε αντίστοιχα:

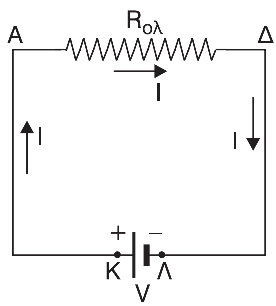
$$V_{KA} = I \cdot R_{KA} \xRightarrow{R_{KA}=0} V_K - V_A = I \cdot 0 \Rightarrow V_K - V_A = 0 \Rightarrow \boxed{V_K = V_Λ}$$

$$V_{ΔΛ} = I \cdot R_{ΔΛ} \xRightarrow{R_{ΔΛ}=0} V_Δ - V_Λ = I \cdot 0 \Rightarrow V_Δ - V_Λ = 0 \Rightarrow \boxed{V_Δ = V_Λ}$$

Επομένως έχουμε:

$$V_{ΚΛ} = V \Rightarrow V_K - V_Λ = V \xRightarrow[V_Λ=V_Δ]{V_K=V_A} \boxed{V_A - V_Δ = V}$$

Αναζητούμε την τιμή $R_{ολ}$ εκείνης της αντίστασης που όταν συνδεθεί στα άκρα της **ίδιας πηγής,** η πηγή να προκαλεί το ίδιο ρεύμα **I** που προκαλεί και στο κύκλωμα με τις αντιστάσεις R_1, R_2, R_3. Τότε λέμε ότι η $R_{ολ}$ αποτελεί την **ισοδύναμη αντίσταση** της συνδεσμολογίας των αντιστάσεων R_1, R_2, R_3. Έτσι παίρνουμε το ισοδύναμο κύκλωμα του σχήματος 27. Από το κύκλωμα του σχήματος 26 έχουμε:



Σχήμα 27

$$V_A - V_Δ = (V_A - V_B) + (V_B - V_Γ) + (V_Γ - V_Δ) \Rightarrow$$

$$\xrightarrow{V_A - V_Δ = V} V = I \cdot R_1 + I \cdot R_2 + I \cdot R_3 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \boxed{V = I(R_1 + R_2 + R_3)} \quad (43)$$

Από το κύκλωμα του σχήματος 27 έχουμε:

$$V_A - V_Δ = I \cdot R_{ολ} \xrightarrow{V_A - V_Δ = V} \boxed{V = I \cdot R_{ολ}} \quad (44)$$

Από τις σχέσεις (43) και (44) προκύπτει ότι:

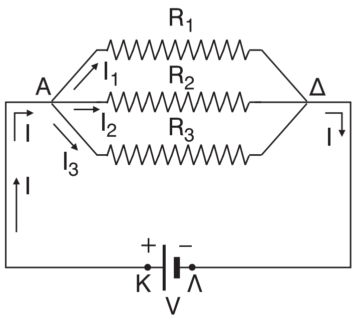
$$I \cdot R_{ολ} = I(R_1 + R_2 + R_3) \xrightarrow{I \neq 0} \boxed{R_{ολ} = R_1 + R_2 + R_3} \quad (45)$$

Αν έχουμε ν το πλήθος R_1, R_2, ..., $R_ν$ αντιστάσεις συνδεδεμένες σε σειρά τότε η ισοδύναμη αντίσταση $R_{ολ}$ θα είναι:

$$\boxed{R_{ολ} = R_1 + R_2 + ... + R_ν} \quad (46)$$

Παράλληλη σύνδεση

Δύο ή περισσότερες αντιστάσεις θα λέμε ότι συνδέονται **παράλληλα** όταν βρίσκονται μόνες τους (χωρίς άλλη αντίσταση στον ίδιο κλάδο) σε κλάδους που περιέχονται μεταξύ δύο ίδιων διαδοχικών κόμβων, με αποτέλεσμα να έχουν την ίδια τάση στα άκρα τους. Πρακτικά αυτό σημαίνει ότι όλες οι αντιστάσεις έχουν κοινή αρχή και κοινό τέλος. Στο σχήμα 28 οι αντιστάσεις R_1, R_2, R_3 είναι συνδεδεμένες “παράλληλα”. Τα άκρα Α και Δ της συνδεσμολογίας, που είναι συγχρόνως και τα άκρα των τριών αντιστάσεων, συνδέονται με πηγή συνεχούς τάσης μέσω των αγωγών ΑΚ και ΔΛ μηδενικής αντίστασης.



Σχήμα 28

Για την πολιτική τάση $V_{ΚΛ}$ της πηγής έχουμε: $\boxed{V_{ΚΛ} = V}$

Για τους αγωγούς ΚΑ και ΛΔ έχουμε αντίστοιχα:

$$V_{ΚΑ} = I \cdot R_{ΚΑ} \xrightarrow{R_{ΚΑ}=0} V_Κ - V_Α = I \cdot 0 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow V_Κ - V_Α = 0 \Rightarrow \boxed{V_Κ = V_Α}$$

$$V_{ΔΛ} = I \cdot R_{ΔΛ} \xrightarrow{R_{ΔΛ}=0} V_Δ - V_Λ = I \cdot 0 \Rightarrow V_Δ - V_Λ = 0 \Rightarrow \boxed{V_Δ = V_Λ}$$

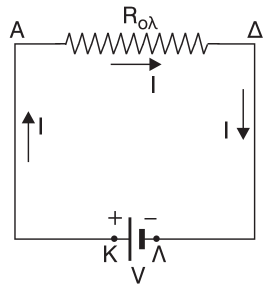
Επομένως έχουμε:

$$V_{K\Lambda} = V \Rightarrow V_K - V_\Lambda = V \xRightarrow[V_\Lambda = V_\Delta]{V_K = V_A} \boxed{\mathbf{V_A - V_\Delta = V}}$$

Αναζητούμε την τιμή $R_{ολ}$ εκείνης της αντίστασης που όταν συνδεθεί στα άκρα της **ίδιας πηγής,** η πηγή να προκαλεί το ίδιο ρεύμα **I** που προκαλεί και στο κύκλωμα με τις αντιστάσεις R_1, R_2, R_3. Τότε λέμε ότι η $R_{ολ}$ αποτελεί την **ισοδύναμη αντίσταση** της συνδεσμολογίας των αντιστάσεων R_1, R_2, R_3. Έτσι παίρνουμε το ισοδύναμο κύκλωμα του σχήματος 29.

Από τον 1ο κανόνα του Kirchhoff στον κόμβο Α του κυκλώματος στο σχήμα 28 έχουμε:

$$\boxed{\mathbf{I = I_1 + I_2 + I_3}} \quad (47)$$



Σχήμα 29

Όμως επειδή: $I_1 = \dfrac{V_{A\Delta}}{R_1}$, $I_2 = \dfrac{V_{A\Delta}}{R_2}$ και $I_3 = \dfrac{V_{A\Delta}}{R_3}$,

η σχέση (47) γίνεται:

$$I = \frac{V_{A\Delta}}{R_1} + \frac{V_{A\Delta}}{R_2} + \frac{V_{A\Delta}}{R_3} \Rightarrow I = V_{A\Delta}\left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3}\right)$$

$$\xRightarrow{V_{A\Delta}=V} \boxed{\mathbf{I = V\left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3}\right)}} \quad (48)$$

Από το κύκλωμα του σχήματος 29 έχουμε:

$$I = \frac{V_{A\Delta}}{R_{ολ}} \xRightarrow{V_{A\Delta}=V} \boxed{\mathbf{I = \frac{V}{R_{ολ}}}} \quad (49)$$

Από τις σχέσεις (48) και (49) προκύπτει ότι:

$$\frac{V}{R_{ολ}} = V\left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3}\right) \xRightarrow{V \neq 0} \boxed{\mathbf{\frac{1}{R_{ολ}} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3}}} \quad (50)$$

Αν έχουμε ν το πλήθος R_1, R_2, ... $R_ν$ αντιστάσεις συνδεδεμένες παράλληλα τότε η ισοδύναμη αντίσταση $R_{ολ}$ θα είναι:

$$\boxed{\mathbf{\frac{1}{R_{ολ}} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} + \dots + \frac{1}{R_ν}}} \quad (51)$$

Συμπέρασμα:

1. Κατά τη σύνδεση αντιστάσεων σε σειρά, η ισοδύναμη αντίσταση είναι πιο μεγάλη και από την μεγαλύτερη των αντιστάσεων.

2. Κατά τη σύνδεση αντιστάσεων παράλληλα, η ισοδύναμη αντίσταση είναι πιο μικρή και από τη μικρότερη των αντιστάσεων.

3.2.6 ΡΥΘΜΙΣΤΙΚΗ (ΜΕΤΑΒΛΗΤΗ) ΑΝΤΙΣΤΑΣΗ

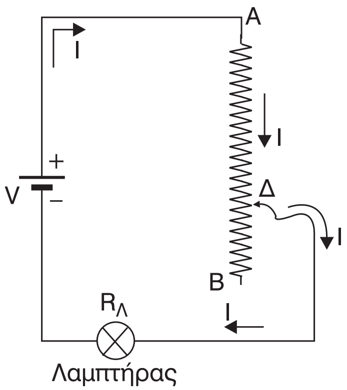
Ρυθμιστική ή μεταβλητή αντίσταση ονομάζεται μια αντίσταση της οποίας η τιμή μπορεί να μεταβάλλεται ανάμεσα σε μία ελάχιστη τιμή, που συνήθως είναι τα 0 Ω, και μία μέγιστη τιμή που εξαρτάται από την αντίσταση.

Στο κύκλωμα του σχήματος 30 ο δρομέας Δ μπορεί να μετακινείται βρισκόμενος σε επαφή με την ρυθμιστική αντίσταση ΑΒ. Αναλόγως τη θέση του δρομέα Δ η τιμή της αντίστασης ΑΒ που συμμετέχει στο κύκλωμα μπορεί να κυμαίνεται από την τιμή 0 (ο Δ στο Α) μέχρι την τιμή:

$$R_{AB} = \rho \frac{(AB)}{S} \quad (\text{ο } \Delta \text{ στο B})$$

Για μια τυχαία θέση του δρομέα έχουμε:

$$R_{A\Delta} = \rho \frac{(A\Delta)}{S}$$



Σχήμα 30

Η ένταση I του ρεύματος που διαρρέει το κύκλωμα, (και τον λαμπτήρα) είναι:

$$\boxed{I = \frac{V}{R_{A\Delta} + R_{\Lambda}}} \qquad (52)$$

Μετακινώντας τον δρομέα μεταβάλλεται το μήκος (ΑΔ) άρα και η αντίσταση $R_{A\Delta}$ οπότε μεταβάλλεται και η ένταση I του ρεύματος (σχέση 52). Η διάταξη που προέκυψε με το συγκεκριμένο τρόπο σύνδεσης της ρυθμιστικής αντίστασης στο κύκλωμα, ονομάζεται **ροοστάτης.**

Με το ροοστάτη παίρνουμε επιθυμητές τιμές έντασης ρεύματος.

Παρατηρούμε, όπως άλλωστε έχει ήδη αναφερθεί, ότι η δυναμική ενέργεια του φορτίου q κατά την κίνησή του (λόγω της δύναμης του ηλεκτρικού πεδίου στο εσωτερικό του αγωγού) από το Α στο Γ, **μειώνεται.**

Όμως η ενέργεια «ούτε δημιουργείται από το μηδέν, ούτε εξαφανίζεται, παρά μόνο, ή μεταφέρεται από ένα σώμα σε κάποιο άλλο, ή μετατρέπεται από μια μορφή σε κάποια άλλη» (Αρχή διατήρησης της ενέργειας).

Επομένως η ηλεκτρική δυναμική ενέργεια που «χάνει» το φορτίο q από το Α στο Γ πρέπει να μετατρέπεται, με τη λειτουργία της συσκευής, σε κάποια άλλη (ή κάποιες άλλες) μορφή ενέργειας.

- Αν η συσκευή είναι **θερμαντική συσκευή ή απλός αντιστάτης** τότε η δυναμική ενέργεια που χάνει το φορτίο q μετατρέπεται **αποκλειστικά σε θερμική ενέργεια**.
- Αν η συσκευή είναι **ηλεκτρικός κινητήρας** (π.χ. ανεμιστήρας) τότε έχουμε μετατροπή **σε θερμική και κινητική ενέργεια**.
- Αν η συσκευή είναι **ηλεκτρολυτική συσκευή** (βολτάμετρο)τότε έχουμε μετατροπή **σε θερμική και χημική ενέργεια**.

Η διαφορά $\mathbf{U_A - U_\Gamma}$ των δυναμικών ενεργειών του φορτίου q μας δίνει την **ηλεκτρική ενέργεια W** ή $\mathbf{E_{\eta\lambda}}$ που απαιτείται για τη λειτουργία της συσκευής. Η ενέργεια αυτή προέρχεται από την πηγή (ή τις πηγές) του κυκλώματος και μεταφέρεται στη συσκευή μέσω του ηλετρικού ρεύματος, γι' αυτό ονομάζεται και **ενέργεια του ηλεκτρικού ρεύματος**. Δηλαδή έχουμε:

$$W = U_A - U_\Gamma = V_A \cdot q - V_\Gamma \cdot q \Rightarrow \boxed{\mathbf{W = (V_A - V_\Gamma)q}}$$

και επειδή $V_A - V_\Gamma = V$ είναι η τάση στα άκρα της συσκευής και $q = It$, τελικά παίρνουμε:

$$\boxed{\mathbf{W = V \cdot I \cdot t = E_{\eta\lambda}}} \qquad (53)$$

Η σχέση (53) μας δίνει την ηλεκτρική ενέργεια W ή $E_{\eta\lambda}$ που καταναλώνεται σε χρόνο t πάνω σε μια ηλεκτρική συσκευή **μόνο αν** η συσκευή διαρρέεται **από συνεχές ηλεκτρικό ρεύμα σταθερής έντασης**.

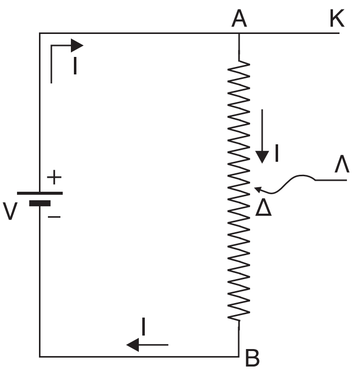
Σχόλιο:

Τι γίνεται όμως στην περίπτωση που θέλουμε να υπολογίσουμε, θεωρητικά, την ηλεκτρική ενέργεια που καταναλώνεται, σε χρόνο t, πάνω σε μια συσκευή που διαρρέεται από ρεύμα μεταβλητής έντασης;

Στο κύκλωμα του σχήματος 31 ο δρομέας Δ μπορεί να μετακινείται πάνω στη ρυθμιστική αντίσταση ΑΒ της οποίας, τώρα, και τα δύο άκρα (Α και Β) είναι συνδεδεμένα στο κύκλωμα. Μετακινώντας το δρομέα μεταβάλλεται το μήκος (ΑΔ) και η τιμή της αντίστασης $R_{ΑΔ}$ ($R_{ΑΔ}= ρ\,\frac{(ΑΔ)}{S}$).

Έτσι μεταβάλλεται και η τιμή της τάσης $V_{ΑΔ}$ η οποία ισούται με την τάση $V_{ΚΛ}$.

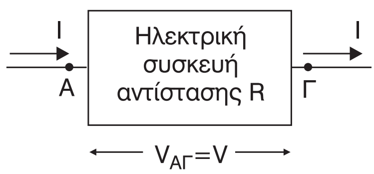
Η διάταξη που προέκυψε με το συγκεκριμένο τρόπο σύνδεσης της ρυθμιστικής αντίστασης στο κύκλωμα, ονομάζεται **ποτενσιόμετρο ή διαιρέτης τάσης.**



Σχήμα 31

3.2.7 ΕΝΕΡΓΕΙΑ ΚΑΙ ΙΣΧΥΣ ΤΟΥ ΗΛΕΚΤΡΙΚΟΥ ΡΕΥΜΑΤΟΣ

Έστω η ηλεκτρική συσκευή του σχήματος 32 παρεμβάλλεται στα σημεία Α και Γ ενός κλάδου ηλεκτρικού κυκλώματος. Η ηλεκτρική συσκευή έχει εσωτερική αντίσταση, έστω R, λόγω των αγωγών που έχει στο εσωτερικό της. Εξετάζουμε την περίπτωση που η συσκευή διαρρέεται από **συνεχές ρεύμα σταθερής έντασης** έστω **I.**



Σχήμα 32

Αν σε χρόνο t υποθέσουμε ότι μετακινήθηκε φορτίο q μέσω της συσκευής από το Α στο Γ, ισχύει:

$$I = \frac{q}{t} \Rightarrow \boxed{q = I \cdot t}$$

Η ηλεκτρική δυναμική ενέργεια του φορτίου q στα σημεία Α και Γ αντίστοιχα είναι:

$$\boxed{U_A = V_A \cdot q} \quad \boxed{U_Γ = V_Γ \cdot q}$$

όπου V_A, $V_Γ$ το δυναμικό στα σημεία Α και Γ αντίστοιχα. Επειδή το φορτίο q που κινείται από το Α στο Γ θεωρούμε ότι είναι θετικό (η φορά του ρεύματος είναι η συμβατική φορά) θα ισχύει:

$$V_A > V_Γ \overset{q>0}{\Longrightarrow} V_A \cdot q > V_Γ \cdot q \Rightarrow \boxed{U_A > U_Γ}$$

κτρική ενέργεια ανά μονάδα χρόνου καταναλώνεται στον αντιστάτη τόση ακριβώς θερμότητα ανά μονάδα χρόνου αποβάλλεται από αυτόν. Έτσι η θερμοκρασία του αγωγού σταθεροποιείται στην θερμοκρασία ισορροπίας.

Η θερμότητα που αποβάλλεται από τον αντιστάτη όταν αυτός βρίσκεται σε σταθερή θερμοκρασία ονομάζεται **θερμότητα Joule**.

Αν η σταθερή αυτή θερμοκρασία θέλουμε να είναι μικρότερη από την οριακή θερμοκρασία εννοείται πως θα πρέπει με κάποιο τρόπο να την διατηρούμε εμείς σταθερή. Έτσι πετυχαίνουμε πάλι αυτό που συμβαίνει και στην οριακή θερμοκρασία, δηλαδή, όλη η ηλεκτρική ενέργεια, ανά μονάδα χρόνου, να μετατρέπεται σε θερμότητα που αποβάλλεται από τον αντιστάτη.

Προσοχή:
Οι έννοιες θερμική ενέργεια και θερμότητα ΔΕΝ ταυτίζονται.

Θερμική ενέργεια είναι το μέρος της εσωτερικής ενέργειας ενός σώματος που ισούται με το άθροισμα των κινητικών ενεργειών των δομικών λίθων του σώματος.

Αύξηση της θερμικής ενέργειας προκαλεί αύξηση της κινητικής ενέργειας των δομικών λίθων (μορίων) και συνεπώς αύξηση της θερμοκρασίας του σώματος.

Θερμότητα είναι το ποσό ενέργειας που μεταφέρεται από ένα θερμό σ' ένα ψυχρό σώμα όταν αυτά βρεθούν σε θερμική επαφή. Ροή θερμότητας (αυθόρμητη) μεταξύ δύο σωμάτων ίδιας θερμοκρασίας δεν υφίσταται.

Μετά από σειρά πειραματικών μετρήσεων, για τη θερμότητα που αποβάλλεται από έναν αντιστάτη που διαρρέεται από ρεύμα, ο James Prescot Joule διατύπωσε τον εξής νόμο που είναι γνωστός ως **νόμος του Joule:**

«Το ποσό θερμότητας Q που εκλύεται σ' ένα μεταλλικό αγωγό (αντιστάτη) σταθερής θερμοκρασίας ο οποίος διαρρέεται από συνεχές ρεύμα σταθερής έντασης, είναι ανάλογο του τετραγώνου της έντασης I του ρεύματος, ανάλογο της αντίστασης R του αγωγού και ανάλογο του χρόνου t για τον οποίο ο αγωγός διαρρέεται από ρεύμα. Δηλαδή:

$$\boxed{Q = I^2 R \cdot t} \qquad \textbf{(57)»}$$

Χωρίζουμε, νοητά, το χρόνο t (χρονική διάρκεια), σε πολύ μεγάλο πλήθος στοιχειωδών χρονικών διαστημάτων dt ($dt \to 0$). Για κάθε τέτοιο στοιχειώδες χρονικό διάστημα μπορούμε να θεωρήσουμε τα V, I σταθερά και να υπολογίσουμε το στοιχειώδες ποσό dW ηλεκτρικής ενέργειας που καταναλώνεται στη συσκευή σε στοιχειώδη χρόνο dt. Έτσι έχουμε:

$$dW_1 = V_1 \cdot I_1 dt_1,\ dW_2 = V_2 \cdot I_2 dt_2,\ ....,\ dW_N = V_N = I_N dt_N$$

Αθροίζοντας όλα τα στοιχειώδη ποσά dW ηλεκτρικής ενέργειας βρίσκουμε την ηλεκτρική ενέργεια W για το χρονικό διάστημα t, που μας ενδιαφέρει. Έτσι έχουμε:

$$W = dW_1 + dW_2 + ... + dW_N \Rightarrow$$

$$\boxed{\mathbf{W = V_1 \cdot I_1 dt + V_2 I_2 dt + ... + V_N I_N dt_N}} \qquad (54)$$

ή αλλιώς

$$\boxed{\mathbf{W = \Sigma(Vidt)}} \qquad (55),$$

όπου Σ(V·I·dt) είναι το άθροισμα

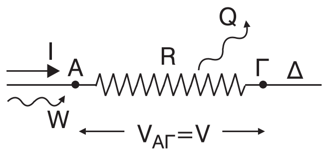
$$\boxed{\mathbf{\Sigma(VIdt) = V_1 I_1 dt_1 + V_2 I_2 dt_2 + ... + V_N I_N dt}} \qquad (56)$$

Παρατήρηση:

Ο υπολογισμός της ηλεκτρικής ενέργειας W με τη σχέση (55) γίνεται με τη χρήση ανώτερων μαθηματικών (ολοκληρωμάτων) κάτι που ξεφεύγει από την ύλη και τους σκοπούς της Β' Λυκείου. Οπότε θα ασχοληθούμε μόνο με τις περιπτώσεις που ***I = σταθερό****.*

- Όπως έχουμε αναφέρει, σε έναν **αντιστάτη** ή σε μια **θερμαντική συσκευή**, όλη η ηλεκτρική ενέργεια μετατρέπεται αποκλειστικά σε **θερμική ενέργεια**. Αυτό οφείλεται στις συγκρούσεις των ελεύθερων ηλεκτρονίων με τα κατιόντα του μεταλλικού πλέγματος (φαινόμενου Joule) και έχει ως αποτέλεσμα την **αύξηση** της θερμοκρασίας του αντιστάτη. Λόγω διαφοράς θερμοκρασίας μεταξύ του αντιστάτη και του περιβάλλοντος λαμβάνει χώρα ροή **θερμότητας** από τον αντιστάτη προς το περιβάλλον. Στην αρχή η αποβολή θερμότητας από τον αντιστάτη είναι μικρή επειδή το μεγαλύτερο μέρος της ηλεκτρικής ενέργειας μετατρέπεται σε θερμική ενέργεια στον αντιστάτη που προκαλεί αύξηση στη θερμοκρασία του, και το υπόλοιπο αποβάλλεται (ακτινοβολείται) ως θερμότητα στο περιβάλλον. Όταν όμως η θερμοκρασία του αντιστάτη φτάσει σε μια ορισμένη τιμή, που ονομάζεται **θερμοκρασία ισορροπίας** ή **οριακή θερμοκρασία** του αντιστάτη, τότε, όση ηλε-

- Έστω ότι διαθέτουμε αντιστάτη (ή θερμαντική συσκευή) σταθερής θερμοκρασίας και αντίστασης R, ο οποίος διαρρέεται από σταθερό ρεύμα έντασης I, σταθερής θερμοκρασίας. Αν V η τάση στα άκρα του αγωγού, W η ηλεκτρική ενέργεια που προσφέρεται στον αγωγό σε χρόνο t και Q η θερμότητα που εκλύεται στον ίδιο χρόνο, έχουμε:

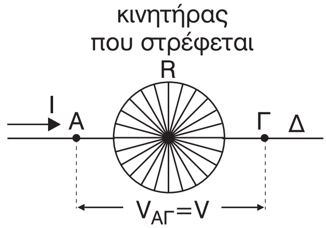


Σχήμα 33

$$W = Q \Rightarrow VIt = I^2R \cdot t \overset{It\neq 0}{\Rightarrow} V = I \cdot R \Rightarrow \boxed{I = \frac{V}{R}}$$

Δηλαδή ισχύει, όπως ήδη αναφέραμε, ο νόμος του Ohm.

- Έστω ότι διαθέτουμε ηλεκτρικό κινητήρα εσωτερικής αντίστασης R, ο οποίος διαρρέεται από σταθερό ρεύμα έντασης I, διατηρώντας σταθερή τη θερμοκρασία. Αν V η τάση στα άκρα του κινητήρα, και W η ηλεκτρική ενέργεια που προσφέρεται στον κινητήρα σε χρόνο t, διακρίνουμε τις περιπτώσεις:



Σχήμα 34

α. ο κινητήρας στρέφεται:

Αν Q η θερμότητα που εκλύεται στην αντίσταση R σε χρόνο t και $E_μ$ η μηχανική (κινητική) ενέργεια που αποκτά ο κινητήρας, με βάση την Α.Δ.Ε., έχουμε:

$$W = Q + E_μ \Rightarrow Vit = I^2R \cdot t + E_μ \overset{It\neq 0}{\Rightarrow} \boxed{V = IR + \frac{E_μ}{It}} \quad (58)$$

Από τη σχέση 58 φαίνεται ότι:

$$V > IR \quad \Rightarrow \quad \boxed{I < \frac{V}{R}}$$

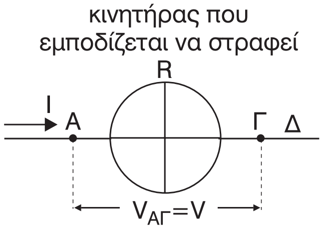
δηλαδή **σε έναν κινητήρα που στρέφεται δεν ισχύει ο νόμος του Ohm.** Το πηλίκο $\frac{E_μ}{I \cdot t}$ ονομάζεται **αντιηλεκτρεγερτική δύναμη του κινητήρα.**

β. ο κινητήρας εμποδίζεται να στραφεί.

Στην περίπτωση αυτή όλη η ηλεκτρική ενέργεια μετατρέπεται σε θερμότητα (αφού ο κινητήρας δεν στρέφεται δεν εμφανίζεται μηχανική ενέργεια). Έτσι έχουμε:

$$W = Q \Rightarrow VI \cdot t = I^2 \cdot Rt \overset{It \neq 0}{\Rightarrow}$$

$$V = IR \quad \Rightarrow \quad \boxed{I = \frac{V}{R}}$$



Σχήμα 35

δηλαδή **σε έναν κινητήρα που εμποδίζεται να στραφεί ισχύει ο νόμος του Ohm.**

Συμπέρασμα:

Αν σε μια ηλεκτρική συσκευή ισχύει ο νόμος του Ohm τότε όλη η ηλεκτρική ενέργεια μετατρέπεται αποκλειστικά σε θερμότητα. Αντίστροφα: Αν σε μια ηλεκτρική συσκευή όλη η ηλεκτρική ενέργεια μετατρέπεται αποκλειστικά σε θερμότητα τότε στη συσκευή αυτή ισχύει ο νόμος του Ohm.

Η θερμότητα που αναπτύσσεται πάνω σε μια οποιαδήποτε αντίσταση, είτε αντίσταση, είτε θερμαντικής συσκευής, είτε ηλεκτρικού κινητήρα, δίνεται από το νόμο του Joule ($Q = I^2Rt$), αρκεί η ένταση του ρεύματος I και η θερμοκρασία (επομένως η αντίσταση R) να είναι σταθερές για όλη τη χρονική διάρκεια t που μας ενδιαφέρει.

Προσοχή:

Για τις περιπτώσεις ηλεκτρικών συσκευών που ισχύει ο νόμος του Ohm η θερμότητα Joule γίνεται:

$$Q = I^2Rt \overset{I=\frac{V}{R}}{\Rightarrow} Q = \frac{V^2}{R^2} R \cdot t \Rightarrow \boxed{Q = \frac{V^2}{R} \cdot t} \qquad (61)$$

Σχόλιο:

Τι γίνεται όμως στην περίπτωση που η θερμοκρασία άρα και η αντίσταση R παραμένει μεν σταθερή αλλά μεταβάλλεται η ένταση του ρεύματος;

Εφαρμόζουμε την ίδια μέθοδο που χρησιμοποιήσαμε για τον υπολογισμό της ηλεκτρικής ενέργειας που καταναλώνεται, σε χρόνο t, πάνω σε μια συσκευή που διαρρέεται από ρεύμα μεταβλητής έντασης και καταλήγουμε σε μια σχέση παρόμοια με τη σχέση (55) που είναι η εξής:

$$\boxed{Q = \Sigma(I^2Rdt)} \quad (59) \text{ ή αλλιώς } \quad \boxed{Q = R\Sigma(I^2dt)} \quad (60)$$

ΙΣΧΥΣ ΤΟΥ ΗΛΕΚΤΡΙΚΟΥ ΡΕΥΜΑΤΟΣ Η ΗΛΕΚΤΡΙΚΗ ΙΣΧΥΣ

«Ισχύς P του ηλεκτρικού ρεύματος (ή ηλεκτρική ισχύς) ονομάζεται το μονόμετρο φυσικό μέγεθος που ισούται με το πηλίκο· της στοιχειώδους ηλεκτρικής ενέργειας dW που προσφέρει το ρεύμα σε στοιχειώδη χρόνο dt (dt - 0), προς το χρόνο αυτό.

Δηλαδή: $$P = \frac{dW}{dt} \qquad (62)$$

Το πηλίκο $\frac{dW}{dt}$ **εκφράζει το ρυθμό προσφοράς ηλεκτρικής ενέργειας** και αναφέρεται σε κάθε χρονική στιγμή ξεχωριστά. Δηλαδή, εκφράζει **το στιγμιαίο ρυθμό προσφοράς ηλεκτρικής ενέργειας.** Γι' αυτό και η ισχύς $P = \frac{dW}{dt}$ ονομάζεται και **στιγμιαία ισχύς** του ηλεκτρικού ρεύματος.

Αν η χρονική διάρκεια στην οποία αναφερόμαστε δεν τείνει στο μηδέν τότε το πηλίκο της προσφερόμενης ηλεκτρικής ενέργειας W προς τη χρονική διαρκεια t $\left(\frac{W}{t}\right)$ εκφράζει το **μέσο ρυθμό** (μέση τιμή) **προσφοράς ηλεκτρικής ενέργειας** και η αντίστοιχη ισχύς $P = \frac{W}{t}$ ονομάζεται **μέση ισχύς του ηλεκτρικού ρεύματος.**

Αν $\frac{dW}{dt}$ = σταθ. τότε $\frac{dW}{dt} = \frac{W}{t}$ ή αλλιώς $P = \overline{P}$.

Για την περίπτωση αυτή μπορούμε να πούμε ότι:

«Ισχύς P του ηλεκτρικού ρεύματος (ή ηλεκτρική ισχύς) ονομάζεται και το μονόμετρο φυσικό μέγεθος που ισούται με το πηλίκο της ηλεκτρικής ενέργειας W, που προσφέρει με σταθερό ρυθμό, το ηλεκτρικό ρεύμα σε χρόνο t, προς το χρόνο αυτό.

Δηλαδή $$P = \frac{W}{t} \qquad (63)$$

Μονάδα μέτρησης της ισχύος στο SI είναι το 1W (1 Watt). Από τη σχέση (63) προκύπτει ότι 1W = 1 J/s και ορίζεται ως εξής:

Η ηλεκτρική ισχύς είναι ίση με 1 W αν σε κάθε 1s η προσφερόμενη ηλεκτρική ενέργεια είναι ίση με 1 J.

Με βάση την εξίσωση ορισμού $P = \frac{dW}{dt}$ της στιγμιαίας ισχύος επειδή dt - 0 ισχύει πάντα $dW = V \cdot I \cdot dt$ (64) ακόμη και αν τα V, I μεταβάλλονται αφού για τη στοιχειώδη χρονική διάρκεια dt μπορούν να θεωρηθούν σταθερά.

Αν, τώρα, η τάση στα άκρα μιας ηλεκτρικής συσκευής είναι κάποια στιγμή V και η ένταση του ρεύματος που διαρρέει τη συσκευή εκείνη τη στιγμή είναι I, τότε, η προσφερόμενη ηλεκτρική ισχύς, την ίδια στιγμή, στη συσκευή είναι:

$$P = \frac{dW}{dt} \Rightarrow p = \frac{VIdt}{dt} \Rightarrow P = V \cdot I \quad (65).$$

Η σχέση (65) μας δίνει **πάντα** και για οποιαδήποτε ηλεκτρική συσκευή την στιγμιαία ηλεκτρική ισχύ που προσφέρονται στη συσκευή (ανεξάρτητα από το αν τα V, I είναι σταθερά ή όχι).

Για τη περίπτωση που τα V, I είναι σταθερά, οπότε P = σταθερό, τότε η σχέση (65), όπως εξηγήσαμε, μας δίνει και τη μέση προσφερόμενη ηλεκτρική ισχύ $\overline{P}$. Αντίστοιχα, η θερμική ισχύς PR που αναπτύσσεται σε μια αντίσταση λόγω φαινομένου Joule είναι:

$$P_R = \frac{dQ}{dt} \Rightarrow P_R = \frac{I^2 \cdot Rdt}{dt} \Rightarrow \boxed{\mathbf{P_R = I^2R}} \quad (66)$$

Η σχέση (65) μας δίνει πάντα και για οποιαδήποτε αντίσταση (είτε αντιστάτη, είτε ηλεκτρικής συσκευής) την στιγμιαία θερμική ισχύ που αναπτύσσεται πάνω στην αντίσταση.

Προσοχή: Για τις περιπτώσεις ηλεκτρικών συσκευών που ισχύει ο νόμος του Ohm η θερμική ισχύς γίνεται:

$$P_R = I^2R \xRightarrow{I = \frac{V}{R}} P_R = \frac{V^2}{R_2} R \Rightarrow \boxed{\mathbf{P_R = \frac{V^2}{R}}} (67)$$

Έστω σε μια ηλεκτρική συσκευή προσφέρεται σταθερή ηλεκτρική ισχύ ίση με 1 W. Οπότε και η ισχύς που καταναλώνει η συσκευή θα είναι επίσης 1W. Αν η συσκευή λειτουργεί για χρόνο 1h τότε η ηλεκτρική ενέργεια W που καταναλώνει η συσκευή είναι:

$$P = \frac{W}{t} \Rightarrow \boxed{\mathbf{W = P \cdot t}} \quad (68)$$

και με αντικατάσταση προκύπτει

$$W = 1 \cdot W \cdot 1 \cdot h \Rightarrow W = 1 \text{ Wh}.$$

Η 1 Wh (1 βατώρα) είναι άλλη μία μονάδα μέτρησης της ενέργειας, όχι στο SI, (στο SI η ενέργεια μετριέται σε J) και ορίζεται ως εξής:

«Η ενέργεια που καταναλώνει μια συσκευή είναι ίση μ ε 1 Wh αν η ισχύς που καταναλώνει είναι ίση με 1 W και λειτουργεί για χρόνο ίσο με 1h».

Ισχύει 1 Wh = 1W · 1 h = 1 W · 3600 s = 3600W · s = 3600 J

Μια άλλη μονάδα μέτρησης ενέργειας είναι η 1KWh (1 κιλοβατώρα) και ορίζεται ως εξής:

«Η ενέργεια που καταναλώνει μια συσκευή είναι ίση με 1 KWh αν η ισχύς που καταναλώνει είναι ίση με 1 KW (1KW = 103W) και λειτουργεί για χρόνο ίσο με 1h».

Ισχύει 1 kWh = 1kW · 1 h = 10^3 W · 3600 s = 36 · 10^5 Ws = 36 · 10^5 J

Εφαρμογές του φαινομένου Joule

α) Υπάρχουν πολλές ηλεκτρικές συσκευές, ήδη έχουν αναφερθεί μερικές, στις οποίες βρίσκει εφαρμογή το φαινόμενο Joule, δηλαδή το φαινόμενο κατά το οποίο ένας μεταλλικός αγωγός εκλύει θερμότητα στο περιβάλλον του όταν διαρρέεται από ηλεκτρικό ρεύμα. Τέτοιες συσκευές είναι:
ο ηλεκτρικός λαμπτήρας πυρακτώσεως, η ηλεκτρική θερμάστρα, ο ηλεκτρικός θερμοσίφωνας, ο ηλεκτρικός βραστήρας, η τοστιέρα, η ηλεκτρική κουζίνα, το ηλεκτρικό σίδερο κλπ.

β) Μια άλλη εφαρμογή του φαινομένου Joule είναι αυτή που βρίσκει στις ηλεκτρικές ασφάλειες οι οποίες χρησιμοποιούνται συνδεόμενες σε σειρά για να προστατεύουν τα διάφορα κυκλώματα.

γ) Επίσης το φαινόμενο Joule εμφανίζεται στην περίπτωση του βραχυκυκλώματος.

«Με τον όρο βραχυκύκλωμα εννοούμε τη σύνδεση δύο σημείων ενός κυκλώματος με αγωγό αμελητέας αντίστασης».

Στοιχεία (ενδείξεις) κανονικής λειτουργίας συσκευής

Σε όλες τις ηλεκτρικές συσκευές αναγράφονται (ή πρέπει να αναγράφονται) από τον κατασκευαστή μία χαρακτηριστική τιμή τάσης (έστω V_K) και μία χαρακτηριστική τιμή ισχύος (έστω P_K) που ονομάζονται στοιχεία κανονικής λειτουργίας της συσκευής.

Η τάση V_K ονομάζεται τάση κανονικής λειτουργίας και η ισχύς P_K ονομάζεται ισχύς κανονικής λειτουργίας της συσκευής.

Για παράδειγμα, σε κάποιο κλιματιστικό μηχάνημα αναγράφονται οι ενδείξεις «220V, 2200W». Αυτό σημαίνει ότι: $V_K = 220$ V και $P_K = 2200$W. Τι συμπεραίνουμε όμως από τα στοιχεία κανονικής λειτουργίας;

α) Για να λειτουργεί η συσκευή κανονικά πρέπει η τάση στα άκρα της να είναι ίση με V_K. Τότε, η ηλεκτρική ισχύς που καταναλώνει είναι ίση με P_K.

β) Αν η συσκευή συνδεθεί σε τάση μικρότερη από V_K ή δεν θα λειτουργεί καθόλου ή θα υπολειτουργεί, ενώ, αν συνδεθεί σε τάση μεγαλύτερη από V_K υπάρχει κίνδυνος να καταστραφεί.

γ) Αν I_K το ρεύμα που διαρρέει τη συσκευή όταν αυτή λειτουργεί κανονικά 9ρεύμα κανονικής λειτουργίας) έχουμε

$$P_K = V_K \cdot I_K \Rightarrow \boxed{I_K = \frac{P_K}{V_K}} \qquad (68)$$

Το ρεύμα κανονικής λειτουργίας, όπως και η τάση V_K ή η ισχύς P_K, μπορεί να χρησιμοποιηθεί ως κριτήριο για το αν μια συσκευή που είναι συνδεδεμένη σε κάποιο κύκλωμα λειτουργεί κανονικά ή όχι.

δ) Αν η συσκευή είναι θερμαντική (ή θερμική) τότε όλη η ηλεκτρική ενέργεια μετατρέπεται αποκλειστικά σε θερμότητα οπότε για τη συσκευή θα ισχύει ο νόμος του Ohm. Επομένως μπορούμε να υπολογίσουμε την αντίσταση, έστω $R_Σ$, από τη σχέση:

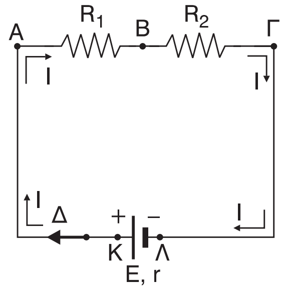
$$\boxed{R_Σ = \frac{V_K}{I_K}} \qquad (69)$$

Αν όμως η συσκευή δεν είναι θερμαντική τότε η σχέση (69) δεν ισχύει (π.χ. σε ηλεκτρικό ψυγείο) γι' αυτό συνήθως η τιμή της αντίστασης της συσκευής αναγράφεται ξεχωριστά πάνω στη συσκευή από τον κατασκευαστή.

3.2.8. Ηλεκτρεγερτικη δυναμη (ΗΕΔ) πηγησ

ΚΑΙ

3.2.9. Νομοσ του Οημ για κλειστο κυκλωμα.



Σχήμα 36

Στο κύκλωμα του σχήματος 36 περιλαμβάνονται μία πηγή συνεχούς τάσης και δύο αντιστάσεις R_1, R_2 έστω συνδεδεμένες σε σειρά. Κλείνοντας το διακόπτη Δ αρχίζει το κύκλωμα να διαρρέεται από ρεύμα έντασης **I**. Τα ηλεκτρικά φορτία κινούνται μέσω των αντιστάσεων R_1 και R_2 με κατεύθυνση από τον θετικό πόλο Κ προς τον αρνητικό πόλο Λ της πηγής. Προφανώς φτάνοντας τα φορτία στον αρνητικό πόλο συνεχίζουν την προσανατολισμένη κίνησή τους και στο εσωτερικό της πηγής αλλιώς θα είχαμε συσσώρευση φορτίων στους δύο πόλους κάτι το οποίο βέβαια δεν παρατηρείται (αλλιώς θα είχαμε μηδενισμό του ρεύματος αφού η πηγή θα λειτουργούσε ως πυκνωτής).

Τα ηλεκτρικά φορτία κινούμενα προσανατολισμένα στο αγώγιμο υλικό που βρίσκεται στο εσωτερικό της πηγής συναντούν προφανώς κάποια δυσκολία. Γι' αυτό άλλωστε όταν μια πηγή διαρρέεται από ρεύμα παρατηρούμε ότι θερμαίνεται. Λέμε λοιπόν ότι στο εσωτερικό της πηγής υπάρχει **αντίσταση** που ονομάζεται **εσωτερική αντίσταση της πηγής,** συμβολίζεται με **r** και μετριέται στο SI σε Ω. Επομένως η ηλεκτρική πηγή πρέπει να προσφέρει ηλεκτρική ενέργεια, έστω W, σε κάποιο χρόνο t ώστε φορτίο q να κινηθεί στο χρόνο t τόσο στο «εξωτερικό μέρος» του κυκλώματος (ΚΑΒΓΛ) όσο και στο εσωτερικό της πηγής. Έτσι:

«Ονομάζουμε ηλεκτρεγερτική δύναμη (ΗΕΔ) Ε μιας πηγής, το μονόμετρο φυσικό μέγεθος που ισούται με το πηλίκο της ηλεκτρικής ενέργειας W που προσφέρει η πηγής το κύκλωμα μέσα σε κάποιο χρόνο, προς το φορτίο q που μετακινείται στο κύκλωμα, στον ίδιο χρόνο. Δηλαδή:

$$E = \frac{W}{q} \text{ « (70)}$$

Μπορούμε λοιπόν να πούμε ότι η ηλεκτρεγερτική δύναμη μιας πηγής **εκφράζει την ηλεκτρική ενέργεια ανά μονάδα ηλεκτρικού φορτίου** που προσφέρει η πηγή στο κύκλωμα.

Μονάδα μέτρησης της ΗΕΔ Ε στο SI είναι το 1 V.

Από τη σχέση 70 προκύπτει: $1V = \frac{1J}{C}$.

Αν P είναι η σταθερή ηλεκτρική ισχύς που παρέχει η πηγή στο κύκλωμα και I η σταθερή ένταση του ρεύματος που διαρρέει την πηγή τότε σε χρόνο t έχουμε:

$W = P \cdot t$ και $q = I \cdot t$. Οπότε η σχέση 70 γίνεται:

$$E = \frac{W}{q} = \frac{P \cdot t}{It} \Rightarrow E = \frac{P}{I} = \text{σταθερό}.$$

Έτσι για την ΗΕΔ μια πηγής μπορούμε να δώσουμε και τον εξής δεύτερο ορισμό:

«Ηλεκτρεγερτική δύναμη (ΗΕΔ) Ε μιας πηγής ονομάζεται το μονόμετρο φυσικό μέγεθος που ισούται με το σταθερό πηλίκο της ηλεκτρικής ισχύος P που δίνει η πηγή στο κύκλωμα, προς την ένταση I του ρεύματος που διαρρέει την πηγή. Δηλαδή:

$$\mathbf{E = \frac{P}{I} = \text{σταθερό}} \quad \mathbf{(71)}$$

Η **ΗΕΔ Ε** και η **εσωτερική αντίσταση r** αποτελούν σταθερά μεγέθη **χαρακτηριστικά** για κάθε πηγή. Αποτελούν δηλαδή τα «στοιχεία ταυτότητας» μιας πηγής και είναι ανεξάρτητα από το κύκλωμα στο οποίο μπορεί να συνδεθεί η πηγή.

Από τη σχέση 71 προκύπτει: $E = \frac{P}{I} \Rightarrow \boxed{P = E \cdot I}$ (72)

Οπότε, η ηλεκτρική ενέργεια W που δίνει η πηγή στο κύκλωμα σε χρόνο t θα είναι:

$$W = P \cdot t \Rightarrow \boxed{W = E \cdot I \cdot t} \quad (73)$$

(Εννοείται ότι I = σταθερό).

Στο κύκλωμα του σχήματος 36 έχουμε:

$\mathbf{W = E \cdot I \cdot t}$	η ηλεκτρική ενέργεια που δίνει η πηγή σε όλο το κύκλωμα μέσα σε χρόνο t,
$\mathbf{Q_{R1} = I^2 R_1 t}$	η θερμότητα που αναπτύσσεται στην αντίσταση R_1 σε χρόνο t,
$\mathbf{Q_{R2} = I^2 R2 \cdot t}$	η θερμότητα που αναπτύσσεται στην αντίσταση R_2 σε χρόνο t,
$\mathbf{Q_r = I^2 r \cdot t}$	η θερμότητα που αναπτύσσεται στην εσωτερική αντίσταση r της πηγής σε χρόνο t,
$\mathbf{R_{εξ} = R_1 + R_2}$	η ισοδύναμη αντίσταση του εξωτερικού κυκλώματος,
$\mathbf{Rολ = Rεξ + r}$	η ισοδύναμη αντίσταση όλου του κυκλώματος.

Με βάση την αρχή διατήρησης της ενέργειας έχουμε:

$$W = Q_{R1} + W_{R2} + Q_r \Rightarrow E \cdot I \cdot t = I^2 \cdot R_1 \cdot t + I^2 R_2 \cdot t + I^2 \cdot r \cdot t \Rightarrow$$

$$\Rightarrow E = I_{R1} + I_{R2} + I \cdot r \Rightarrow E = I\,(R_1 + R_2) + I \cdot r \Rightarrow E = I \cdot R_{\varepsilon\xi} + I \cdot r \Rightarrow$$

$$\Rightarrow E = I\,(R_{\varepsilon\xi} + r) \Rightarrow E = I \cdot R_{o\lambda} \Rightarrow I = \frac{E}{R_{o\lambda}}.$$

Η σχέση αυτή αναφέρεται στο **νόμο του Ohm για κλειστό κύκλωμα** ο οποίος διατυπώνεται ως εξής:

Σε κάθε κλειστό κύκλωμα που περιλαμβάνει μία πηγή και στο εξωτερικό του μέρος μόνο ωμικές αντιστάσεις (ή και Θερμαντικές συσκευές), η ένταση I του ρεύματος που διαρρέει την πηγή είναι ίση με το πηλίκο της ΗΕΔ E της πηγής προς την ισοδύναμη (ολική) αντίσταση Rολ όλου του κυκλώματος. Δηλαδή:

$$\mathbf{I = \frac{E}{R_{o\lambda}}} \qquad (74)$$

Αναφερόμενοι στο ίδιο κύκλωμα του σχήματος 36 έχουμε:

$V_\Pi = V_K - V_\Lambda = V_A - V_\Gamma$ η ολική τάση της πηγής.

$V_A - V_\Gamma = I \cdot R_{\varepsilon\xi} = I(R_1 + R_2)$ η τάση στα άκρα της συνδεσμολογίας των αντιστάσεων R_1, R_2 του εξωτερικού κυκλώματος.

Από τη σχέση 74 έχουμε:

$$I = \frac{E}{R_{o\lambda}} \Rightarrow E = I \cdot R_{o\lambda} \Rightarrow E = I\,(R_{\varepsilon\xi} + r) \Rightarrow E = I\,R_{\varepsilon\xi} + I \cdot r \xRightarrow{I \cdot R_{\varepsilon\xi} = V_A - V_\Gamma}$$

$$\Rightarrow E = V_A - V_\Gamma + Ir \xRightarrow{V_A - V_\Gamma = V_\Pi} E = V_\Pi + I \cdot r \ (75).$$

Από τη σχέση (75) για την πολική τάση προκύπτει ότι

$$\boxed{\mathbf{V_\Pi = E - I \cdot r}} \qquad (76)$$

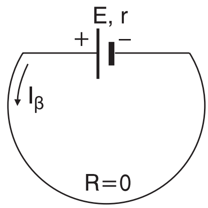
Δηλαδή, γενικά σε μια πηγή που διαρρέεται από ρεύμα η πολική τάση VΠ είναι μικρότερη από την ηλεκτρεγερτική δύναμη E κατά την ποσότητα $I \cdot r$ που ονομάζεται πτώση τάσης στο εσωτερικό της πηγής. Βέβαια για να ισχύει αυτό πρέπει απαραίτητα η πηγή να **προσφέρει** ενέργεια στο κύκλωμα και όχι να καταναλώνει. Όταν στο κύκλωμα υπάρχει μόνο μια πηγή τότε αυτή προσφέρει ενέργεια. Αν όμως το κύκλωμα περιλαμβάνει πολλές πηγές, κάτι με το οποίο δεν θα ασχοληθούμε, υπάρχει περίπτωση μια πηγή να καταναλώνει ενέργεια, οπότε σ’ αυτή την περίπτωση **δεν** ισχύει ησχέση 76.

Από τη σχέση 75 προκύπτει ότι:

αν $I = 0$ (ανοιχτό κύκλωμα) ή $r = 0$ (ιδανική πηγή) τότε $E = V_\Pi$. Δηλαδή:

Η ΗΕΔ Ε μιας πηγής ισούται με την πολική τάση $V_Π$ της πηγής αν η πηγή δεν διαρρέεται από ρεύμα (I = 0) ή αν είναι ιδανική (r = 0).

Ενδιαφέρον παρουσιάζει η περίπτωση κατά την οποία βραχυκυκλώνουμε μια πηγή, δηλαδή συνδέουμε τους πόλους της με αγωγό μηδενικής (R = 0) αντίστασης, όπως φαίνεται στο σχήμα 37. Τότε η πηγή διαρρέεται από ρεύμα $Iβ_ν$ που ονομάζεται ρεύμα βραχυκύκλωσης το οποίο μπορεί να φτάσει σε μεγάλο τιμές και να καταστρέψει την πηγή. Για την πολική τάση $V_Π$ της πηγής ισχύει:



Σχήμα 37

$V_Π = I_β \cdot R_{εξ} \Rightarrow V_Π = 0$ οπότε από τη σχέση 75 έχουμε

$$E = V_Π + I_β \cdot r \Rightarrow E = I_β \cdot r \Rightarrow \boxed{I_β = \frac{E}{r}} \quad (77)$$

Από τη σχέση 76 προκύπτει:

$$V_Π = E - Ir \Rightarrow \boxed{Vπ = -r \cdot I + E} \quad (78)$$

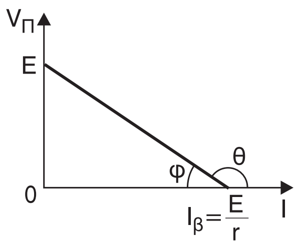
Η γραφική παράσταση VΠ = f(I) αποτελεί την χαρακτηριστική καμπύλη της πηγής. Από τη σχέση (78) φαίνεται ότι είναι της μορφής

$ψ = αχ + β$ με:

$ψ \Rightarrow V_Π$, $χ \Rightarrow I$,

$α \Rightarrow -r$, $β \rightarrow E$.

Οπότε παίρνουμε την ευθεία που φαίνεται στο διάγραμμα του σχήματος 38. Από το διάγραμμα προκύπτει ότι η ευθεία τέμνει τον κατακόρυφο άξονα στο σημείο στο σημείο $V_Π$ = Ε (προκύπτει αν στην σχέση 78 θέσουμε I = 0) και τον οριζόντιο άξονα στο σημείο $I = \frac{E}{r} = I_β$ (προκύπτει αν στη σχέση 78 θέσουμε $V_Π = 0$). Επίσης, για την κλίση της ευθείας έχουμε: εφθ = –r ή εφφ = r (θ+φ = 180˚). Συνοψίζοντας παίρνουμε τις παρακάτω σχέσεις που αναφέρονται σε κλειστό κύκλωμα που περιλαμβάνει μία πηγή με το εξωτερικό μέρος του κυκλώματος να περιέχει ωμικές αντιστάσεις ή και θερμαντικές συσκευές:



Σχήμα 38

$P_E = E \cdot I$ **(79)** η ισχύς που δίνει η πηγή σ’ όλο το κύκλωμα.

$P_{εξ} = V_Π \cdot I$ **(80)** η ισχύς που καταναλώνεται στο εξωτερικό κύκλωμα.

$P_E = P_{εξ} + P_r$ **(82)**

$V_Π = E - I \cdot r$ **(83)** η πολική τάση της πηγής.

$I = \frac{E}{R_{ολ}}$ **(84)** ο νόμος του Ohm σε κλειστό κύκλωμα.

$R_{ολ} = R_{εξ} + r$ **(85)** η ισοδύναμη (ολική) αντίσταση όλου του κυκλώματος.

$W = P_E \cdot t$ **(86)** η ηλεκτρική ενέργεια που δίνει η πηγή σε όλο το κύκλωμα σε χρόνο t.

$W_{εξ} = P_{εξ} \cdot t$ **(87)** η ηλεκτρική ενέργεια που καταναλώνεται στο εξωτερικό μέρος του κυκλώματος σε χρόνο t.

$Q_r = I^2 \cdot r \cdot t$ **(88)** η θερμότητα που αναπτύσσεται στο εσωτερικό της πηγής σε χρόνο t.

$W = W_{εξ} + Q_r$ **(89)**

Οι σχέσεις (79) έως (83) και (85) έως (89) ισχύουν ΠΑΝΤΑ, δηλαδή ακόμη και αν στο εξωτερικό κύκλωμα υπάρχουν συσκευές που δεν είναι θερμαντικές (π.χ. κινητήρας που στρέφεται).

3.2.10. Αποδεκτες

«Αποδέκτες ονομάζονται εκείνες οι ηλεκτρικές συσκευές που μετατρέπουν την ηλεκτρική ενέργεια που τους προσφέρεται, κατά το μικρότερο μέρος σε θερμότητα και κατά το υπόλοιπο και μεγαλύτερο μέρος σε κάποια άλλη μορφή ενέργειας (π.χ. μηχανική ενέργεια)».

Για να μετράμε την «ποιότητα» ενός αποδέκτη, δηλαδή κατά πόσο μετατρέπει την προσφερόμενη ηλεκτρική ενέργεια σε ωφέλιμη προς εμάς ενέργεια χρησιμοποιούμε το συντελεστή απόδοσης ή την απόδοση του αποδέκτη που ορίζονται ως εξής:

Συντελεστής απόδοσης α ενός αποδέκτη ονομάζεται το πηλίκο της ωφέλιμης ισχύος $P_{ωφ}$ που αποδίδει σ’ εμάς ο αποδέκτης προς την δαπανόμενη ισχύ $P_{δαπ}$ που προσφέρουμε σ’ αυτόν. Δηλαδή:

$$α = \frac{P_{ωφ}}{P_{δαπ}} \quad \textbf{(90)}$$

ενώ: απόδοση Α ενός αποδέκτη ονομάζεται το γινόμενο.

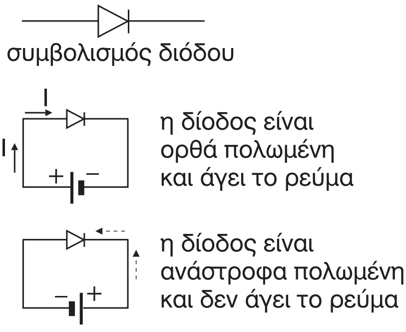
$A = α \cdot 100\% \cdot$ (100).

3.2.11. Διοδος.

Η δίοδος αποτελεί ένα βασικό εξάρτημα ηλεκτρονικών διατάξεων και συσκευών που επιτρέπει, υπό κατάλληλες συνθήκες, τη διέλευση ηλεκτρικού ρεύματος προς μία μόνο κατεύθυνση.

Η δίοδος συμβολίζεται όπως φαίνεται στο σχήμα 39 και όταν η φορά του ρεύματος τείνει να είναι, όπως φαίνεται στο ίδιο σχήμα, με βάση την πολικότητα της πηγής, η δίοδος άγει το ηλεκτρικό ρεύμα και λέμε ότι είναι **ορθά πολωμένη.**

Αν η φορά του ρεύματος τείνει να είναι η αντίθετη τότε η δίοδος δεν άγει το ηλεκτρικό ρεύμα και λέμε ότι είναι **ανάστροφα πολωμένη.** Στην πρώτη περίπτωση λέμε ότι η τάση της πηγής έχει **ορθή φορά** ενώ στη δεύτερη λέμε ότι η τάση έχει **ανάστροφη φορά.**



Σχήμα 39

Οι δίοδοι χρησιμοποιούνται για να προστατεύουν μια ηλεκτρική συσκευή από τυχόν λανθασμένη σύνδεση ή από τυχόν απότομο μηδενισμό (διακοπή) του ρεύματος που διαρρέει τη συσκευή.

ΕΡΩΤΗΣΕΙΣ ΑΝΟΙΚΤΟΥ – ΚΛΕΙΣΤΟΥ ΤΥΠΟΥ

ΕΡΩΤΗΣΕΙΣ ΠΟΛΛΑΠΛΗΣ ΕΠΙΛΟΓΗΣ

Βάλτε σε κύκλο το γράμμα με τη σωστή απάντηση:

1. ***Οι ηλεκτρικές πηγές:***
α. παρέχουν πάντα σταθερή διαφορά δυναμικού.
β. καταναλώνουν πάντα ηλεκτρική ενέργεια.
γ. έχουν σταθερή πολικότητα αν είναι συνεχούς τάσης.
δ. μετατρέπουν την ηλεκτρική ενέργεια σε άλλη μορφή ενέργειας.

2. ***Στις πηγές συνεχούς τάσης:***
α. η πολικότητα είναι σταθερή.
β. η τιμή της τάσης είναι πάντα σταθερή.
γ. η τιμή της τάσης πάντα μεταβάλλεται.
δ. η πολικότητά τους μεταβάλλεται.

3. ***Στις πηγές εναλλασσόμενης τάσης:***
α. η πολικότητα τους μεταβάλλεται.
β. η πολικότητά τους μπορεί να μεταβάλλεται, μπορεί και όχι.
γ. η τάση στο S.I. μετριέται σε J.
δ. οι πόλοι τους βρίσκονται στο ίδιο δυναμικό.

4. ***Το ηλεκτρικό ρεύμα:***
α. είναι το αίτιο και η διαφορά δυναμικού το αποτέλεσμα.
β. είναι η κίνηση των ηλεκτρικών φορτίων σε τυχαίες κατευθύνσεις.
γ. είναι η προσανατολισμένη κίνηση ηλεκτρονίων και όχι άλλων ηλεκτρικών φορτίων.
δ. είναι η προσανατολισμένη κίνηση ηλεκτρικών φορτίων.

5. ***Η πραγματική φορά του ρεύματος:***
α. είναι ίδια με τη συμβατική φορά του ρεύματος.
β. στους μεταλλικούς αγωγούς ταυτίζεται με τη φορά της προσανατολισμένης κίνησης των ηλεκτρονίων.
γ. στους μεταλλικούς αγωγούς ταυτίζεται με τη φορά της θερμικής κίνησης των ηλεκτρονίων.
δ. είναι αντίθετη από τη φορά κίνησης των ηλεκτρονίων.

6. ***Σ' ένα μεταλλικό αγωγό που διαρρέεται από ρεύμα:***
α. η προσανατολισμένη κίνηση των ηλεκτρονίων γίνεται με ταχύτητα, πρακτικά, σταθερού μέτρου της τάξης των mm/s.

β. η προσανατολισμένη κίνηση των ηλεκτρονίων γίνεται με σταθερή επιτάχυνση.
γ. η θερμική κίνηση των ηλεκτρονίων καταργείται.
δ. η θερμική κίνηση των ηλεκτρονίων γίνεται με ταχύτητα της τάξης των mm/s.

7. ***Η αντλία νερού σ' ένα δίκτυο με σωλήνες νερού:***
α. αποτελεί το μηχανικό ανάλογο της ηλεκτρικής πηγής.
β. αποτελεί το υδραυλικό ανάλογο του ηλεκτρικού ρεύματος.
γ. αποτελεί το υδραυλικό ανάλογο της ηλεκτρικής πηγής.
δ. αποτελεί το μηχανικό ανάλογο του ηλεκτρικού ρεύματος.

8. ***Όταν ένας μεταλλικός αγωγός διαρρέεται από ρεύμα:***
α. αυξάνεται η θερμοκρασία του.
β. παρατηρούνται σ' αυτόν φαινόμενα ηλεκτρόλυσης.
γ. μειώνεται η θερμοκρασία του.
δ. δημιουργείται διαφορά δυναμικού στα άκρα του.

9. ***Πάντοτε σ' έναν μεταλλικό αγωγό που διαρρέεται από ρεύμα:***
α. εμφανίζονται μαγνητικά αποτελέσματα.
β. εμφανίζονται χημικά αποτελέσματα.
γ. παρατηρείται μετατροπή μηχανικής ενέργειας σε ηλεκτρική.
δ. παρατηρείται μετατροπή ηλεκτρικής ενέργειας σε θερμότητα.

10. ***Η ένταση του ηλεκτρικού ρεύματος:***
α. μετριέται στο SI σε mA.
β. εκφράζει τον ρυθμό ροής ηλεκτρικής ενέργειας ανά μονάδα χρόνου.
γ. είναι θεμελιώδες και όχι παράγωγο μέγεθος.
δ. έχει νόημα μόνο για μεταλλικούς αγωγούς.

11. ***Η εξίσωση ορισμού της έντασης σταθερού ηλεκτρικού ρεύματος είναι η εξής:***

α. $I = \frac{q}{t}$ β. $I = q \cdot t$

γ. $I = \frac{V}{R}$ δ. $I = V \cdot R$

12. ***Το 1A είναι:***
α. μονάδα μέτρησης φορτίο στο SI.
β. θεμελιώδης μονάδα μέτρησης.
γ. μονάδα μέτρησης τάσης στο SI.
δ. παράγουν μονάδα.

13. ***Όταν ένας μεταλλικός αγωγός διαρρέεται από ρεύμα σταθερής έντασης:***

α. το φορτίο που περνά από μια διατομή του αγωγού είναι αντιστρόφως ανάλογο του χρόνου.

β. η διαφορά δυναμικού στα άκρα του αγωγού μειώνεται.

γ. το φορτίο που περνά από μια διατομή του αγωγού αυξάνεται γραμμικά σε συνάρτηση με το χρόνο.

δ. το φορτίο που περνά από μια διατομή του αγωγού αυξάνεται εκθετικά σε συνάρτηση με το χρόνο.

14. ***Μεταλλικός αγωγός διαρρέεται από ρεύμα σταθερής έντασης 5 A. Αυτό σημαίνει ότι από μια διατομή του αγωγού:***

α. σε κάθε min διέρχεται φορτίο ίσο με 300 C.

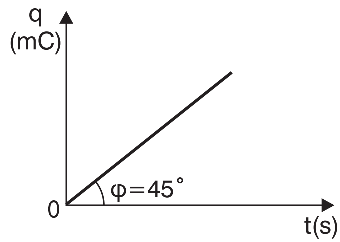
β. σε κάθε min διέρχεται φορτίο ίσο με 5 C.

γ. σε κάθε s διέρχεται φορτίο ίσο με 10 C.

δ. σε κάθε h διέρχεται φορτίο ίσο με 5 C.

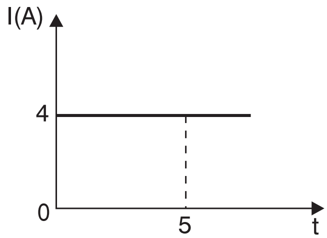
15. ***Με βάση την παρακάτω γραφική παράσταση q = f(t) του φορτίου που διέρχεται από διατομή ενός μεταλλικού αγωγού σε συνάρτηση με το χρόνο, προκύπτει ότι η ένταση του ρεύματος που διαρρέει τον αγωγό είναι:***

α. 1A β. 2A γ. 3A δ. 1 mA



16. ***Με βάση την παρακάτω γραφική παράσταση I = f(t) της έντασης του ρεύματος που διαρρέει έναν αγωγό σε συνάρτηση με το χρόνο, προκύπτει ότι το φορτίο που διέρχεται από μία διατομή του αγωγού στο χρονικό διάστημα από 0 s έως 5 s είναι ίσο με:***

α. 5 C β. 20 C γ. 5 C δ. 0,8 C



17. ***Ιδανικά λέγονται τα αμπερόμετρα:***

α. που οι ενδείξεις τους είναι απόλυτα ακριβείς.

β. που η εσωτερική τους αντίσταση είναι άπειρη.

γ. που η εσωτερική τους αντίσταση είναι ίση με 1 Ω.

δ. που η εσωτερική τους αντίσταση είναι αμελητέα.

18. ***Τα αμπερόμετρα:***

α. συνδέονται σε σειρά κατά μήκος ενός κλάδου όπως και τα βολτόμετρα.

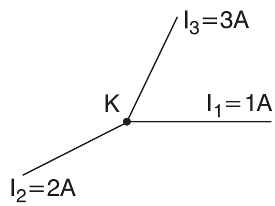
β. λειτουργούν με βάση τα θερμικά ή μαγνητικά αποτελέσματα του ηλεκτρικού ρεύματος.
γ. μετράνε τη διαφορά δυναμικού στα άκρα τους.
δ. μετράνε το φορτίο που διέρχεται από αυτά.

19. ***Τα ιδανικά βολτόμετρα:***
α. συμπεριφέρονται σαν μονωτές.
β. έχουν μηδενική εσωτερική αντίσταση.
γ. έχουν εσωτερική αντίσταση ίση με 100 Ω.
δ. διαρρέονται από ρεύμα μεγάλης έντασης.

20. ***Τα βολτόμετρα μετράνε:***
α. την ένταση του ρεύματος που τα διαρρέει.
β. την αντίσταση ενός αγωγού.
γ. γη διαφορά δυναμικού μεταξύ δύο σημείων ενός κυκλώματος.
δ. είναι πάντα ιδανικά.

21. ***Το ηλεκτρικό ρεύμα:***
α. είναι συνεχές όταν η φορά του είναι σταθερή.
β. είναι συνεχές μόνο αν έχει σταθερή ένταση.
γ. είναι εναλλασσόμενο όταν η φορά του δεν μεταβάλλεται.
δ. είναι εναλλασσόμενο αρκεί η έντασή του να μεταβάλλεται.

22. ***Για τον κόμβο Κ του σχήματος μπορούμε να πούμε ότι:***
α. σίγουρα τα I_1, I_2 φτάνουν στον κόμβο ενώ το I_3 απομακρύνεται από αυτόν.
β. αν το I_1 απομακρύνεται από τον κόμβο τότε το I_3 φτάνει σ' αυτόν.
γ. αν το Ι φτάνει στον κόμβο τότε και το I_2 φτάνει σ' αυτόν.
δ. αν το I_2 απομακρύνεται από τον κόμβο τότε το I_1 φτάνει σ' αυτόν.



23. ***Ο πρώτος κανόνας του Kirchhoff:***
α. είναι μια γενική αρχή της φύσης από την οποία προκύπτει και η αρχή διατήρησης του φορτίου.
β. εφαρμόζεται σε βρόχους.
γ. ισχύει και για εναλλασσόμενα ρεύματα.
δ. είναι συνέπεια δύο αρχών: της διατήρησης της ενέργειας και της διατήρησης του φορτίου.

24. ***Στον κόμβο ενός κυκλώματος συναντιούνται τέσσερις αγωγοί που διαρρέονται από ρεύμα με εντάσεις I_1 = 2 Α, I_2 = 3 Α, I_3 = 5 Α και I_4 = 6 Α. Τότε:***

α. αν το I_1 φτάνει στον κόμβο, το I_3 θα απομακρύνεται.

β. αν το I_2 φτάνει στον κόμβο, θα φτάνει σ' αυτόν και το I_1.

γ. αν το I_4 απομακρύνεται από τον κόμβο, θα απομακρύνεται και το I_2.

δ. αν το I_3 φτάνει στον κόμβο, το I_2 θα απομακρύνεται.

25. ***Για τα δυναμικά V_A, V_B, $V_Γ$ των σημείων Α, Β, Γ ενός βρόχου σ' ένα κύκλωμα ισχύει V_{AB} = 5V και $V_{AΓ}$ = 15V. Τότε:***

α. $V_{ΓB}$ = 10V

β. $V_{ΓB}$ = – 10V

γ. $V_{BΓ}$ = 20V

δ. $V_{BΓ}$ = – 20 V

26. ***Ο δεύτερος κανόνας του Kirchhoff:***

α. αναφέρεται, όπως και ο πρώτος κανόνας, σε βρόχους.

β. είναι συνέπεια της αρχής διατήρησης της ενέργειας, όπως και πρώτος κανόνας.

γ. ισχύει και για συνεχή και για εναλλασσόμενα ρεύματα.

δ. δεν εφαρμόζεται σε βρόχους.

27. ***Η ηλεκτρική αντίσταση:***

α. εμφανίζεται μόνο σε αγωγούς και όχι σε μονωτές.

β. εκφράζει, όπως και η ηλεκτρική αγωγιμότητα, την ικανότητα ενός σώματος να επιτρέπει τη διέλευση ηλεκτρικού φορτίου μέσα από τη μάζα τους.

γ. είναι μέγεθος διανυσματικό.

δ. μετριέται, στο SI, σε Ω (Ohm).

28. ***Αν η αντίσταση ενός αγωγού που διαρρέεται από ρεύμα 2 Α είναι ίση με 10 Ω τότε:***

α. το φορτίο που διέρχεται από μία διατομή του αγωγού σε κάθε δευτερόλεπτο είναι ίσο με 20 C.

β. η τάση στα άκρα του αγωγού είναι 20 V.

γ. η τάση στα άκρα του αγωγού είναι 5 V.

δ. η τάση στα άκρα του αγωγού είναι 0,2 V.

29. ***Ο νόμος του Ohm:***

α. ισχύει για όλους τους αγωγούς.

β. ισχύει για όλους τους μεταλλικούς αγωγούς.

γ. ισχύει για όλους τους μεταλλικούς αγωγούς σταθερής θερμοκρασίας.

δ. ισχύει μόνο για τις λυχνίες αερίου.

30. ***Ο νόμος του Ohm:***

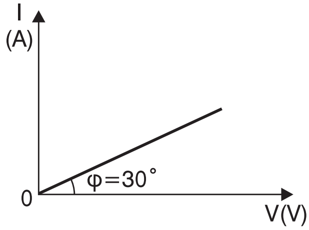
α. δεν ισχύει για όλους τους αγωγούς ενώ η εξίσωση ορισμού της αντίστασης $R = \frac{V}{I}$ μπορεί να εφαρμοστεί για όλους τους αγωγούς.

β. είναι συνέπεια της αρχής διατήρησης του φορτίου.

γ. ισχύει μόνο για τους αγωγούς που μπορεί να εφαρμοστεί και η εξίσωση ορισμού της αντίστασης $R = \frac{V}{I}$.

δ. εφαρμόζεται σε βρόχους.

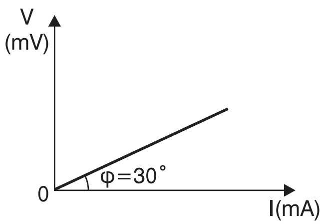
31. ***Με βάση τη χαρακτηριστική καμπύλη I = f(V) ενός αντιστάτη που φαίνεται στο διάγραμμα προκύπτει για την αντίσταση του αντιστάτη ότι είναι ίση με:***



α. $\sqrt{3}\ \Omega$ β. 3Ω

γ. $\frac{\sqrt{3}}{3}.\ \Omega$ δ. $30\ \Omega$

32. ***Με βάση τη χαρακτηριστική καμπύλη V = f(I) ενός αντιστάτη που φαίνεται στο διάγραμμα προκύπτει για την αντίσταση του αντιστάτη ότι είναι ίση με:***



α. $\frac{\sqrt{3}}{3}\ \Omega$ β. $\frac{\sqrt{3}}{3}.\text{m}\Omega$

γ. $\sqrt{3}\ \Omega$ δ. $30\ \Omega$

33. ***Αν η χαρακτηριστική καμπύλη I = f(V) ενός αγωγούς έχει σταθερή κλίση και διέρχεται από την αρχή των αξόνων τότε:***

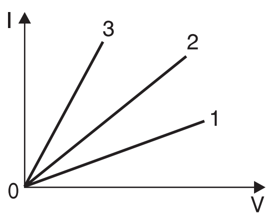
α. ο αγωγός έχει σταθερή αντίσταση.

β. ο αγωγός έχει αντίσταση που είναι ανάλογη της έντασης του ρεύματος.

γ. ο αγωγός έχει αντίσταση που είναι ανάλογη της τάσης στα άκρα του αγωγού.

δ. το γινόμενο $I \cdot V$, για κάθε ζεύγος τιμών έντασης και τάσης, παραμένει σταθερό.

34. ***Στο παρακάτω διάγραμμα φαίνονται οι χαρακτηριστικές καμπύλες 1, 2 και 3 τριών αγωγών με αντιστάσεις R_1, R_2 και R_3 αντίστοιχα. Με βάση το διάγραμμα, για τις τρεις αντιστάσεις προκύπτει ότι:***



α. $R_1 = R_2 = R_3$ β. $R_1 < R_3 < R_2$
γ. $R_1 < R_2 < R_3$ δ. $R_1 > R_2 > R_3$

35. ***Αν δύο μεταλλικοί συρμάτινοι αγωγοί έχουν τις ίδιες διαστάσεις τότε, στην ίδια θερμοκρασία:***
α. έχουν σίγουρα την ίδια ωμική αντίσταση.
β. έχουν την ίδια ωμική αντίσταση μόνο αν είναι κατασκευασμένοι από το ίδιο υλικό.
γ. έχουν σίγουρα διαφορετική ωμική αντίσταση.
δ. έχουν σίγουρα την ίδια ειδική αντίσταση.

36. ***Αν δύο μεταλλικοί συρμάτινοι αγωγοί διαφορετικών αλλά σταθερών διαστάσεων από το ίδιο υλικό έχουν στους 0˚C ίσες ωμικέ αντιστάσεις τότε:***
α. έχουν ίσες αντιστάσεις σε οποιαδήποτε θερμοκρασία.
β. έχουν διαφορετικέ αντιστάσεις σε κάποια άλλη θερμοκρασία επειδή έχουν διαφορετικές διαστάσεις.
γ. διαφορετικές ειδικές αντιστάσεις στην ίδια (διάφορη των 0˚C) θερμοκρασία.
δ. δεν ισχύει τίποτε από τα παραπάνω.

37. ***Δύο μεταλλικοί συρμάτινοι αγωγοί φτιαγμένοι από το ίδιο υλικό έχουν το ίδιο εμβαδόν διατομής. Τότε:***
α. οι δύο αγωγοί έχουν σίγουρα την ίδια αντίσταση.
β. ο αγωγός με το μεγαλύτερο μήκος έχει σίγουρα τη μεγαλύτερη αντίσταση.
γ. αποκλείεται ο αγωγός με το μεγαλύτερο μήκος να έχει μικρότερη αντίσταση.
δ. στην ίδια θερμοκρασία, ο αγωγός με τη μικρότερη αντίσταση θα έχει και το μικρότερο μήκος.

38. ***Αν λιώσουμε ένα μεταλλικό σύρμα μήκος ℓ και εμβαδού διατομής S και φτιάξουμε σύρμα με διπλάσιο μήκος τότε, αναφερόμενοι στην ίδια θερμοκρασία:***
α. η ειδική του αντίσταση θα διπλασιαστεί.
β. η αντίστασή του θα τετραπλασιαστεί.
γ. η αντίσταση του θα διπλασιαστεί.
δ. η αντίστασή του θα παραμείνει σταθερή.

39. ***Σ' έναν μεταλλικό συρμάτινο αγωγό σταθερών διαστάσεων:***
α. η μεταβολή της αντίστασης του αγωγού είναι ανάλογη της μεταβολής της θερμοκρασίας του.
β. η αντίσταση είναι ανάλογη της θερμοκρασίας του.
γ. η αντίσταση είναι αντιστρόφως ανάλογη της θερμοκρασίας του.
δ. η ειδική αντίσταση είναι ανάλογη της θερμοκρασίας.

40. ***Σ' έναν συρμάτινο αγωγό από χρωμονικελίνη σταθερών διαστάσεων αντίστασης R, διπλασιάζουμε τη θερμοκρασία. Τότε η αντίσταση του γίνεται:***

α. R β. 2 R γ. $\frac{R}{2}$ δ. 4 R

41. ***Αν μειώσουμε τη θερμοκρασία ενός σώματος σταθερών διαστάσεων από άνθρακα, από τους 50 °C στους 40 °C τότε:***

α. η ειδική αντίσταση του άνθρακα αυξάνεται.
β. η ωμική αντίσταση του σώματος μειώνεται.
γ. η ειδική αντίσταση του άνθρακα παραμένει σταθερή.
δ. η ωμική αντίσταση του σώματος παραμένει σταθερή.

42. ***Μια αντίσταση του εμπορίου έχει πάνω της τέσσερις ταινίες χρώματος καφέ. Άρα η τιμή της είναι:***

α. $(110 \pm 1,1)\ \Omega$ β. $(1100 \pm 11)\ \Omega$
γ. $(11 \pm 1,1)\ \Omega$ δ. $(110 \pm 11)\ \Omega$

43. ***Από τις αντιστάσεις $R_1 = 1\Omega$, $R_2 = 2\Omega$ και $R_3 = 3\Omega$ προκύπτει ισοδύναμη αντίσταση $R_{ολ} = 1,5\ \Omega$ αν:***

α. οι αντιστάσεις R_1, R_2 συνδεθούν σε σειρά και η συνδεσμολογία τους παράλληλα με την R_3.
β. όλες οι αντιστάσεις συνδεθούν παράλληλα.
γ. οι αντιστάσεις R_1, R_3 συνδεθούν σε σειρά και η συνδεσμολογία τους παράλληλα με την R_2.
δ. οι αντιστάσεις R_2, R_3 συνδεθούν παράλληλα και η συνδεσμολογία τους σε σειρά με την R_1.

44. ***Δύο αντιστάσεις που συνδέονται σε σειρά:***

α. αποκλείεται να έχουν ίδια τάση στα άκρα τους.
β. έχουν ίδια τάση στα άκρα τους μόνο αν είναι ίσες.
γ. έχουν ισοδύναμη αντίσταση που είναι μικρότερη και από την πιο μικρή αντίσταση.
δ. έχουν κοινά άκρα.

45. ***Δύο αντιστάσεις που συνδέονται παράλληλα:***

α. αποκλείεται να διαρρέονται από ρεύματα ίδιας έντασης.
β. υπάρχει περίπτωση να διαρρέονται από ρεύματα ίδιας έντασης.
γ. έχουν ισοδύναμη αντίσταση που είναι μεγαλύτερη και από την πιο μεγάλη αντίσταση.
δ. βρίσκονται στον ίδιο κλάδο.

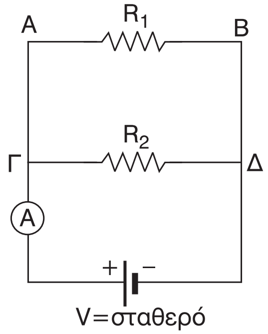
46. ***Στο κύκλωμα του σχήματος όπου το αμπερόμετρο (Α) είναι ιδανικό:***

α. αν αφαιρέσουμε την αντίσταση R_2, η τάση V_{AB} θα αυξηθεί.

β. αν συνδέσουμε μια αντίσταση R_3 παράλληλα στις R_1, R_2 η τάση V_{AB} θα ελαττωθεί.

γ. αν αφαιρέσουμε την αντίσταση R_2, η ένδειξη του αμπερόμετρου (Α) θα ελαττωθεί.

δ. αν συνδέσουμε μια αντίσταση R_3 παράλληλα στις R_1, R_2 η ένδειξη του αμπερόμετρου θα παραμείνει ίδια.



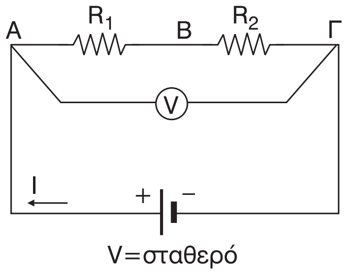
47. ***Στο κύκλωμα του σχήματος όπου το βολτόμετρο (V) είναι ιδανικό:***

α. η ένδειξη του βολτομέτρου ταυτίζεται με την πολική τάση V της πηγής.

β. αν συνδέσουμε μια αντίσταση R_3 σε σειρά με τις R_1, R_2 και μεταξύ των R_1, R_2 τότε η ένδειξη του βολτομέτρου θα αυξηθεί.

γ. αν συνδέσουμε μια αντίσταση R_3 παράλληλα στην R_2, η ένδειξη του βολτομέτρου θα αυξηθεί.

δ. η τάση στα άκρα της κάθε αντίστασης ταυτίζεται με την ένδειξη του βολτομέτρου.



48. ***Η ρυθμιστική αντίσταση:***

α. δεν μπορεί να λειτουργήσει ως ρυθμιστής τάσης.

β. μπορεί να λειτουργήσει ως ρυθμιστής έντασης ρεύματος.

γ. χρησιμοποιείται μόνο σε κυκλώματα εναλλασσόμενου ρεύματος.

δ. μπορεί να λειτουργήσει και ως ηλεκτρική πηγή.

49. ***Στις ηλεκτρικές συσκευές:***

α. μπορεί να συμβεί μόνο μετατροπή ηλεκτρικής ενέργειας σε μηχανική ενέργεια.

β. δεν ισχύει πάντα ο νόμος του Ohm.

γ. ισχύει πάντα ο νόμος του Ohm.

δ. δεν ισχύει ποτέ ο νόμος του Ohm.

50. ***Η ηλεκτρική ενέργεια W που αποδίδεται σε μια ηλεκτρική συσκευή σε χρόνο t είναι πάντα ίση με:***

α. $\frac{V}{I} \cdot t$, όπου V η τάση στα άκρα της συσκευής και I η ένταση του ρεύματος που τη διαρρέει.

β. V I

γ. I^2Rt, όπου R η αντίσταση της συσκευής.

δ. $VI \cdot t$.

51. ***Η θερμότητα Q που αναπτύσσεται σε μια ηλεκτρική συσκευή σε χρόνο t είναι πάντα ίση με:***

α. I^2Rt, όπου I ένταση του ρεύματος που τη διαρρέει και R η αντίσταση της συσκευής.

β. VIt, όπου V η τάση στα άκρα της συσκευής.

γ. $\frac{V^2}{R}$

δ. $I \cdot R \cdot t$

52. ***Η ηλεκτρική ισχύς P που αποδίδεται σε μια ηλεκτρική θερμαντική συσκευή είναι πάντα ίση με:***

α. VIt, όπου V η τάση στα άκρα της συσκευής και I η ένταση του ρεύματος που διαρρέει τη συσκευή για χρόνο t.

β. $I^2 \cdot R$, όπου R η αντίσταση της συσκευής.

γ. $I^2 \cdot R \cdot t$

δ. $\frac{V}{R} \cdot t$

53. ***Η θερμική ισχύς P_R που αποδίδεται σε μια ηλεκτρική θερμαντική συσκευή είναι πάντα ίση με:***

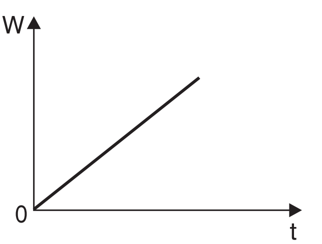
α. VI, όπου V η τάση στα άκρα της συσκευής και I η ένταση του ρεύματος που τη διαρρέει.

β. $I \cdot R \cdot t$, όπου R η αντίσταση της συσκευής και I η ένταση του ρεύματος που διαρρέει τη συσκευή για χρόνο t.

γ. $I \cdot t$

δ. $V \cdot I \cdot t$

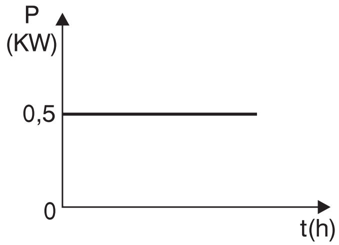
54. ***Στο σχήμα φαίνεται η γραφική παράσταση της ηλεκτρικής ενέργειας W που αποδίδεται σε μια ηλεκτρική συσκευή σε συνάρτηση με το χρόνο t.***
Με βάση τη γραφική παράσταση μπορούμε να συμπεράνουμε ότι:



α. στη συσκευή αποδίδεται σταθερή ηλεκτρική ισχύ.
β. στη συσκευή αποδίδεται ηλεκτρική ισχύ που είναι ανάλογη του χρόνου.
γ. η συσκευή είναι θερμαντική.
δ. η συσκευή δεν είναι θερμαντική.

55. ***Αν ένας αντιστάτης που διαρρέεται από ρεύμα βρισκόταν σε ένα υποθετικό περιβάλλον με θερμοκρασία συνεχώς ίδια με τη θερμοκρασία του αντιστάτη, τότε:***
α. θα είχαμε μετατροπή της ηλεκτρικής ενέργειας αποκλειστικά σε θερμική ενέργεια αλλά δεν θα είχαμε ροή θερμότητας από τον αντιστάτη στο περιβάλλον.
β. η ηλεκτρική ενέργεια θα μετατρεπόταν κατά ένα μέρος σε θερμική ενέργεια.
γ. η ηλεκτρική ενέργεια θα μετατρεπόταν αποκλειστικά σε θερμική ενέργεια και στη συνέχεια θα είχαμε ροή θερμότητας από τον αντιστάτη στο περιβάλλον.
δ. ο αντιστάτης δεν θα κατανάλωνε ηλεκτρική ενέργεια.

56. ***Στο σχήμα φαίνεται η γραφική παράσταση της ηλεκτρικής ισχύος P που αποδίδεται σε μια ηλεκτρική συσκευή σε συνάρτηση με το χρόνο t.***
Με βάση τη γραφική παράσταση μπορούμε να συμπεράνουμε ότι:



α. η ηλεκτρική ισχύς που αποδίδεται στη συσκευή είναι ανάλογη του χρόνου.
β. η συσκευή σε χρόνο 10h καταναλώνει ηλεκτρική ενέργεια ίση με 5 KW.
γ. η συσκευή σε χρόνο 4h καταναλώνει ηλεκτρική ενέργεια ίση με 2 KWh.
δ. η συσκευή σε χρόνο 1h καταναλώνει ηλεκτρική ενέργεια ίση με 500 J.

57. ***1 KWh είναι ίση με:***
α. 1000 W β. 3600 J γ. $36 \cdot 10^5$ W δ. $36 \cdot 10^5$ J

58. ***Σε ένα ηλεκτρικό ψυγείο αναγράφονται τα στοιχεία (110 W, 220 V). Άρα:***
α. η αντίσταση του ψυγείου είναι ίση με 440 Ω.
β. το ρεύμα κανονικής λειτουργίας του ψυγείου έχει ένταση 0,5 A.
γ. η τάση κανονικής λειτουργίας του ψυγείου είναι ίση με 110 W.
δ. η ισχύς που καταναλώνει το ψυγείο όταν λειτουργεί κανονικά είναι ίση με 220 V.

59. ***Βραχυκύκλωμα ονομάζεται:***

α. η σύνδεση δύο σημείων ενός κυκλώματος με αγωγό αμελητέας αντίστασης.

β. η σύνδεση δύο σημείων ενός κυκλώματος με αγωγό πολύ μεγάλης αντίστασης.

γ. η σύνδεση δύο σημείων ενός κυκλώματος με βολτόμετρο.

δ. η εμφάνιση μικρής έντασης ρεύματος πάνω σε μια αντίσταση.

60. ***Σε μια ηλεκτρική θερμάστρα αναγράφονται τα στοιχεία (1100 W, 220 V). Άρα:***

α. όταν η θερμάστρα διαρρέεται από ρεύμα έντασης 3 A λειτουργεί κανονικά.

β. η αντίσταση της θερμάστρας είναι ίση με 44 Ω.

γ. η θερμική ισχύς που αποδίδει η θερμάστρα στο περιβάλλον είναι μικρότερη από 1100 W, όταν λειτουργεί κανονικά.

δ. η ηλεκτρική ισχύς που καταναλώνει η θερμάστρα όταν λειτουργεί κανονικά, είναι μεγαλύτερη από 1100 W.

61. ***Η ηλεκτρεγερτική δύναμη μιας πηγής:***

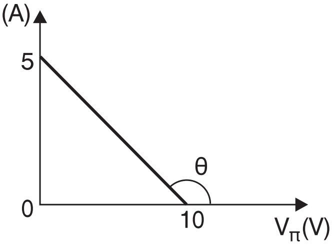
α. είναι ίση με την πολική τάση της πηγής μόνο αν η πηγή είναι ιδανική.

β. είναι πάντα ίση με την πολική της τάση.

γ. δεν είναι ποτέ ίση με την πολική τάση.

δ. αν αυτή είναι ιδανική, ισούται με την πολική της τάση.

62. ***Στο σχήμα φαίνεται η χαρακτηριστική καμπύλη $I = f(V_П)$. Με βάση τη γραφική παράσταση μπορούμε να συμπεράνουμε ότι:***



α. η πηγή έχει ΗΕΔ Ε = 10 A

β. η πηγή έχει εσωτερική αντίσταση r = 2 Ω.

γ. το ρεύμα βραχυκύκλωσης της πηγής είναι $I_β$ = 5 V.

δ. $εφθ = \frac{1}{r} = \frac{1}{2}$.

63. ***Αν σ' ένα κλειστό κύκλωμα που περιλαμβάνει μια πηγή και μια ωμική αντίσταση R αντικαταστήσουμε την αντίσταση με μία άλλη ίση με 2R, τότε:***

α. η ΗΕΔ της πηγής θα αυξηθεί.

β. η εσωτερική αντίσταση της πηγής θα μειωθεί.

γ. η πολική τάση της πηγής δεν θα μεταβληθεί.

δ. η πολική τάση της πηγής θα αυξηθεί.

64. ***Σε κλειστό κύκλωμα που περιλαμβάνει μία πηγή και διάφορες ηλεκτρικές συσκευές:***

α. δεν ισχύει ο νόμος του Ohm σε κλειστό κύκλωμα αν μία τουλάχιστον από τις συσκευές είναι ηλεκτρικό κινητήρας που στρέφεται.

β. ισχύει ο νόμος του Ohm σε κλειστό κύκλωμα ανεξάρτητα από το αν οι συσκευές είναι θερμαντικές ή όχι.

γ. η ηλεκτρική ενέργεια που δίνει η πηγή στο εξωτερικό κύκλωμα είναι μεγαλύτερη από το άθροισμα των ηλεκτρικών ενεργειών που αποδίδονται σε κάθε συσκευή.

δ. η πολική τάση της πηγής είναι μεγαλύτερη από την ηλεκτρεγερτική της δύναμη.

65. ***Σε κλειστό κύκλωμα που διαρρέεται από ρεύμα σταθερής έντασης:***

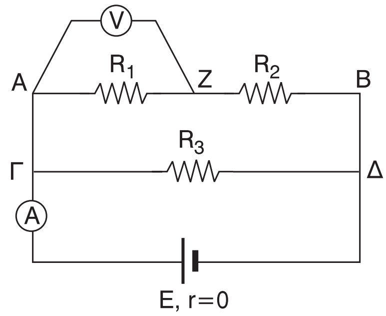
α. η σχέση $W = E \cdot I \cdot t$ μας δίνει την ηλεκτρική ενέργεια που δίνει η πηγή σε όλο το κύκλωμα σε χρόνο t.

β. η σχέση $P_E = E \cdot I \cdot t$ μας δίνει την ηλεκτρική ισχύ που δίνει η πηγή σε όλο το κύκλωμα.

γ. η σχέση $P_r = I^2 \cdot r$ μας δίνει την θερμότητα, που αναπτύσσεται στην εσωτερική αντίσταση της πηγής σε χρόνο t.

δ. η σχέση $P_{εξ} = V_Π \cdot I$ μας δίνει την ηλεκτρική ενέργεια που δίνει η πηγή στο εξωτερικό μέρος του κυκλώματος σε χρόνο t.

66. ***Στο κλειστό κύκλωμα του σχήματος όπου το αμπερόμετρο (A) και το βολτόμετρο (V) είναι ιδανικά:***



α. αν αφαιρέσουμε την αντίσταση R_3 η τάση V_{AB} δεν μεταβάλλεται.

β. αν αφαιρέσουμε την αντίσταση R_3 η ένδειξη του βολτόμετρου δεν μεταβάλλεται.

γ. αν αφαιρέσουμε την αντίσταση R_3 η ένδειξη του αμπερομέτρου αυξάνεται.

δ. αν αφαιρέσουμε το βολτόμετρο και το αμπερόμετρο η πολική τάση της πηγής μειώνεται.

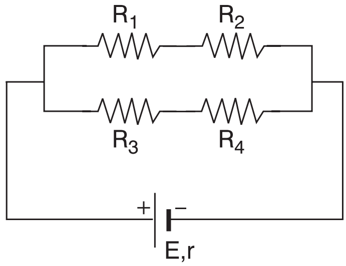
67. ***Στο κλειστό κύκλωμα του σχήματος για την ισχύ P_E όλο το κύκλωμα ισχύει:***

α. $P_E = V_\Pi \cdot I$

β. $P_E = P_{R_1} + P_{R_2} + P_{R_2} + P_r$

γ. $P_E = P_r$

δ. $P_E = P_{R_1} + P_{R_2} + P_{R_3} + P_{R_4} + P_r$



68. ***Αν ο συντελεστής απόδοσης ενός αποδέκτη είναι ίσος με 0,9 και η ωφέλιμη ισχύς που αποδίδει είναι ίση με 90 W, τότε:***

α. η απώλεια ισχύος είναι ίση με 20 W.

β. η ισχύς που προσφέρεται στον κινητήρα είναι ίση με 81 W.

γ. αν ο αποδέκτης διαρρέεται από ρεύμα έντασης 1 A, η τάση στα άκρα του είναι ίση με 100 V.

δ. στον αποδέκτη δεν αναπτύσσεται θερμική ισχύς.

69. ***Η δίοδος είναι ένα εξάρτημα:***

α. που όταν είναι ορθά πολωμένη δεν επιτρέπει τη διέλευση ηλεκτρικού ρεύματος.

β. που χρησιμοποιείται για να διατηρεί σταθερή τη θερμοκρασία διαφόρων ηλεκτρικών συσκευών.

γ. που μπορεί να προστατέψει μια συσκευή είτε από λανθασμένη σύνδεση είτε από διακοπή ρεύματος στο κύκλωμα που είναι συνδεδεμένη.

δ. που χρησιμεύει ως ηλεκτρική πηγή στα ηλεκτρονικά κυκλώματα.

ΕΡΩΤΗΣΕΙΣ ΤΟΥ ΤΥΠΟΥ ΣΩΣΤΟ–ΛΑΘΟΣ

Χαρακτηρίστε με Σ τις παρακάτω προτάσεις, αν είναι σωστές, και με Λ, αν είναι λανθασμένες).

1. α. Μια πηγή συνεχούς σταθερής τάσης παρέχει σ' ένα κύκλωμα συνεχές σταθερό ρεύμα διάφορο του μηδενός, ανεξάρτητα από τα στοιχεία που περιλαμβάνει το κύκλωμα. Σ Λ

β. Οι ηλεκτρικές πηγές είναι ανεξάντλητες πηγές ηλεκτρικής ενέργειας. Σ Λ

γ. Η προσανατολισμένη κίνηση πρωτονίων δεν είναι ηλεκτρικό ρεύμα. Σ Λ

δ. Η προσανατολισμένη κίνηση νετρονίων είναι ηλεκτρικό ρεύμα. Σ Λ δ. Αν ένας μεταλλικός αγωγός διαρρέεται από ηλεκτρικό ρεύμα 1 A τότε, σε κάθε δευτερόλεπτο, από μια διατομή του αγωγού περνά φορτίο ίσο με 1 C. Σ Λ

6. α. Η ένταση του ηλεκτρικού ρεύματος εκφράζει το ρυθμό διέλευσης της ηλεκτρικής ενέργειας από μια διατομή ενός αγωγού. Σ Λ

β. Κλάδος είναι το τμήμα του κυκλώματος μεταξύ δύο οποιωνδήποτε κόμβων. Σ Λ

γ. Κόμβος είναι κάθε κλειστή αγώγιμη διαδρομή ενός κυκλώματος. Σ Λ

δ. Ο πρώτος κανόνας του Kirchhoff εφαρμόζεται, όπως και ο δεύτερος, σε κόμβους. Σ Λ

7. α. Το τμήμα του κυκλώματος μεταξύ δύο διαδοχικών κόμβων, ονομάζεται κλάδος. Σ Λ

β. Το σημείο του κυκλώματος όπου συναντιούνται τρεις ή περισσότεροι αγωγοί, ονομάζεται κόμβος. Σ Λ

γ. Κάθε κλειστή αγώγιμη διαδρομή ενός κυκλώματος, ονομάζεται βρόχος. Σ Λ

δ. Ο πρώτος κανόνας του Kirchhoff αναφέρεται σε κόμβους και ο δεύτερος σε βρόχους. Σ Λ

8. α. Εφαρμόζοντας την αρχή διατήρησης του φορτίου σ' έναν κόμβο κάποιου κυκλώματος, προκύπτει ο πρώτος κανόνας του Kirchhoff. Σ Λ

β. Το αμπερόμετρο μετράει την ένταση του ρεύματος που το διαρρέει και, αν είναι ιδανικό, έχει πολύ μεγάλη εσωτερική αντίσταση. Σ Λ

γ. Το βολτόμετρο μετράει τη διαφορά δυναμικού μεταξύ των σημείων στα οποία το ‘χουμε συνδέσει και, αν είναι ιδανικό έχει άπειρη εσωτερική αντίσταση. Σ Λ

δ. Στην πραγματικότητα ιδανικά βολτόμετρα και αμπερόμετρα δεν υπάρχουν. Σ Λ

9. α. Η λειτουργία των βολτομέτρων και των αμπερομέτρων στηρίζεται στα θερμικά ή μαγνητικά αποτελέσματα του ηλεκτρικού ρεύματος. Σ Λ

β. Αν χρησιμοποιήσουμε ταυτόχρονα ένα βολτόμετρο και ένα αμπερόμετρο για να υπολογίσουμε την τιμή μιας αντίστασης η πειραματική μέτρηση που κάνουμε, πάντα θα αποκλίνει από την πραγματική τιμή της αντίστασης, Σ Λ

2. α. Σε έναν μεταλλικό ρευματοφόρο αγωγό η φορά κίνησης των κατιόντων του μεταλλικού πλέγματος ταυτίζεται με την πραγματική φορά του ρεύματος. Σ Λ

β. Οι φορείς του ηλεκτρικού ρεύματος στους μεταλλικούς αγωγούς είναι τα ελεύθερα ηλεκτρόνια. Σ Λ

γ. Η ταχύτητα διολίσθησης των ελεύθερων ηλεκτρονίων σ' έναν μεταλλικό αγωγό είναι της τάξης των mm/s. Σ Λ

δ. Το φαινόμενο Joule εμφανίζεται μόνο στους μεταλλικούς αγωγούς. Σ Λ

3. α. Η ροή νερού μέσα σε κάποιο υδραυλικό σωλήνα παροχής λόγω διαφοράς πίεσης στα άκρα του αποτελεί το υδραυλικό ανάλογο του ηλεκτρικού ρεύματος. Σ Λ

β. Το ηλεκτρικό ρεύμα σ' έναν μεταλλικό αγωγό δημιουργεί διαφορά δυναμικού στα άκρα του. Σ Λ

γ. Η λειτουργία των κινητήρων στηρίζεται στα θερμικά αποτελέσματα του ηλεκτρικού ρεύματος. Σ Λ

δ. Η ηλεκτρόλυση των διαλυμάτων των ηλεκτρολυτών ή των τηγμάτων βάσεων και αλάτων αποτελεί ένα από τα χημικά αποτελέσματα του ηλεκτρικού ρεύματος. Σ Λ

4. α. Αν από μια διατομή ενός ρευματοφόρου αγωγού Α διέρχεται με σταθερό ρυθμό φορτίο 60 C σε 1 min και από μια διατομή ενός ρευματοφόρου αγωγού Β διέρχεται επίσης με σταθερό ρυθμό φορτίο 120 C σε 2 min τότε η ένταση του ρεύματος στον αγωγό Α είναι μεγαλύτερη από αυτή στον αγωγό Β. Σ Λ

β. Η ένταση του ηλεκτρικού ρεύματος είναι θεμελιώδες μέγεθος όπως και η ταχύτητα. Σ Λ

γ. Το 1 A είναι θεμελιώδης μονάδα όπως και το 1 m. Σ Λ

δ. Το 1 A είναι ίσο με $1 \cdot C \cdot s$. Σ Λ

5. α. Η εξίσωση ορισμού για την ένταση του ηλεκτρικού ρεύματος $I = \frac{q}{t}$, όπου t χρονική διάρκεια, ισχύει μόνο για την περίπτωση που το ρεύμα είναι χρονικά σταθερό. Σ Λ

β. Αν το ηλεκτρικό ρεύμα που διαρρέει έναν αγωγό, είναι χρονικά σταθερό, τότε είναι σίγουρα συνεχές. Σ Λ

γ. Αν το ηλεκτρικό ρεύμα που διαρρέει έναν αγωγό είναι χρονικά μεταβαλλόμενο, τότε είναι σίγουρα εναλλασσόμενο. Σ Λ αφού στην πράξη τα δύο όργανα δεν μπορεί να είναι ιδανικά.

γ. Μεταξύ δύο μεταλλικών συρμάτων από το ίδιο υλικό και στην ίδια θερμοκρασία, τη μεγαλύτερη ειδική αντίσταση την έχει το σύρμα με το μεγαλύτερο μήκος. Σ Λ

δ. Η αντίσταση ενός μεταλλικού αγωγού δεν εξαρτάται από το υλικό του αγωγού. Σ Λ

10. α. Στους ημιαγωγούς η αύξηση της θερμοκρασίας δεν προκαλεί μεταβολή στην αντίστασή τους. Σ Λ

β. Σε ένα κράμα (Cu, Ni) η μείωση της θερμοκρασίας προκαλεί αύξηση στην αντίστασή του. Σ Λ

γ. Ο θερμικός συντελεστής ειδικής αντίστασης ενός αγωγού μετριέται σε grad-1 και εξαρτάται από το υλικό του α γωγού. Σ Λ

δ. Η μαγγανίνη είναι από τα υλικά που η ειδική αντίστασή τους δεν εξαρτάται από τη θερμοκρασία. Σ Λ

11. α. Αν η μείωση της θερμοκρασίας, ενός αγωγού με σταθερές διαστάσεις, κατά 10˚C προκαλεί μείωση της αντίστασής του κατά 5 Ω, τότε αν η θερμοκρασία του αυξηθεί κατά 20˚C, η αντίστασή του θα αυξηθεί κατά 10 Ω. Σ Λ

β. Η ειδική αντίσταση του υλικού ενός αγωγού μπορεί να μετρηθεί και σε Ω · cm. Σ Λ

γ. Ο θερμικός συντελεστής για τον άργυρο είναι ίσος με $3{,}8 \cdot 10^{-3}\ grad^{-1}$ και για το χαλκό $3{,}9 \cdot 10^{-3}\ grad^{-1}$. Άρα η ειδική αντίσταση του αργύρου στην ίδια θερμοκρασία είναι μικρότερη από την ειδική αντίσταση του χαλκού. Σ Λ

δ. Η ειδική αντίσταση του υλικού ενός αγωγού είναι καθαρός αριθμός. Σ Λ

12. α. Η εξίσωση ορισμού $R = \frac{V}{I}$ της αντίστασης ενός μεταλλικού αγωγού αποτελεί και τη μαθηματική έκφραση του νόμου του Ohm για τον αγωγό. Σ Λ

β. Αν η χαρακτηριστική καμπύλη $I = f(V)$ για έναν αγωγό έχει σταθερή κλίση τότε η αντίσταση του αγωγού δεν είναι σταθερή. Σ Λ

γ. Η τάση στα άκρα ενός μεταλλικού αγωγού είναι ανάλογη της έντασης του ρεύματος που τον διαρρέει, αν η θερμοκρασία του παραμένει σταθερή. Σ Λ

δ. Σ’ έναν ανεμιστήρα που βρίσκεται σε λειτουργία δεν ισχύει ο νόμος του Ohm. Σ Λ

13. α. Μια αντίσταση του εμπορίου με τέσσερις λωρίδες χρώματος μπλε, κόκκινο, κόκκινο και χρυσαφί έχει τιμή (6200 ± 310) Ω. Σ Λ

β. Αν διπλασιάσουμε τη θερμοκρασία (σε ˚C) ενός μεταλλικού αγωγού θα διπλασιαστεί και η αντίστασή του. Σ Λ

γ. Η ισοδύναμη αντίσταση δύο αντιστάσεων 5Ω και 8Ω που συνδέονται σε σειρά είναι μεγαλύτερη από 8Ω. Σ Λ

δ. Η ισοδύναμη αντίσταση δύο αντιστάσεων 3Ω και 100Ω που συνδέονται παράλληλα είναι μικρότερη από 3Ω. Σ Λ

14. α. Όταν δύο ίσες αντιστάσεις συνδέονται παράλληλα τότε η ισοδύναμη αντίσταση της συνδεσμολογίας είναι η μισή της κάθε αντίστασης. Σ Λ

β. Δύο ίσες αντιστάσεις, που συνδέονται παράλληλα σ’ ένα κύκλωμα, διαρρέονται από ρεύμα ίδιας έντασης. Σ Λ

γ. Δύο ίσες αντιστάσεις, που συνδέονται σε σειρά σ’ ένα κύκλωμα, έχουν στα άκρα τους την ίδια τάση. Σ Λ

δ. Αν σ’ ένα κύκλωμα δύο αντιστάσεις διαρρέονται από ρεύμα ίδιας έντασης τότε είναι σίγουρα συνδεδεμένες σε σειρά. Σ Λ

15. α. Τρεις αντιστάσεις σ’ ένα κύκλωμα μπορούν να συνδεθούν μόνο ή όλες σε σειρά ή όλες παράλληλα μεταξύ τους. Σ Λ

β. Δύο αντιστάσεις σ’ ένα κύκλωμα είναι συνδεδεμένες σε σειρά. Αν η τάση στη μία είναι 5V και στην άλλη 10V τότε η τάση στα άκρα της συνδεσμολογίας των δύο αντιστάσεων είναι 15V. Σ Λ

γ. Δύο αντιστάσεις σ’ ένα κύκλωμα είναι συνδεδεμένες σε σειρά. Αν η τάση στη μία είναι 6V και στην άλλη 12V τότε η μία αντίσταση είναι η μισή της άλλης. Σ Λ

δ. Δύο αντιστάσεις σ’ ένα κύκλωμα είναι συνδεδεμένες παράλληλα. Αν η μία αντίσταση είναι διπλάσια της άλλης τότε οι αντιστάσεις διαρρέονται από ρεύμα ίδιας έντασης. Σ Λ

16. α. Αν και τα δύο άκρα μιας ρυθμιστικής αντίστασης είναι σταθερά συνδεδεμένα σ’ ένα κύκλωμα τότε λειτουργεί ως ποτενσιόμετρο: Σ Λ

β. Αν το ένα μόνο από τα δύο άκρα μιας ρυθμιστικής αντίστασης είναι σταθερά συνδεδεμένο σ’ ένα κύκλωμα τότε λειτουργεί ως ροοστάτης. Σ Λ

γ. Μετακινώντας το δρομέα πάνω στη μεταβλητή αντίσταση ενός ροοστάτη, μεταβάλλουμε την ένταση του ρεύματος Σ Λ που διαρρέει τη συσκευή που μας ενδιαφέρει.

δ. Μετακινώντας το δρομέα πάνω στη μεταβλητή αντίσταση ενός ποτενσιόμετρου, μεταβάλλουμε την τάση στα άκρα της συσκευής που μας ενδιαφέρει. Σ Λ

17. α. Η απαραίτητη ενέργεια για τη λειτουργία μιας ηλεκτρικής συσκευής ονομάζεται ηλεκτρική ενέργεια και προσφέρεται από την πηγή. Σ Λ

β. Αν ο ρυθμός προσφοράς ηλεκτρικής ενέργειας σε μια ηλεκτρική συσκευή, είναι σταθερός τότε η προσφερόμενη ηλεκτρική ενέργεια είναι χρονικά σταθερή. Σ Λ

γ. Η ηλεκτρική ενέργεια στο S.I. μετριέται σε Watt ενώ η ηλεκτρική ισχύς σε Joule. Σ Λ

δ. Ανάμεσα στις μονάδες Joule και Watt ισχύει: $1J = 10^3$ W. Σ Λ

18. α. Η ηλεκτρική ενέργεια που προσφέρεται με σταθερό ρυθμό σε μια ηλεκτρική συσκευή δίνεται από τη σχέση $W = P \cdot t$. Σ Λ

β. Η ηλεκτρική ενέργεια που προσφέρεται με όχι σταθερό ρυθμό σε μια ηλεκτρική συσκευή δίνεται από τη σχέση $W = \Sigma(V \cdot I \cdot dt)$. Σ Λ

γ. Η ηλεκτρική ισχύς που προσφέρεται κάποια χρονική στιγμή σε μια ηλεκτρική συσκευή δίνεται πάντα από τη σχέση $P = V \cdot I$. Σ Λ

δ. Η ηλεκτρική ισχύς που προσφέρεται κάποια χρονική στιγμή σε μια ηλεκτρική συσκευή δίνεται από τη σχέση $P = V \cdot I$ μόνο αν αυτή είναι χρονικά σταθερή. Σ Λ

19. α. Η ηλεκτρική ενέργεια που προσφέρεται σ' ένα αντιστάτη, εκτός από τη σχέση $W = V\,I\,t$, δίνεται και από τη σχέση $W = \dfrac{I^2}{R}\,t$ ή από τη σχέση $W = V^2R \cdot t$. Σ Λ

β. Η σχέση $W = P \cdot t$ μας δίνει την ηλεκτρική ενέργεια που προσφέρεται σε μια ηλεκτρική συσκευή μόνο αν $P =$ σταθερό. Σ Λ

γ. Η ηλεκτρική ενέργεια που προσφέρεται σε μια αντίσταση ισούται με το ρυθμό προσφοράς ηλεκτρικής ισχύος στην αντίσταση. Σ Λ

δ. Η ηλεκτρική ισχύς είναι 1 W, αν η προσφερόμενη ηλεκτρική ενέργεια είναι 1 J σε κάθε s. Σ Λ

20. α. Η ηλεκτρική ισχύς που προσφέρεται πάνω σ' έναν αντιστάτη, εκτός από τη σχέση $P = V \cdot I$, δίνεται και από τη σχέση $P = I^2 \cdot R$ ή από τη σχέση $P = \frac{V^2}{R}$. Σ Λ

β. Οι μετρητές της Δ.Ε.Η. μετράνε την ηλεκτρική ισχύ που φτάνει στα σπίτια μας σε KW. Σ Λ

γ. Οι μετρητές της Δ.Ε.Η. μετράνε την ηλεκτρική ενέργεια που φτάνει στα σπίτια μας σε KWh. Σ Λ

δ. Ισχύουν οι σχέσεις: Σ Λ
i) $1\ KWh = 10^3\ W$ ii) $1\ KWh = 10^3\ Wh$ iii) $1\ KWh = 36 \cdot 10^5\ J$.

21. α. 1 Wh είναι η ενέργεια που καταναλώνει μια συσκευή ισχύος 1 W αν λειτουργεί για 1 h και ισχύει 1 Wh = 36 J. Σ Λ

β. 1 KWh είναι η ισχύς που καταναλώνει μια συσκευή ισχύος 1 KW αν λειτουργεί για 1 h και ισχύει 1 KWh = 3600000 J. Σ Λ

γ. Ένα ηλεκτρικό σίδερο ισχύος 1500 W λειτουργεί για 2 h. Αν το κόστος λειτουργίας είναι 0,09 ευρώ/KWh τότε για τη συγκεκριμένη χρήση του σίδερου θα πληρώσουμε στη Δ.Ε.Η. 0,27 ευρώ. Σ Λ

δ. Μία ηλεκτρική συσκευή ισχύος 1100 W καταναλώνει πάντα περισσότερη ηλεκτρική ενέργεια από μια άλλη συσκευή ισχύος 900 W. Σ Λ

22. α. Η σχέση $Q = I^2Rt$ (με I = σταθερό) μας δίνει πάντα τη θερμότητα που αναπτύσσεται σε μια ηλεκτρική συσκευή, ανεξάρτητα από το αν είναι θερμαντική ή όχι. Σ Λ

β. Η σχέση $P = I^2 \cdot R$ μας δίνει τη θερμική ισχύ που αναπτύσσεται σε μια αντίσταση μόνο αν I = σταθερό.

γ. Η θερμότητα μπορεί να μετρηθεί και σε cal (θερμίδες). Ισχύει 1 cal = 4,17 J ή 1 J = 0,24 cal. Σ Λ

δ. Η θερμική ενέργεια σ' έναν αντιστάτη που διαρρέεται από ρεύμα ταυτίζεται, ως φυσικό μέγεθος, με τη θερμότητα που αποβάλλει ο αντιστάτης στο περιβάλλον. Σ Λ

23. α. Τα στοιχεία κανονικής λειτουργίας ενός λαμπτήρα πυρακτώσεως είναι (220 V, 100 W). Αυτό σημαίνει ότι η συσκευή λειτουργεί κανονικά σε τάση 220 V και τότε καταναλώνει ισχύ 100 W. Σ Λ

β. Αν σε μια θερμαντική συσκευή αναγράφονται τα στοιχεία (440 W, 220 V) τότε το ρεύμα κανονικής Σ Λ

λειτουργίας της συσκευής έχει ένταση 2 A
και η αντίσταση της συσκευής είναι 110 Ω.

γ. Μια μη θερμαντική συσκευή αναγράφει πάνωτης τα στοιχεία (220 V, 176 W). Αυτό σημαίνει ότι η συσκευή λειτουργεί κανονικά με ρεύμα έντασης 0,8 A και έχει εσωτερική αντίσταση 275 Ω. Σ Λ

δ. Όλες οι ηλεκτρικές συσκευές μετατρέπουν αποκλειστικά την ηλεκτρική σε θερμότητα. Σ Λ

24. α. Οι ασφάλειες στα ηλεκτρικά κυκλώματα δεν διαρρέονται από ρεύμα. Σ Λ

β. Αν βραχυκυκλώσουμε μια αντίσταση τότε η ένταση του ρεύματος που διαρρέει την αντίσταση αυξάνεται κατακόρυφα. Σ Λ

γ. Βραχυκύκλωμα μπορεί να προκληθεί και αν δύο σημεία ενός κυκλώματος έρθουν απ' ευθείας σε επαφή. Σ Λ

δ. Το βραχυκύκλωμα μπορεί να προκαλέσει μεγάλη αύξηση στην ένταση του ρεύματος που διαρρέει ένα τμήμα του κυκλώματος. Σ Λ

25. α. Η ΗΕΔ μιας πηγής μπορεί να ισούται μπορεί και όχι με την πολική της τάση. Σ Λ

β. Η ΗΕΔ μιας πηγής είναι μέγεθος χαρακτηριστικό της πηγής. Σ Λ

γ. Το πηλίκο της ισχύος που δίνει η πηγή στο εξωτερικό κύκλωμα προς την ένταση του ρεύματος που διαρρέει την πηγή μας δίνει την πολική τάση της πηγής. Σ Λ

δ. Το πηλίκο της ισχύος που δίνει η πηγή στο εξωτερικό κύκλωμα προς την ένταση του ρεύματος που διαρρέει την πηγή μας δίνει την ΗΕΔ της πηγής. Σ Λ

26. α. Η εσωτερική αντίσταση μιας ηλεκτρικής πηγής εκφράζει τη δυσκολία που συναντά το ηλεκτρικό ρεύμα, όταν διέρχεται μέσα από την πηγή. Σ Λ

β. Η ισχύς που δίνει η πηγή σ' όλο το κύκλωμα καταναλώνεται στο εξωτερικό κύκλωμα και στο εσωτερικό της πηγής. Σ Λ

γ. Η τάση στα άκρα του εξωτερικού κυκλώματος ισούται με την πολική τάση της πηγής. Σ Λ

δ. Η τάση στα άκρα του εξωτερικού κυκλώματος δεν ισούται ποτέ με την ΗΕΔ της πηγής. Σ Λ

27. α. Ο νόμος του Ohm για κλειστό κύκλωμα ισχύει μόνο αν στο εξωτερικό η ηλεκτρική ενέργεια μετατρέπεται αποκλειστικά σε θερμότητα. Σ Λ

β. Στο σημείο που η χαρακτηριστική καμπύλη μιας πηγής τέμνει τον άξονα των I αντιστοιχεί το ρεύμα βραχυκύκλωσης. Σ Λ

γ. Το ρεύμα βραχυκύκλωσης είναι το μέγιστο ρεύμα που μπορεί να διαρρέει μια πηγή και ισούται με $\frac{E}{r}$. Σ Λ

δ. Αν βραχυκυκλώσουμε μια πηγή η πολική της τάση γίνεται ίση με την ΗΕΔ της πηγής. Σ Λ

28. α. Αν η απόδοση ενός αποδέκτη είναι 30% τότε ο συντελεστής απόδοσης είναι ίσος με 0,7. Σ Λ

β. Ο συντελεστής απόδοσης α ενός αποδέκτη που βρίσκεται σε λειτουργία μπορεί να παίρνει τιμές $0<\alpha<1$. Σ Λ

γ. Ένας αποδέκτης με συντελεστή απόδοσης 0,8 από δίδει ωφέλιμη ισχύ 800 W οπότε καταναλώνει ισχύ 1000 W. Σ Λ

δ. Η θερμική ισχύς που αναπτύσσεται σ' έναν αποδέκτη αποτελεί την απώλεια ισχύος του αποδέκτη. Σ Λ

29. α. Όταν η τάση στα άκρα μιας διόδου έχει την ορθή φορά τότε η δίοδος είναι ορθά πολωμένη και δεν άγει το ηλεκτρικό ρεύμα. Σ Λ

β. Όταν η τάση στα άκρα μιας διόδου έχει την ανάστροφη φορά τότε η δίοδος είναι ανάστροφα πολωμένη και δεν άγει το ηλεκτρικό ρεύμα. Σ Λ

γ. Οι δίοδοι συνδέονται σε σειρά με κατάλληλο πυκνωτή ώστε να μην διαρρέονται από μεγάλο ρεύμα και καταστρέφονται. Σ Λ

δ. Για την προστασία μιας συσκευής από λανθασμένη σύνδεση δεν χρησιμοποιείται η δίοδος αλλά ο ροοστάτης. Σ Λ

Συμπληρωση Κενων

Να συμπληρώσετε τα κενά των παρακάτω προτάσεων με τις κατάλληλες λέξεις.

1. Ηλεκτρικό .... ονομάζεται η .... κίνηση ηλεκτρικών φορτίων. Ως .... φορά του ηλεκτρικού ρεύματος στους .... αγωγούς ονομάζουμε τη .... κίνησης των ελεύθερων .... Η αντίθετη από την πραγματική φορά ονομάζεται .... (2 λέξεις) του .... (2 λέξεις).

2. Το φορτίο που διέρχεται από μία .... ενός αγωγού είναι ίσο με .... μέσα σε χρόνο 1 s αν ο αγωγός διαρρέεται από .... ρεύμα έντασης 1 A. Από τις μονάδες 1 A και 1 C το .... είναι παράγωγη μονάδα ενώ το είναι .... μονάδα.

3. Σ' έναν .... το αλγεβρικό .... των .... των ρευμάτων είναι ίσο με .... Ο .... κανόνας του Kirchhoff είναι .... της αρχής .... του .... Ο .... κανόνας του Kirchhoff είναι .... της αρχής .... της ....

4. Η .... του ρεύματος που διαρρέει έναν αντιστάτη σταθερής .... είναι .... της .... που εφαρμόζεται στα άκρα του.
Η αντίσταση ενός μεταλλικού συρμάτινου αγωγού είναι .... του μήκους του αγωγού, αντιστρόφως .... του .... διατομής του αγωγού, εξαρτάται από το .... του αγωγού και τη .... του.

5. Η ηλεκτρική .... μετριέται σε Joule ενώ η ηλεκτρική ισχύς σε .... Η 1 KWh είναι μονάδα μέτρησης .... (2 λέξεις) και ισούται με .... Wh ή με .... Joule.
Μια άλλη μονάδα της θερμότητας, εκτός από το 1 J είναι το 1 cal για το οποίο ισχύει .... = 0,24 ....

ΕΡΩΤΗΣΕΙΣ ΑΝΤΙΣΤΟΙΧΙΣΗΣ

Να αντιστοιχίσετε τα στοιχεία της αριστερής στήλης με αυτά της δεξιάς. Κάποιο στοιχείο της μιας ή της άλλης στήλης μπορεί να περισσεύει.

1.

Φυσικά μεγέθη	*Μονάδες*
1. Ένταση ρεύματος	α. W/S
2. Ηλεκτρικό φορτίο	β. V
3. Ηλεκτρική ενέργεια	γ. J
4. Ηλεκτρική ισχύς	δ. C
5. ΗΕΔ πηγής	ε. A
	στ. W

2.

Στήλη Α	*Στήλη Β*
1. 1 J	α. V · C
2. 1 cal	β. 4,17 J
3. 1 W	γ. 1 J/s
4. 1 Ω	δ. 1V/A
5. 1 C	ε. 1J · s
	στ. 1A · s

3.

Φυσικά μεγέθη	*Μαθηματικές σχέσεις*
1. θερμότητα Joule	α. $P = V \cdot I \cdot q$
2. ωμική αντίσταση	β. $Q = I^2 R \cdot t$
3. ηλεκτρική ισχύς	γ. $α = \frac{P_{ωφ}}{P_{δαπ}}$
4. συντελεστής απόδοσης	δ. $R = \frac{V}{I}$
5. ένταση ηλεκτρικού ρεύματος	ε. $I = \frac{q}{t}$
	στ. $P = V \cdot I$

ΛΥΜΕΝΑ ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΑ

Πρόβλημα 1

Μεταλλικός αγωγός διαρρέεται από ρεύμα έντασης I = 10 A. Πόσα ηλεκτρόνια διέρχονται από μια διατομή του αγωγού σε χρόνο t = 1,6 s; Δίνεται το στοιχειώδες φορτίο e = 1,6 · 10⁻¹⁹C.

Λύση

Δεδομένα	*Ζητούμενα*
$I = 10\ A$	$N = ;$ *ηλεκτρόνια*
$t = 1{,}6\ s$	
$e = 1{,}6 \cdot 10^{-19}\ C$	

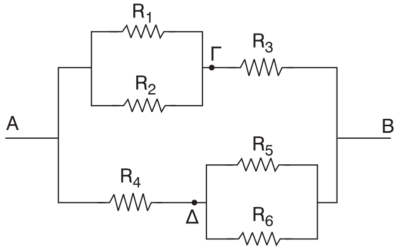
Αν q το φορτίο που περνά από μια διατομή του αγωγού στον χρόνο t και N το πλήθος των ηλεκτρονίων ισχύουν:

$$\left.\begin{array}{l} I = \dfrac{q}{t} \\ \text{και} \\ q = N \cdot e \end{array}\right| \Rightarrow I = \frac{N \cdot e}{t} \Rightarrow N \cdot e = I \cdot t \Rightarrow N = \frac{I \cdot t}{e} \overset{S.I}{\Rightarrow} N = \frac{10 \cdot 1{,}6}{1{,}6 \cdot 10^{-19}} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \boxed{N = 10^{20}}$$

Πρόβλημα 2

Αν όλες οι αντιστάσεις της παρακάτω συνδεσμολογίας είναι 1 Ω, βρείτε την ισοδύναμη (ολική) αντίσταση μεταξύ των σημείων Α και Β.



Δεδομένα	*Ζητούμενα*
$R_1 = R_2 = ... =$	$R_{ολ} = ;$
$R_6 = 1\Omega$	

Λύση

Οι αντιστάσεις R_1 και R_2 του αρχικού κυκλώματος είναι συνδεδεμένες παράλληλα. Αν R_7 η ισοδύναμη αντίσταση των R_1, R_2 έχουμε:

$$\frac{1}{R_7} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \Rightarrow \frac{1}{R_7} = \frac{R_1 + R_2}{R_1 \cdot R_2} \Rightarrow R_7 = \frac{R_1 \cdot R_2}{R_1 + R_2} \overset{S.I}{\Rightarrow}$$

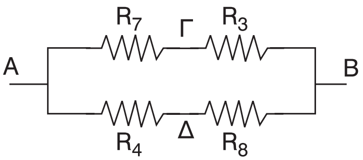
$$\Rightarrow R_7 = \frac{1 \cdot 1}{1 + 1}\,\Omega \Rightarrow \boxed{R_7 = 0{,}5\Omega}$$

Ομοίως, αν R_8 η ισοδύναμη αντίσταση των R_5, R_6 οι οποίες συνδέονται παράλληλα, έχουμε:

$$\frac{1}{R_8} = \frac{1}{R_5} + \frac{1}{R_6} \Rightarrow R_8 = \frac{R_5 \cdot R_6}{R_5 + R_6} \overset{S.I}{\Rightarrow} R_8 = \frac{1 \cdot 1}{1 + 1}\,\Omega \Rightarrow \boxed{R_8 = 0{,}5\ \Omega}$$

Έτσι προκύπτει η επόμενη ισοδύναμη συνδεσμολογία.

Αν R_9 η ισοδύναμη αντίσταση των R_7, R_3 οι οποίες συνδέονται σε σειρά και R_{10} η ισοδύναμη αντίσταση των R_4, R_8 που, επίσης, συνδέονται σε σειρά, έχουμε:

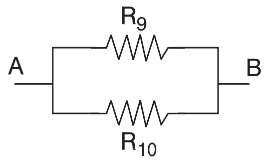


$$R_9 = R_7 + R_3 \overset{S.I}{\Rightarrow} R_9 = (0{,}5 + 1)\ \Omega \Rightarrow \boxed{R_9 = 1{,}5\ \Omega} \text{ και}$$

$$R_{10} = R_4 + R_8 \overset{S.I}{\Rightarrow} R_{10} = (1 + 0{,}5)\Omega \Rightarrow \boxed{R_{10} = 1{,}5\Omega}$$

Έτσι προκύπτει η επόμενη ισοδύναμη συνδεσμολογία.

Αν $R_{ολ}$ η ισοδύναμη αντίσταση των R_9, R_{10} οι οποίες συνδέονται παράλληλα έχουμε:



$$\frac{1}{R_{ολ}} = \frac{1}{R_9} + \frac{1}{R_{10}} \Rightarrow R_{ολ} = \frac{R_9 \cdot R_{10}}{R_9 + R_{10}} \overset{S.I}{\Rightarrow} R_{ολ} = \frac{1{,}5 \cdot 1{,}5}{1{,}5 + 1{,}5}\,\Omega \Rightarrow$$

$$\Rightarrow R_{ολ} = \frac{1{,}5 \cdot 1{,}5}{3}\,\Omega \overset{S.I}{\Rightarrow} R_{ολ} = 0{,}5 \cdot 1{,}5\ \Omega \Rightarrow \boxed{R_{ολ} = 0{,}75\ \Omega}$$

Η αντίσταση $R_{ολ}$ αποτελεί, φυσικά και την ισοδύναμη αντίσταση της αρχικής συνδεσμολογίας. Έτσι τελικά προκύπτει η τελευταία ισοδύναμη συνδεσμολογία.

Πρόβλημα 3

Στο διπλανό κύκλωμα δίνονται $E = 20\ V$, $I = 2\ A$, $R_2 = 3\ \Omega$, $R_3 = 4\ \Omega$, $P_{R_1} = 8\ W$ και $C = 4\ \mu F$. Το σημείο Μ είναι γειωμένο.

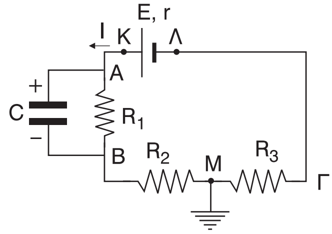
Να βρεθούν:

α. η εσωτερική αντίσταση r της πηγής.

β. το φορτίο q του πυκνωτή.

γ. το δυναμικό του σημείου Β.

δ. η ισχύς που δίνει η πηγή στο εξωτερικό κύκλωμα.



Λύση

Δεδομένα		Ζητούμενα
$E = 20\ V$	$P_{R_1} = 8W$	α. $r = ;$
$I = 2\ A$	$C = 4\mu F = 4 \cdot 10^{-6}\ F$	β. $q = ;$
$R_2 = 3\Omega$		γ. $V_B = 0$
$R_3 = 4\Omega$	$V_M = 0V$	δ. $P_{\varepsilon\xi} = ;$

α. Αρχικά ο πυκνωτής είναι αφόρτιστος οπότε το ρεύμα διακλαδίζεται στο σημείο Α μέχρι να φορτιστεί ο πυκνωτής. Αυτό γίνεται σε πάρα πολύ μικρό χρονικό διάστημα και από τη στιγμή που ο πυκνωτής φορτίστηκε λειτουργεί σαν ανοιχτός διακόπτης, οπότε το ρεύμα πλέον δεν διακλαδίζεται στο σημείο Α. Έτσι όλες οι αντιστάσεις διαρρέονται από ρεύμα $I = 2\ A$.

Για την ισχύ πάνω στην αντίσταση R_1 έχουμε:

$$P_{R_1} = I^2 \cdot R_1 \Rightarrow R_1 = \frac{P_{R_1}}{I^2} \overset{S.I}{\Rightarrow} R_1 = \frac{8}{4}\ \Omega \Rightarrow \boxed{R_1 = 2\ \Omega}$$

Οι αντιστάσεις R_1, R_2, R_3 στο εξωτερικό κύκλωμα συνδέονται σε σειρά και έχουν ισοδύναμη αντίσταση $R_{\varepsilon\xi}$ που είναι:

$$R_{\varepsilon\xi} = R_1 + R_2 + R_3 \overset{S.I}{\Rightarrow} R_{\varepsilon\xi} = (2 + 3 + 4)\ \Omega \Rightarrow \boxed{R_{\varepsilon\xi} = 9\ \Omega}$$

Από το νόμο του Ohm σε κλειστό κύκλωμα έχουμε:

$$I = \frac{E}{R_{o\lambda}} \Rightarrow I \cdot R_{o\lambda} = E \Rightarrow R_{o\lambda} = \frac{E}{I} \overset{S.I}{\Rightarrow} R_{o\lambda} = \frac{20}{2}\ \Omega \overset{S.I}{\Rightarrow} \boxed{R_{o\lambda} = 10\Omega}$$

όπου $R_{o\lambda}$ η ισοδύναμη αντίσταση όλου του κυκλώματος, για την οποία ισχύει:

$$R_{o\lambda} = R_{\varepsilon\xi} + r \Rightarrow r = R_{o\lambda} - R_{\varepsilon\xi} \overset{S.I}{\Rightarrow} r = (10 - 9)\ \Omega \Rightarrow \boxed{r = 1\Omega}$$

β. Η τάση V στα άκρα του πυκνωτή είναι ίση με την τάση V_{AB} στα άκρα της αντίστασης R_1. Οπότε:

$$V = V_{AB} \Rightarrow \frac{q}{C} = I \cdot R_1 \Rightarrow q = I \cdot R_1 \cdot C \overset{S.I}{\Rightarrow} q = 2 \cdot 2 \cdot 4 \cdot 10^{-6}\,C \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \boxed{q = 16 \cdot 10^{-6}\,C}$$

γ. Επειδή το σημείο Μ είναι συνδεδεμένο με αγωγό στη γη (γειωμένο) θα ισχύει: $\boxed{V_M = 0}$

Επίσης,

$$V_{BM} = I \cdot R_2 \overset{S.I}{\Rightarrow} V_{BM} = 2 \cdot 3\,V \Rightarrow \boxed{V_{BM} = 6\,V}$$

Όμως,

$$V_{BM} = V_B - V_M \Rightarrow V_B = V_{BM} + V_M \overset{S.I}{\Rightarrow} V = (6 + 10)V \Rightarrow \boxed{V_B = 6\,V}$$

δ. ***Α΄ Τρόπος:***

Η πολική τάση της πηγής, είναι:

$$V_\Pi = E - I \cdot r \overset{S.I}{\Rightarrow} V_\Pi = (20 - 2 \cdot 1)\,V \Rightarrow \boxed{V_\Pi = 18\,V}$$

Η ισχύς που αποδίδει η πηγής το εξωτερικό κύκλωμα είναι:

$$P_{\varepsilon\xi} = V_\Pi \cdot I \overset{S.I}{\Rightarrow} P_{\varepsilon\xi} = 18 \cdot 2\,W \Rightarrow \boxed{P_{\varepsilon\xi} = 36\,W}$$

Β΄ Τρόπος:

Η ισχύς που δίνει η πηγή σ' όλο το κύκλωμα είναι:

$$P_E = E \cdot I \overset{S.I}{\Rightarrow} P_E = 20 \cdot 2\,W \Rightarrow \boxed{P_E = 40\,W}$$

ενώ η ισχύς που καταναλώνεται στο εσωτερικό της πηγής πάνω στην αντίσταση r είναι:

$$P_r = I^2 \cdot r \overset{S.I}{\Rightarrow} P_r = 4 \cdot 1\,W \Rightarrow \boxed{P_r = 4\,W}$$

Όμως ισχύει:

$$P_E = P_{\varepsilon\xi} + Pr \Rightarrow P_{\varepsilon\xi} = P_E - P_r \overset{S.I}{\Rightarrow} P_E = (40 - 4)\,W \Rightarrow \boxed{P_{\varepsilon\xi} = 36\,W}$$

Πρόβλημα 4

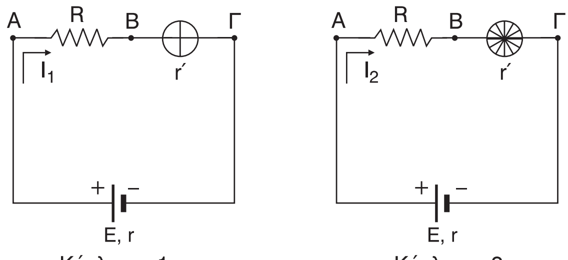
Μία γεννήτρια έχει ηλεκτρεγερτική δύναμη E = 24 V και εσωτερική αντίσταση r = 1 Ω. Το εξωτερικό κύκλωμα αποτελείται από μία αντίσταση R = 3 Ω και έναν ανεμιστήρα. Όταν ο ανεμιστήρας δεν στρέφεται (εμποδίζεται να στραφεί), το ρεύμα έχει ένταση I_1 = 4 A, ενώ όταν ο ανεμιστήρας στρέφεται, το ρεύμα έχει ένταση I_2 = 2 A. Να βρεθεί:

α. η εσωτερική αντίσταση r΄ του ανεμιστήρα.
β. η θερμική ισχύς σε όλο το κύκλωμα, όταν ο ανεμιστήρας στρέφεται.
γ. η μηχανική ισχύς του ανεμιστήρα.
δ. η απόδοση του ανεμιστήρα.

Λύση

Δεδομένα	*Ζητούμενα*
$E = 24\ V$	α. $r = ;$
$r = 1\ \Omega$	β. $P_\theta = ;$
$R = 3\ \Omega$	γ. $P_{\mu\eta\chi} = ;$
$I_1 = 4\ A$	δ. $A = ;$
$I_2 = 2\ A$	

Το κύκλωμα 1 αντιστοιχεί στην περίπτωση που ο ανεμιστήρας εμποδίζεται να στραφεί και το κύκλωμα 2 στην περίπτωση που ο ανεμιστήρας στρέφεται.



Κύκλωμα 1 Κύκλωμα 2

α. Στο κύκλωμα 1 ο ανεμιστήρας εμποδίζεται να στραφεί, οπότε όση ηλεκτρική ισχύς φτάνει σ' αυτόν μετατρέπεται αποκλειστικά σε θερμική ισχύ πάνω στην εσωτερική του αντίσταση r΄. Αν $P_E = EI_1$, η ισχύς που δίνει η γεννήτρια σ' όλο το κύκλωμα, $P_R = I_1^2 \cdot R$, $P_r' = I_1^2 \cdot r'$ και $P_r = I_1^2 r$ η θερμική ισχύς που αναπτύσσεται στις αντιστάσεις R, r΄ και r αντίστοιχα, ισχύει:

$$P_E = P_R + P_r' + P_r \Rightarrow E \cdot I_1 = I_1^2 r + I_1^2 r' + I_1^2 r \xRightarrow{I_1 \neq 0}$$

$$\Rightarrow E = I_1 R + I_1 r' + I_1 r \Rightarrow E - I_1 R - I_1 r = I_1 r' \Rightarrow r' = \frac{E - I_1 R - I_1 r}{I_1} \Rightarrow$$

$$\overset{S.I}{\Rightarrow} \ r' = \frac{24 - 4 \cdot 3 - 4 \cdot 1}{4}\ \Omega \Rightarrow r' = \frac{8}{4}\ \Omega \ \Rightarrow \boxed{r' = 2\ \Omega}$$

Η εσωτερική αντίσταση του ανεμιστήρα είναι σταθερή είτε στρέφεται αυτός είτε όχι αφού αποτελεί χαρακτηριστικό στοιχείο του ανεμιστήρα.

β. Στο κύκλωμα 2, όπου ο ανεμιστήρας στρέφεται, η θερμική ισχύς P_θ που αναπτύσσεται σ' όλο το κύκλωμα ισούται με την ισχύ που καταναλώνεται στις αντιστάσεις του κυκλώματος, δηλαδή:

$$P_\theta = P_R + P_r' + P_r \ \Rightarrow \ P_\theta = I_2^2 R + I_2^2 \cdot r' + I_2^2 \cdot r \Rightarrow$$

$$\Rightarrow P_\theta = I_2^2\,(R + r' + r) \ \overset{S.I}{\Rightarrow} \ P_\theta = 4 \cdot (3 + 2 + 1)\ W \ \Rightarrow \boxed{P_\theta = 24\ W}$$

γ. Όταν ο ανεμιστήρας στρέφεται η ισχύς $P_E = E \cdot I_2$ που δίνει η πηγή σ' όλο το κύκλωμα μετατρέπεται σε θερμική ισχύ P_θ πάνω στις αντιστάσεις και σε μηχανική ισχύ $P_{μηχ}$ στον στρεφόμενο ανεμιστήρα. Οπότε ισχύει:

$$P_E = P_\theta + P_{μηχ} \ \Rightarrow \ E \cdot I_2 = P_\theta + P_{μηχ} \ \Rightarrow \ P_{μηχ} = E \cdot I_2 - P_\theta \ \overset{S.I}{\Rightarrow}$$

$$\Rightarrow P_{μηχ} = (24 \cdot 2 - 24)\ W = (48 - 24)\ W \ \Rightarrow \boxed{P_{μηχ} = 24\ W}$$

δ. ***Α΄ τρόπος:***

Η ηλεκτρική ισχύς $P_{αν}$ που φτάνει στον ανεμιστήρα μετατρέπεται σε θερμική ισχύ P_r' στην εσωτερική του αντίσταση και σε μηχανική ισχύ $P_{μηχ}$ που αποδίδει αυτός, οπότε ισχύει:

$$P_{αν} = P_r' + P_{μηχ} \ \Rightarrow \ P_{αν} = I_2^2 r' + P_{μηχ} \ \overset{S.I}{\Rightarrow} \ P_{αν} = (4 \cdot 2 + 24)\ W \ \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \boxed{P_{αν} = 32\ W}$$

Όμως, η ηλεκτρική ισχύς $P_{αν}$ είναι η ισχύς $P_{δαπ}$ που δαπανάται στον ανεμιστήρα, ενώ η ωφέλιμη ισχύς $P_{ωφ}$ που αποδίδει ο ανεμιστήρας είναι η μηχανική ισχύς $P_{μηχ}$ που αποδίδει ο στρεφόμενος ανεμιστήρας. Έτσι, για το συντελεστή απόδοσης του ανεμιστήρα έχουμε:

$$α = \frac{P_{ωφ}}{P_{δαπ}} \ \xrightarrow[P_{δαπ}=P_{μηχ}]{P_{ωφ}=P_{μηχ}} \ α = \frac{P_{μηχ}}{P_{αν}} \ \overset{S.I}{\Rightarrow} \ α = \frac{24}{32} \ \Rightarrow \ α = \frac{3}{4}.$$

Οπότε η απόδοση του ανεμιστήρα είναι:

$$A = α \cdot 100\% \ \Rightarrow \ A = \frac{3}{4} \cdot 100\% \Rightarrow \ A = 75\%.$$

Πρόβλημα 5

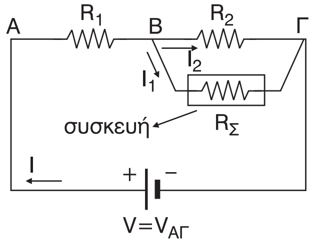
Δύο αντιστάτες με αντιστάσεις $R_1 = R_2 = 40\ \Omega$ συνδέονται σε σειρά. Στα άκρα του συστήματος εφαρμόζουμε τάση $V = 120\ V$. Παράλληλα στον αντιστάτη R_2 συνδέουμε μια θερμική (θερμαντική) συσκευή με χαρακτηριστικά κανονικής λειτουργίας $V_K = 60\ V$ και $P_K = 90\ W$.

α. Να αποδείξετε ότι η συσκευή δεν λειτουργεί κανονικά.

β. Να βρείτε την αντίσταση R_3 ενός άλλου αντιστάτη που πρέπει να αντικαταστήσει τον αντιστάτη R_1, ώστε η συσκευή να λειτουργεί κανονικά.

Λύση

Δεδομένα	***Ζητούμενα***
$R_1 = R_2 = 40\ \Omega$	*α. μη κανονική λειτουργία.*
$V = 120\ V$	*β.* $R_3 = ;$
$V_K = 60\ V$	
$P_K = 90\ W$	



α. Από τα χαρακτηριστικά κανονικής λειτουργίας V_K, P_K υπολογίζουμε το ρεύμα κανονικής λειτουργίας I_K της συσκευής, δηλαδή το ρεύμα που πρέπει να διαρρέει τη συσκευή ώστε να λειτουργεί κανονικά. Έχουμε:

$$P_K = V_K \cdot I_K \Rightarrow I_K = \frac{P_K}{V_K} \overset{S.I}{\Rightarrow} I_K = \frac{90}{60}\,A \Rightarrow I_K = \frac{9}{6}\,A \Rightarrow \boxed{I_K = \frac{3}{2}\,A}$$

Επειδή η συσκευή είναι θερμική θα ισχύει γι' αυτήν ο νόμος του Ohm. Αν R_Σ η αντίσταση της συσκευής και για κανονική λειτουργία έχουμε:

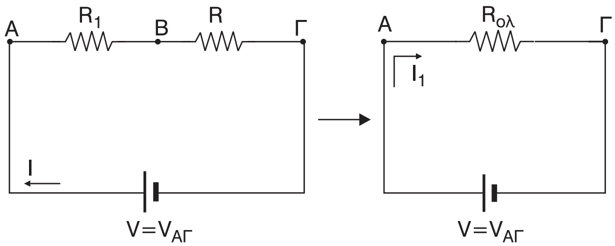
$$R_\Sigma = \frac{V_K}{I_K} \overset{S.I}{\Rightarrow} R_\Sigma = \frac{60}{\frac{3}{2}}\,\Omega \Rightarrow R_\Sigma = \frac{120}{3}\,\Omega \Rightarrow \boxed{R_\Sigma = 40\ \Omega}$$

Αν R είναι η ισοδύναμη αντίσταση των R_2, R_Σ που είναι συνδεδεμένες παράλληλα έχουμε:

$$\frac{1}{R} = \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_\Sigma} \Rightarrow R = \frac{R_2 \cdot R_\Sigma}{R_2 + R\Sigma} \overset{S.I}{\Rightarrow} R = \frac{40 \cdot 40}{40 + 40}\,\Omega \Rightarrow$$

$$\Rightarrow R = \frac{40 \cdot 40}{2 \cdot 40}\,\Omega \Rightarrow \boxed{R = 20\ \Omega}$$

Έτσι προκύπτουν τα παρακάτω ισοδύναμα κυκλώματα 1, 2.



Κύκλωμα 1 Κύκλωμα 2

Η ισοδύναμη αντίσταση $R_{ολ}$ των R_1, R που είναι συνδεδεμένες σε σειρά θα είναι:

$$R_{ολ} = R_1 + R \overset{S.I}{\Rightarrow} R_{ολ} = (40 + 20)\ \Omega \Rightarrow \boxed{R_{ολ} = 60\Omega}$$

Οπότε:

$$I = \frac{V_{ΑΓ}}{R_{ολ}} \xRightarrow{V_{ΑΓ}=V} I = \frac{V}{R_{ολ}} \overset{S.I}{\Rightarrow} I = \frac{120}{60}\ A \Rightarrow \boxed{I = 2\ A}$$

Στο κύκλωμα 1 έχουμε:

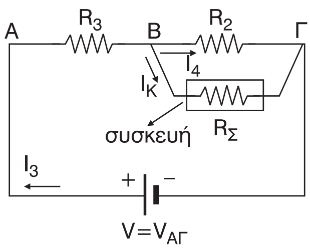
$$V_{ΒΓ} = I \cdot R \overset{S.I}{\Rightarrow} V_{ΒΓ} = 2 \cdot 20V \Rightarrow \boxed{V_{ΒΓ} = 40\ V}$$

Από το αρχικό κύκλωμα έχουμε:

$$I_1 = \frac{V_{ΒΓ}}{R_Σ} \overset{S.I}{\Rightarrow} I_1 = \frac{40}{40}\ A \Rightarrow \boxed{I_1 = 1\ A}$$

Δηλαδή $I_1 < I_K$. Άρα η συσκευή δεν λειτουργεί κανονικά και μάλιστα υπολειτουργεί. (Στο ίδιο συμπέρασμα καταλήγουμε αν σκεφτούμε ότι $V_{ΒΓ} < V_K$).

β. Στο αρχικό κύκλωμα αντικαθιστούμε την αντίσταση R_1 με την αντίσταση R_3 με αποτέλεσμα η συσκευή να λειτουργεί κανονικά. Το ρεύμα που διαρρέει την πηγή είναι τώρα διαφορετικό, έστω I_3, ενώ η συσκευή διαρρέεται από ρεύμα ίσο με το ρεύμα κανονικής λειτουργίας της I_K.



Η τάση $V_{ΒΓ}$ στα άκρα της συσκευής και της αντίστασης R_2 είναι ίση με την τάση κανονικής λειτουργίας V_K. Έτσι έχουμε:

$$V_{ΒΓ} = I_4 \cdot R \Rightarrow V_K = I_4 \cdot R_2 \Rightarrow I_4 = \frac{V_K}{R_2} \overset{S.I}{\Rightarrow} I_4 = \frac{60}{40}\ A \Rightarrow \boxed{I_4 = \frac{3}{2}\ A}$$

Στον κόμβο Β από τον 1ο κανόνα του Kirchhoff έχουμε:

$$I_3 = I_4 + I_K \overset{S.I}{\Rightarrow} I_3 = \left(\frac{3}{2} + \frac{3}{2}\right) A \Rightarrow \boxed{I_3 = 3\ A}$$

Επίσης:

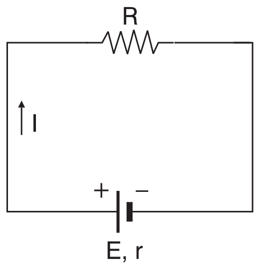
$$V_{A\Gamma} = V_{AB} + V_{\Gamma} \xRightarrow{V_{A\Gamma}=V} V = V_{AB} + V_{B\Gamma} \xRightarrow{V_{B\Gamma}=V_K} V_{AB} = V - V_K \xRightarrow{V_{A\Gamma}=I_3R_3}$$

$$\Rightarrow I_3R_3 = V - VK \Rightarrow R_3 = \frac{V - V_K}{I} \overset{S.I}{\Rightarrow} R_3 = \frac{120 - 60}{3}\,\Omega = \frac{60}{3}\,\Omega \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \boxed{R_3 = 20\ \Omega}$$

Πρόβλημα 6

Κύκλωμα περιλαμβάνει πηγή, με ΗΕΔ Ε και εσωτερική αντίσταση r, και αντιστάτη με αντίσταση R όπως φαίνεται στο σχήμα.



α. Βρείτε ποια είναι η μέγιστη τιμή της ισχύος $P_{εξ,max}$ που μπορεί να δώσει η πηγή στο εξωτερικό κύκλωμα.

β. Ποια συνθήκη πρέπει να ισχύει ώστε η πηγή να δίνει τη μέγιστη δυνατή ισχύ στο εξωτερικό κύκλωμα;

Λύση

Α΄ Τρόπος (Μέθοδος διακρίνουσας)

α. Η ηλεκτρική ισχύς $P_E = E \cdot I$ που δίνει η πηγή σε όλο το κύκλωμα καταναλώνεται κατά ένα μέρος $P_{εξ}$ στο εξωτερικό κύκλωμα και κατά το υπόλοιπο $P_r = I^2 \cdot r$ στην εσωτερική αντίσταση της πηγής ως θερμικής ισχύς. Έτσι έχουμε:

$$P = P_{εξ} + P_r \Rightarrow E \cdot I = P_{εξ} + I^2 r \Rightarrow I^2 \cdot r + P_{εξ} - E \cdot I = 0 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \boxed{rI^2 - E \cdot I + P_{εξ} = 0} \quad (1)$$

Η εξίσωση (1) είναι μια δευτεροβάθμια εξίσωση με άγνωστο το: I ($αx^2 + βx + γ = 0$) η οποία έχει λύσεις πραγματικές. Άρα για τη διακρίνουσα Δ θα ισχύει:

$$Δ \geq 0 \Rightarrow β^2 - 4αγ \geq 0 \Rightarrow (-E)^2 - 4 \cdot r \cdot P_{εξ} \Rightarrow 0$$

$E^2 - 4rP_{εξ} \geq 0 \Rightarrow E^2 \geq 4 \cdot r \cdot P_{εξ} \Rightarrow P_{εξ} \geq \frac{E^2}{4r}$ Άρα:

$$\boxed{P_{εξ,max} = \frac{E^2}{4r}} \quad (2)$$

β. Είναι φανερό ότι όταν $P_{εξ} = P_{εξ,max} = \frac{E^2}{4r}$ τότε η διακρίνουσα είναι $Δ = 0$, οπότε η εξίσωση (1) έχει μία διπλή λύση την:

$$I = \frac{-β}{2α} \Rightarrow I = \frac{-(-E)}{2r} \Rightarrow \boxed{I = \frac{E}{2r}} \quad (3)$$

Όμως, από το νόμο του Ohm για κλειστό κύκλωμα ισχύει και

$$I = \frac{E}{R_{ολ}} \xRightarrow{R_{ολ}=R+r} I = \frac{E}{R+r} \overset{(3)}{\Rightarrow} \frac{E}{2r} = \frac{E}{R+r} \overset{E\neq 0}{\Rightarrow} \frac{1}{2r} = \frac{1}{R+r} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 2r = R + r \Rightarrow 2r - r = R \Rightarrow \boxed{R = r} \quad (4)$$

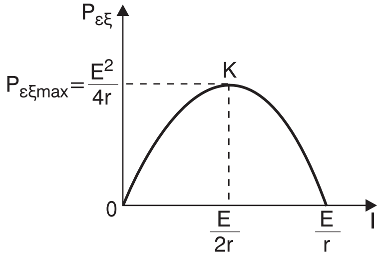
«Δηλαδή για να δίνει η πηγή τη μέγιστη δυνατή ισχύ στο εξωτερικό κύκλωμα πρέπει R = r. (η αντίσταση του εξωτερικού κυκλώματος να είναι ίση με την εσωτερική αντίσταση της πηγής)».

Β΄ τρόπος (Μέθοδος γραφικής παράστασης)

α. Ισχύει: $P = P_{εξ} + P_r \Rightarrow E \cdot I = P_{εξ} + I^2 \cdot r \Rightarrow E \cdot I - I^2 \cdot r = P_{εξ} \Rightarrow$

$$\Rightarrow \boxed{P_{εξ} = -r\,I^2 + E \cdot I} \quad (5)$$

Η σχέση (5) είναι στη μορφή $ψ = αx^2 + βx + γ$ με: $ψ \to P_{εξ}$, $x \to I$, $α \to -r^2$, $β \to E$, $γ \to 0$. Η γραφική παράσταση $P_{εξ} = f(I)$ παριστάνει παραβολή με τα κοίλα προς τα κάτω όπως φαίνεται στο σχήμα.



Η κορυφή Κ της παραβολής, όπως γνωρίζουμε από τη μαθηματική μελέτη, έχει:

τετμημένη: $I = \frac{-β}{2α} = \frac{-E}{2(-r)} \Rightarrow$

$$\Rightarrow \boxed{I = \frac{E}{2r}} \quad \text{και}$$

τεταγμένη: $P_{εξ} = \frac{-Δ}{4α} = \frac{-(β^2 - 4αγ)}{4α} = \frac{-[E^2 - 4 \cdot (-r) \cdot 0]}{4(-r)} = \frac{-E^2}{-4r} \Rightarrow$

$$\Rightarrow \boxed{P_{εξ} = \frac{E^2}{4r}}$$

Όμως στην κορυφή Κ αντιστοιχεί η μέγιστη τιμή της εξωτερικής ισχύος. Δηλαδή:

$$\boxed{P_{εξmax} = \frac{E^2}{4r}}$$

β. Όπως δείξαμε στο ερώτημα α. όταν $P_{εξ} = P_{εξ,max} = \frac{E^2}{4r}$ τότε $I = \frac{E}{2r}$.

Όμως είναι και $I = \frac{E}{R_{ολ}} \Rightarrow I = \frac{E}{R + r}$. Άρα:

$$\frac{E}{2r} = \frac{E}{R + r} \Rightarrow 2r = R + r \Rightarrow \boxed{R = r}$$

Δηλαδή καταλήγουμε στην ίδια συνθήκη όπως και με τον Α' τρόπο!

ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΑ ΓΙΑ ΛΥΣΗ

1. Ο ρυθμός ροής του ηλεκτρικού φορτίου κατά τις χρονικές στιγμές $t_1 = 3s$ και $t_2 = 4s$ από μια διατομή ενός μεταλλικού αγωγού είναι αντίστοιχα 90 $\frac{C}{min}$ και 7 $\frac{C}{s}$. Βρείτε την ένταση του ρεύματος σε Ampere κατά τις χρονικές στιγμές t_1 και t_2.

[Απ. $I_1 = 1{,}5$ A τη στιγμή t_1 και $I_2 = 7$ A τη στιγμή t_2].

2. Μεταλλικός αγωγός διαρρέεται από ρεύμα σταθερής έτνασης I και σε χρόνο $t = 320$ s διέρχονται, από μια διατομή του αγωγού, $N = 10^{22}$ ηλεκτρόνια. Αν το στοιχειώδες φορτίο είναι $e = 1{,}6 \cdot 10^{-19}$ C, να βρεθεί η ένταση I του ρεύματος.

[Απ. I = 5 A].

3. Αντιστάτης με αντίσταση $R = 10\Omega$ συνδέεται στους πόλους πηγής με πολική τάση $V = 100$ V.

α. Βρείτε την ένταση I του ρεύματος που διαρρέει την πηγή.

β. Στη συνέχεια συνδέουμε σε σειρά με τον αντιστάτη R έναν δεύτερο αντιστάτη αντίστασης R_1 και παρατηρούμε ότι ο αντιστάτης R διαρρέεται από ρεύμα $I_1 = 4$ A. Βρείτε την τιμή της αντίστασης R_1.

[Απ. α. I = 10 A β. $R_1 = 15\ \Omega$].

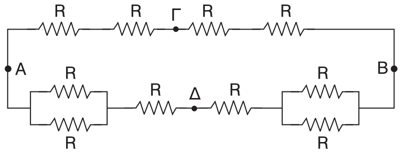
4. Μεταλλικός αγωγός του οποίου η θερμοκρασία διατηρείται σταθερή, διαρρέεται από ρεύμα έντασης 5 A, όταν η τάση στα άκρα του είναι 20 V.

α. Βρείτε την αντίσταση του αγωγού.

β. Αν διπλασιάσουμε την τάση στα άκρα του αγωγού βρείτε την τιμή της αντίστασης για την νέα τιμή της τάσης καθώς και την ένταση του ρεύματος που διαρρέει τώρα τον αγωγό.

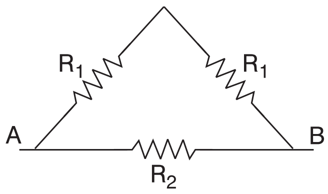
[Απ. α. R = 4 Ω β. $R_1 = R = 4\ \Omega$ $I_1 = 10$ A]

5. Στη συνδεσμολογία του σχήματος είναι $R = 2\Omega$. Βρείτε την ισοδύναμη αντίσταση της συνδεσμολογίας αν οι πόλοι της πηγής συνδεθούν:
α. στα σημεία Α και Β.
β. στα σημεία Γ και Δ.
γ. στα σημεία Α και Δ.
δ. στα σημεία Β και Γ.



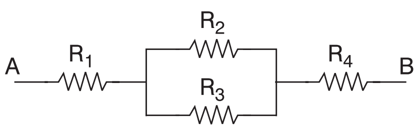
[Απ. α. $R_{ολ} = \dfrac{24}{7}$ β. $R_{ολ} = 3{,}5\ \Omega$ γ. $R_{ολ} = \dfrac{33}{14}\ \Omega$ δ. $R_{ολ} = \dfrac{20}{7}\ \Omega$].

6. Στη συνδεσμολογία του σχήματος είναι $R_1 = 2\Omega$ και $R_2 = 4\Omega$.
Βρείτε την ολική αντίσταση μεταξύ των σημείων Α και Β της συνδεσμολογίας.



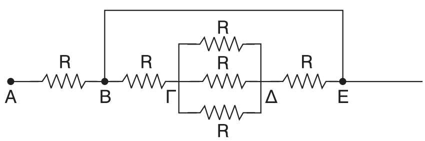
[Απ. $R_{ολ} = 2\ \Omega$].

7. Στην συνδεσμολογία του σχήματος είναι $R_1 = 5\ \Omega$, $P_2 = 20$ και $R_4 = 3\ \Omega$. Αν η ολική αντίσταση της συνδεσμολογίας μεταξύ των σημείων Α και Β είναι $R_{ολ} = 20\ \Omega$, βρείτε την αντίσταση R_4.



[Απ. $R_4 = 30\ \Omega$]

8. Στη συνδεσμολογία του σχήματος είναι $R = 7\ \Omega$. Αν τα σημεία Β και Ε είναι βραχυκυκλωμένα, βρείτε την ολική αντίσταση μεταξύ των σημείων Α και Ε της συνδεσμολογίας.

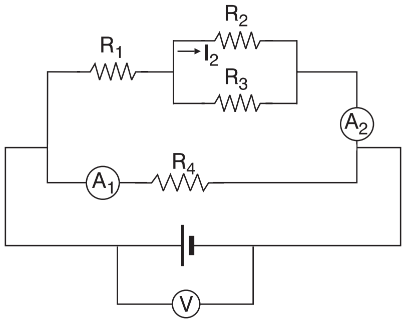


[Απ. $R_{ολ} = 11\ \Omega$]

9. Στη συνδεσμολογία του σχήματος τα αμπερόμετρα A_1, A_2 και το βολτόμετρο V είναι ιδανικά. Επίσης δίνονται ότι: $R_1 = 10\ \Omega$, $R_2 = 40\ \Omega$, $R_3 = 60\ \Omega$, $R_4 = 20\ \Omega$ και $I_2 = 2$ A.

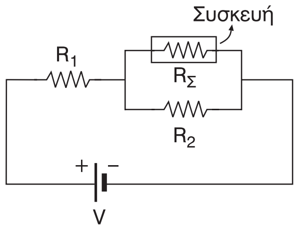
α. Βρείτε τις ενδείξεις των αμπερομέτρων.

β. Βρείτε την ένδειξη του βολτομέτρου.



[Απ. α. $A_1 = \frac{17}{3}$ **A ,** $A_2 = \frac{10}{3}$ **A β.** $\frac{340}{3}$ **V]**

10. Τα στοιχεία κανονικής λειτουργίας της θερμαντικής συσκευής του σχήματος, η οποία λειτουργεί κανονικά είναι (220 W, 220 V). Αν είναι $R_1 = 90\ \Omega$ και $R_2 = 220\ \Omega$, βρείτε την πολική τάση V της πηγής.

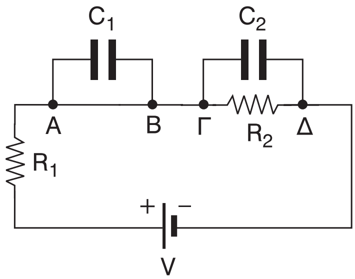


[Απ. V = 400 V]

11. Στο κύκλωμα του σχήματος η πολική τάση της πηγής είναι V = 20 V. Αν $R_1 = 3\Omega$, $R_2 = 7\ \Omega$, $C_1 = 3\ \mu F$ $C_2 = 5\ \mu F$ να βρείτε:

α. το φορτίο Q_1 και την ηλεκτρική ενέργεια U_1 του πυκνωτή με χωρητικότητα C.

β. το φορτίο Q_2 και την ηλεκτρική ενέργεια U_2 του πυκνωτή με χωρητικότητα C_2.

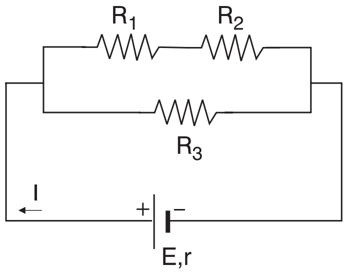


Δίνεται ότι η πηγή διαρρέεται από σταθερό ρεύμα.

[Απ. α. $Q_1 = 0$ **C,** $U_1 = 0$ **J**

β. $Q_2 = 7\ 10^{-5}$ **C,** $U_2 = 49 \cdot 10^{-5}$ **J]**

12. Στο κύκλωμα του σχήματος το ρεύμα I που διαρρέει την πηγή είναι ίσο με το $\frac{1}{6}$ του ρεύματος βραχυκύκλωσης της πηγής. Αν $R_1 = R_2 = 10\ \Omega$ και $R_3 = 20\ \Omega$ βρείτε:

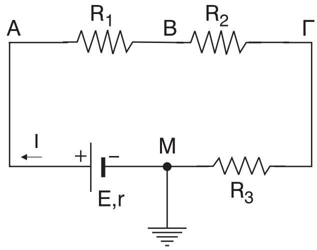


α. την ΗΕΔ Ε της πηγής και την εσωτερική της αντίσταση r.

β. το λόγο $\frac{P_{εξ}}{P_E}$ της ισχύος που δίνει η πηγή στο εξωτερικό κύκλωμα προς την ισχύ που δίνει η πηγή σε όλο το κύκλωμα.

[Απ. α. $E = 48$ V, $r = 2\ \Omega$, β. $\frac{P_{εξ}}{P_E} = \frac{5}{6}$]

13. Στο κύκλωμα του σχήματος το σημείο Μ είναι γειωμένο. Αν δίνονται ότι $E = 90$ V, $R_1 = 5\ \Omega$, $R_2 = 10\ \Omega$, $R_3 = 14\ \Omega$ και $V_Γ = 42$ V, να βρεθούν:



α. η ένταση I του ρεύματος που διαρρέει την πηγή

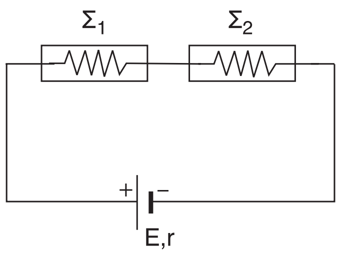
β. η εσωτερική αντίσταση r της πηγής

γ. η πτώση τάσης πάνω στην αντίσταση R_1

δ. η διαφορά δυναμικού $V_{ΓΒ}$.

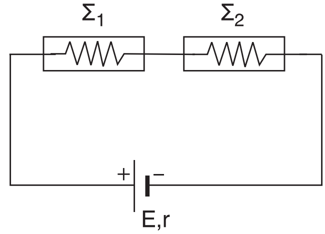
[Απ. α. $I = 3$ A β. $r = 1\ \Omega$ γ. $V_{R_1} = V_{AB} = 15$ V δ. $V_{ΓΒ} = -30$ V]

14. Οι θερμικές συσκευές $Σ_1$ και $Σ_2$ στο κύκλωμα του σχήματος έχουν στοιχεία κανονικής λειτουργίας: $Σ_1$ (11W, 22V) και $Σ_2$ (10W, 10V). Η ΗΕΔ της πηγής είναι $E = 33$ V και η εσωτερική της αντίσταση είναι $r = 1\ \Omega$. Ποια από τις δύο συσκευές λειτουργεί κανονικά, υπολειτουργεί ή υπερλειτουργεί; Ποια αντίσταση R πρέπει να συνδέσουμε παράλληλα στη συσκευή $Σ_1$ ώστε και οι δύο συσκευές να λειτουργούν κανονικά;



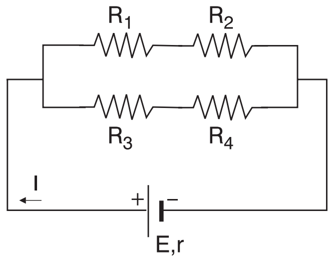
[Απ. Η $Σ_1$ υπερλειτουργεί και η $Σ_2$ υπολειτουργεί. $R = 44\ \Omega$]

15. Οι θερμικές συσκευές $Σ_1$ και $Σ_2$ στο κύκλωμα του σχήματος έχουν στοιχεία κανονικής λειτουργίας: $Σ_1$ (16V, 4W) και $Σ_2$ (24V, 6W). Η ΗΕΔ της πηγής είναι $E = 42{,}5$ V και η εσωτερική της αντίσταση είναι $r = 2\ Ω$. Ποια από τις δύο συσκευές λειτουργεί κανονικά, υπολειτουργεί ή υπερλειτουργεί; Ποια αντίσταση R πρέπει να συνδέσουμε σε σεριά με τις δύο συσκευές ώστε να λειτουργούν και οι δύο κανονικά;



[Απ. Και οι δύο συσκευές υπερλειτουργούν. R = 8 Ω]

16. Στο κύκλωμα του σχήματος είναι $E = 12$ V, $r = 2\ Ω$, $R_1 = 1\ Ω$, $R_2 = 3\ Ω$ και $P_3 = 2\ Ω$. Αν γνωρίζετε ότι η ισχύς που δίνει η πηγή στο εξωτερικό κύκλωμα, είναι η μέγιστη δυνατή, να βρείτε:



α. την ένταση του ρευματος που διαρρέει την πηγή.

β. την τιμή της αντίστασης R_4

γ. το λόγο $\frac{P_{εξ}}{P_r}$ της ισχύος που καταναλώνεται στο εξωτερικό κύκλωμα, προς την ισχύ που καταναλώνεται στο εσωτερικό της πηγής.

[Απ. α. I = 3 A β. $R_4 = 2\ Ω$ γ. $\frac{P_{εξ}}{P_r} = 1$.
Δείτε πρώτα το λυμένο πρόβλημα 6 του παρόντος βιβλίου.]

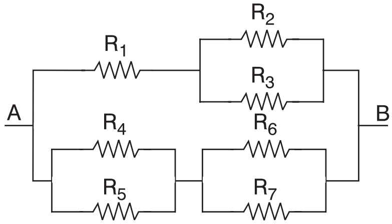
17. Κύκλωμα περιλαμβάνει ηλεκτρική πηγή με εσωτερική αντίσταση $r = 3\ Ω$ και εξωτερικό κύκλωμα που αποτελείται μόνο από ωμικές αντιστάσεις. Αν η ένταση, του ρεύματος βραχυκύκλωσης της πηγής, είναι διπλάσιο της ένταση του ρεύματος που διαρρέει την πηγή, στο παραπάνω κύκλωμα, βρείτε:

α. την ισοδύναμη αντίσταση στο εξωτερικό μέρος του κυκλώματος.

β. το λόγο $\frac{V_Π}{E}$ της πολικής τάσης της πηγής προς την ηλεκτρεγερτική της δύναμη.

$$\left[\textbf{Απ. α. } R_{εξ} = 3\ Ω \quad \textbf{β. } \frac{V_Π}{E} = \frac{1}{2}\right]$$

18. Αν η ολική αντίσταση της συνδεσμολογίας μεταξύ των σημείων Α και Β είναι $R_{ολ}$ = 1,1 Ω, βρείτε την τιμή της αντίστασης R_5. Δίνονται: R_1 = 1 Ω, R_2 = 2Ω, R_3 = 3 Ω, R_4 = 1 Ω, R_6 = 2,8 Ω και R_7 = 2,8 Ω. Αν στη συνέχεια τα άκρα Α, Β της συνδεσμολογίας συνδεθούν με τους πόλους πηγής ΗΕΔ Ε = 10 V και εσωτερικής αντίστασης r = 0,9 Ω βρείτε την θερμική ισχύ που αναπτύσσεται στις αντιστάσεις R_1 και R_4.



[Απ. R_5 = 4 Ω, P_{R1} = 6,25 W, P_{R4} = 4W]

19. Η εσωτερική αντίσταση ενός ηλεκτρικού κινητήρα οφείλεται σε σύρμα από κονσταντάκη μήκους 2 m, εμβαδού διατομής 2 mm^2 και σταθερής ειδικής αντίστασης 10^{-6} Ωm. Ο κινητήρας έχει στοιχεία κανονικής λειτουργίας (10 W, 5 V) και συνδέεται στους πόλους ηλεκτρικής πηγή με ΗΕΔ Ε = 7 V και εσωτερική αντίσταση r. Όταν ο κινητήρας εμποδίζεται για λίγο να στραφεί, διαρρέεται από ρεύμα 3,5 Α ενώ όταν στρέφεται ανεμπόδιστα τότε λειτουργεί κανονικά. Βρείτε:

α. την εσωτερική αντίσταση r της πηγής

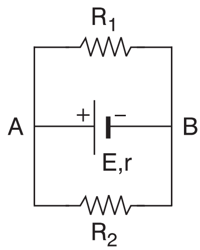
β. την τάση V_1 στα άκρα του κινητήρα όταν αυτός εμποδίζεται να στραφεί

γ. την μηχανική ισχύ $P_{μηχ}$ που αποδίδει ο κινητήρας όταν στρέφεται

δ. το συντελεστή ισχύος του κινητήρα (ευνοείται όταν στρέφεται).

[Απ. α r = 1 Ω β. V_1 = 3,5 V γ. $P_{μηχ}$ = 6 W δ. α = 0,6]

20. Αν στο κύκλωμα του σχήματος είναι Ε = 50 V, r = 2 , R_1 = 10 Ω και R_2 = 40 Ω, να βρεθούν:



α. Οι εντάσεις των ρευμάτων που διαρρέουν τους τρεις κλάδους του κυκλώματος

β. η ηλεκτρική ισχύς που δίνει η πηγή σε όλο το κύκλωμα

γ. η θερμική ισχύς που αναπτύσσεται στην αντίσταση R_1 και στην αντίσταση R_2.

δ. η ηλεκτρική ισχύς που δίνει η πηγή στο εξωτερικό κύκλωμα ε. η θερμότητα που αναπτύσσεται στο εσωτερικό της πηγής σε χρόνο 1 min.

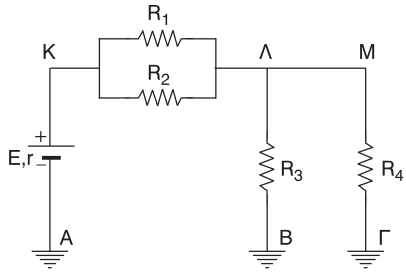
[Απ. α. $I = 5$ A, $I_1 = 4$ A, $I_2 = 1$ A β. $P_E = 250$ W γ. $P_{R_1} = 160$ W $P_{R_2} = 40$ W δ. $P_{εξ} = 200$ W ε. $Q_r = 3000$ J]

21. Τα σημεία Α, Β, Γ στο κύκλωμα του σχήματος είναι γινόμενα. Αν είναι γνωστό ότι $E = 88$ V, $r = 1$ Ω, $R_1 = R_3 = 35$ Ω, και $R_2 = R_4 = 15$ Ω

α. βρείτε την ένταση του ρεύματος που διαρρέει την πηγή

β. δείξτε ότι $V_K = 2V_Λ$

γ. βρείτε το δυναμικό του σημείου Μ



[Απ. α. $I = 4$ A β. $V_K = 84$ V, $V_Λ = 42$ V γ. $V_M = 42$ V]

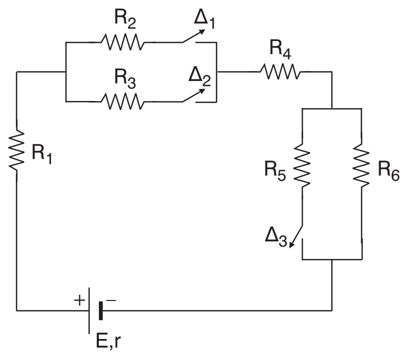
22. Στο κύκλωμα του σχήματος δίνονται $R_1 = 3$ Ω, $R_2 = R_3 = 2$Ω, $R_4 = 2$Ω, $R_5 = R_6 = 2$Ω, $E = 90$ V και $r = 1$ Ω. Βρείτε την ένταση του ρεύματος που διαρρέει την πηγή όταν,

α. οι διακόπτες $Δ_1$, $Δ_2$, $Δ_3$ είναι ανοιχτοί

β. οι διακόπτες $Δ_1$, $Δ_3$ είναι ανοιχτοί και ο $Δ_2$ κλειστός

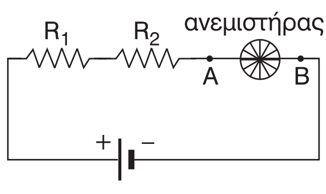
γ. ο διακόπτης $Δ_2$ είναι ανοιχτός και οι $Δ_1$, $Δ_3$ κλειστοί

δ. ο διακόπτης $Δ_1$, $Δ_2$, $Δ_3$ είναι κλειστοί.



[Απ. α $I_1 = 0$ β. $I_2 = 9$A γ. $I_3 = 10$ A δ. $I_4 = 11{,}25$ A]

23. Ο ανεμιστήρας στο κύκλωμα του σχήματος έχει απόδοση 80% και αποδίδει μηχανική ισχύ 160 W. Η τάση στα άκρα Α και Β του ανεμιστήρα είναι $V_{AB} = 100$ V. Αν $R_1 = 230$ Ω, $R_2 = 25$ Ω και



Ε = 200 V να υπολογίσετε:

α. την ηλεκτρική ισχύ που καταναλώνει ο ανεμιστήρας

β. την ένταση του ρεύματος που διαρρέει τον ανεμιστήρα

γ. την εσωτερική αντίσταση του ανεμιστήρα

δ. την εσωτερική αντίσταση της πηγής

ε. την ισχύ που δίνει η πηγή σε όλο το κύκλωμα

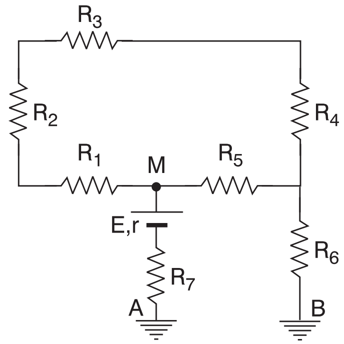
στ. τη θερμική ισχύ που αναπτύσσεται στο εξωτερικό κύκλωμα

ζ. την ωφέλιμη ενέργεια που αποδίδει ο ανεμιστήρας σε μία ώρα

η. την ηλεκτρική ενέργεια σε KWh, που καταναλώνει ο ανεμιστήρας αν λειτουργεί για τρεις ώρες.

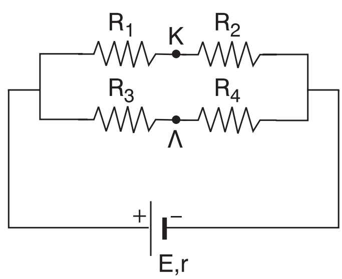
[Απ. α. $P_{δαπ}$ = 200 W β. I = 2 A γ. R_a = 10 Ω δ. r = 2 Ω ε. P_E = 400 W στ. $P_{θεξ}$ = 232 W ζ. $W_{ωφ}$ = 576 · 10^3 στ. $W_{δαπ}$ = 0,6 KWh]

24. Βρείτε τις εντάσεις των ρευμάτων που διαρρέουν τους τρεις κλάδους του κυκλώματος αν γνωρίζετε ότι τα σημεία Α, Β είναι γειωμένα και R_1 = 0,5 Ω, R_2 = 1Ω, R_3 = 2 Ω, R_4 = 4,5 Ω, R_5 = 2 Ω R_6 = 1,3 Ω, R_7 = 1,8 Ω r = 1,3 Ω και Ε = 60 V. Ποιο το δυναμικό του σημείου Μ;



[Απ. I = 10 A, I_1 = 2 A, I_2 = 8A και V_M = 29 V]

25. Για τα στοιχεία στο κύκλωμα του σχήματος γνωρίζουμε ότι R_1 = R_4 = 60Ω, R_2 = R_3 = 40 Ω, Ε = 208 V και ρ = 2 Ω. Κάποια στιγμή βραχυκυκλώνουμε τα σημεία Κ και Λ. Να υπολογίσετε τόσο πριν όσο και μετά το βραχυκύκλωμα



α. την ισοδύναμη αντίσταση του εξωτερικού κυκλώματος

β. την ισοδύναμη αντίσταση όλου του κυκλώματος

γ. την ένταση του ρεύματος που διαρρέει την πηγή

δ. την πολική τάση της πηγής

ε. την ισχύ που δίνει η πηγή σ’ όλο το κύκλωμα.

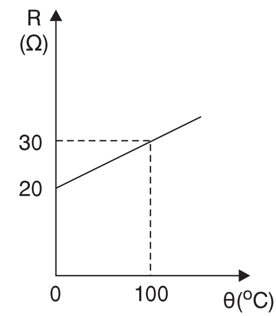
[Απ. $R_{εξ1}$ = 50 Ω, $R_{εξ2}$ = 48 Ω β. $R_{ολ1}$ = 52 Ω, $R_{ολ2}$ = 50 Ω
γ. I_1 = 4A, I_2 = 4,16 A δ. $V_{Π1}$ = 200 V, $V_{Π2}$ = 199,68 V
ε. P_{E1} = 832 W P_{E2} = 865,28 W]

26. Ηλεκτρικός βραστήρας χωρητικότητας 2 λίτρων (2 L) είναι γεμάτος με νερό πυκνότητας $10^3 \frac{\text{Kg}}{\text{m}^3}$. Ο βραστήρας έχει αντίσταση 5 Ω και χρειάζεται να λειτουργήσει 1 min σε τάση 220 V για να ζεστάνει το νερό που περιέχει από τους 20˚C στους 80˚C. Κατά τη διάρκεια της θέρμανσης του νερού βρείτε πόση θερμότητα “χάνεται” (αποβάλλεται) στο περιβάλλον. Δίνεται η ειδική θερμότητα του νερού $c = 1 \frac{\text{cal}}{\text{gr grad}}$ και ότι 1 cal = 4,17 J.

Υπενθύμιση:
Από τη σχέση $Q = m \cdot c \cdot Δθ$ (θεμελιώδης νόμος της θερμιδομετρίας) υπολογίζουμε το ποσό θερμότητας που πρέπει να απορροφήσει σώμα μάζας m και ειδικής θερμότητας c ώστε να αυξηθεί η θερμοκρασία του κατά ΔΘ.

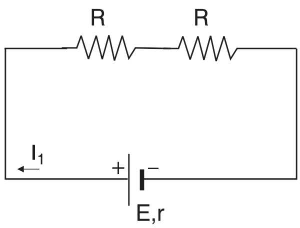
[Απ. $Q_{απ}$ = 80400 J]

27. Από τη γραφική παράσταση R = f(θ) της αντίστασης ενός μεταλλικού σύρματος σταθερών διαστάσεων σε συνάρτηση με τη θερμοκρασία να υπολογίσετε το υλικό από το οποίο είναι κατασκευασμένος ο αγωγός. Συμβουλευτείτε το σχετικό πίνακα του σχολικού βιβλίου που αναφέρεται στους θερμικούς συντελεστές διαφόρων υλικών.

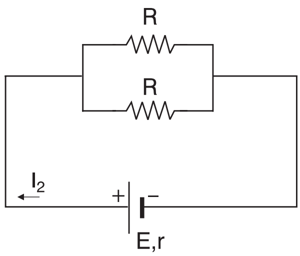


[Απ. Σίδηρος]

28.



Κύκλωμα 1



Κύκλωμα 2

α. Αν για τα κυκλώματα του σχήματος ισχύει $\frac{I_1}{I_2} = \frac{1}{3}$, να βρείτε το λόγο $\frac{r}{R}$.

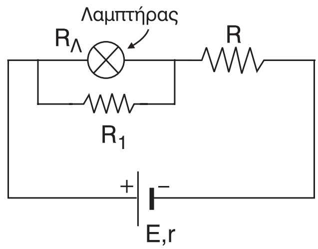
β. Αν στη συνέχεια μας γνωστοποιήσουν τα εξής στοιχεία R = 4 Ω και E = 9 V, βρείτε την ισχύ που δίνει η πηγή στο κύκλωμα 1 και στο κύκλωμα 2.

[Απ. α. $\frac{r}{R} = \frac{1}{4}$ β. $P_{E_1} = 9$ W $R_{E_2} = 27$ W]

29. Διαθέτουμε τρεις αντιστάσεις R_1 = 10 V, R_2 = 40 Ω και R_3 = 30 Ω. Με ποιον τρόπο πρέπει να συνδέσουμε μεταξύ τους τις τρεις αντιστάσεις ώστε, αν στη συνέχεια τη συνδεσμολογία που θα προκύψει τη συνδέσουμε σε σειρά με μια θερμική συσκευή αυτή να λειτουργεί κανονικά αν όλη η διάταξη συνδεθεί στους πόλους πηγής με ΗΕΔ E = 80 V και εσωτερική αντίσταση r = 1 Ω. Τα χαρακτηριστικά κανονικής λειτουργίας της συσκευής είναι (48 V, 96 W).

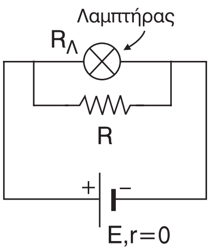
[Απ. οι R_1, R_2 σε σειρά και η συνδεσμολογία που προκύπτει παράλληλα με την R_3.]

30. Στο κύκλωμα του σχήματος γνωρίζουμε ότι $R_Λ$ = 80 Ω, R_1 = 20Ω, R = 12 Ω, E = 282 V και r = 2 Ω. Πότε η φωτοβολία του λαμπτήρα θα αυξηθεί, αν αφαιρέσουμε την αντίσταση R_1 ή αν αφαιρέσουμε την αντίσταση R. Αφαιρώντας την αντίσταση R_1 βρείτε τη μεταβολή της ισχύος που καταναλώνεται στον λαμπτήρα.

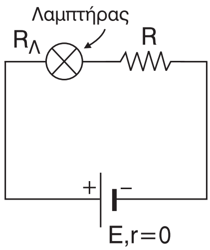


[Απ. Η φωτοβολία θα ευξηθεί αν αφαιρέσουμε την αντίσταση R_1, $ΔP = P_{τελ} - P_{αρχ} = 362{,}142$ W]

31.



Κύκλωμα 1

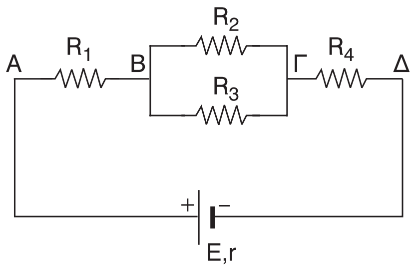


Κύκλωμα 2

Αν $R_\Lambda = R = 20\ \Omega$, $E = 40$ V και $r = 0$, σε ποιο από τα δύο κυκλώματα ο λαμπτήρας φωτοβολεί πιο έντονα; Σε ποιο από τα δύο κυκλώματα το ρεύμα που διαρρέει την πηγή έχει μεγαλύτερη ένταση;

[Απ. Στο κύκλωμα 1 φωτοβολεί πιο έντονα, και το ρεύμα που διαρρέει την πηγή έχει μεγαλύτερη ένταση ($I_1 = 4$ A > $I_2 = 1$ A)]

32. Δίνεται το κύκλωμα του παρακάτω σχήματος:



Τα στοιχεία της ηλεκτρικής πηγής είναι: $E = 100$ V και $r = 5\ \Omega$.

Αν $R_1 = R_4 = 15\Omega$ και $R_2 = R_3 = 30\ \Omega$, να υπολογίσετε:

α. την ισοδύναμη αντίσταση της συνδεσμολογίας των αντιστατών R_1, R_2, R_3, R_4

β. την τάση μεταξύ των σημείων Β και Γ

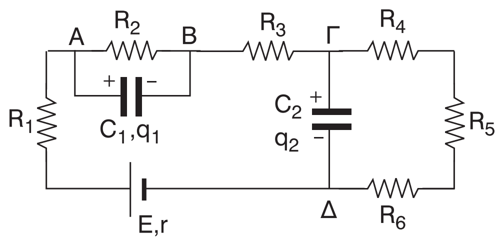
γ. την ένταση του ηλεκτρικού ρεύματος που διαρρέει τον αντιστάτη R_3

δ. την ηλεκτρική ισχύ που καταναλώνεται συνολικά στους αντιστάτες R_1, R_2, R_3, R_4

[Εξετάσεις 2000]

[Απ. α. $R_{\varepsilon\xi} = 45\ \Omega$ β. $V_{B\Gamma} = 30$ V γ. $I_3 = 1$A δ. $P_{\varepsilon\xi} = 180$ W]

33.

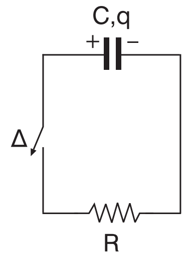


Στο κύκλωμα του σχήματος οι πυκνωτές έχουν φορτιστεί πλήρως και γνωρίζουμε τα εξής στοιχεία: $R_1 = 1\ \Omega$, $R_2 = 2\ \Omega$, $R_3 = 3\ \Omega$, $R_4 = 4\ \Omega$, $R_5 = 5\ \Omega$,

$R_6 = 6\ \Omega$, $C_1 = 8\ \mu F$, $C_2 = 6\ \mu F$, $E = 100\ V$ και $r = 4\ \Omega$. Να υπολογίσετε την ενέργεια ηλεκτρικού πεδίου που είναι αποθηκευμένη σε κάθε πυκνωτή.

[Απ. $U_1 = 2{,}56 \cdot 10^{-4}$ J, $U_2 = 1{,}08 \cdot 10^{-2}$ J]

34. Στο κύκλωμα του σχήματος ο διακόπτης Δ είναι ανοιχτός και ο πυκνωτής χωρητικότητας $C = 5$ mF είναι φορτισμένος με φορτίο $q = 10\ \mu C$. Τη χρονική στιγμή $t = 0$ s κλείνουμε το διακόπτη και ο πυκνωτής εκφορτίζεται μέσω της αντίστασης $R = 0{,}4\ \Omega$. Τη χρονική στιγμή $t = 10^{-5}$ s ο πυκνωτής εκφορτίστηκε πλήρως.

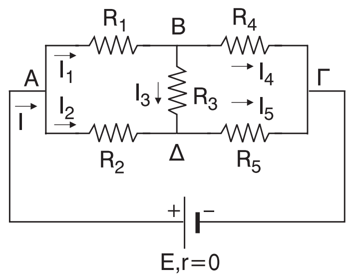


α. Βρείτε τη μέση τιμή της έντασης του ρεύματος που διαρρέει την αντίσταση κατά τη διάρκεια της εκφόρτισης του πυκνωτή.

β. Βρείτε τη θερμότητα που αναπτύσσεται στην αντίσταση από τη στιγμή $t = 0$ s μέχρι τη στιγμή $t = 10^{-5}$ s που ολοκληρώθηκε η εκφόρτιση.

[Απ. α. $\bar{I} = 1$ A β. $Q_R = 10^{-5}$ J]

35. Να υπολογίσετε τα ρεύματα στο κύκλωμα του σχήματος αν γνωρίζετε ότι: $E = 360$ V, $r = 0$, $R_1 = 20\ \Omega$, $R_2 = 80\ \Omega$, $R_3 = 100\ \Omega$, $R_4 = 60\ \Omega$, $R_5 = \frac{20}{3}\ \Omega$ και $V_{B\Delta} = 200$ V.



[Απ. $I_1 = 6$ A, $I_2 = 4$ A, $I_3 = 2$A, $I_4 = 4$A, $I_5 = 6$A, $I = 10$ A]

ΑΠΑΝΤΗΣΕΙΣ ΣΤΙΣ ΕΡΩΤΗΣΕΙΣ – ΔΡΑΣΤΗΡΙΟΤΗΤΕΣ ΤΟΥ ΣΧΟΛΙΚΟΥ ΒΙΒΛΙΟΥ

ΕΡΩΤΗΣΕΙΣ – ΔΡΑΣΤΗΡΙΟΤΗΤΕΣ

**1. Σημειώστε με (Χ) τη σωστή απάντηση.
Ένα μηχανικό ανάλογο της ηλεκτρικής πηγής είναι:**

α) ο άνθρωπος που δημιουργεί ροή σφαιριδίων σε σωλήνα ☒

β) η αντλία ☐

γ) η διαφορά πίεσης ☐

δ) η ροή υγρού μέσα σε σωλήνα ☐

**2. Σημειώστε με (Χ) τη σωστή απάντηση
Ένα υδραυλικό ανάλογο της ηλεκτρικής πηγής είναι:**

α) ο άνθρωπος που δημιουργεί ροή σφαιριδίων σε σωλήνα ☐

β) η αντλία ☒

γ) η διαφορά πίεσης ☐

δ) η ροή υγρού μέσα σε σωλήνα ☐

3. Σημειώστε με (Χ) τη σωστή απάντηση. Αν ένα χάλκινο σύρμα διπλωθεί στα δύο, τότε η ειδική του αντίσταση:

α) παραμένει σταθερή ☒

β) διπλασιάζεται ☐

γ) υποδιπλασιάζεται ☐

δ) υποτετραπλασιάζεται ☐

4. Σημειώστε με (Χ) τη σωστή απάντηση. Ο νόμος του Ohm για αντιστάτη ισχύει όταν:

α) η τάση του είναι σταθερή ☐

β) η θερμοκρασία του είναι σταθερή ☒

γ) ο θερμικός συντελεστής αντίστασης είναι σταθερός ☐

δ) η θερμοκρασία αυξάνεται ☐

5. Σημειώστε με (Χ) τη σωστή απάντηση. Αν μειώσουμε την αντίσταση μιας ηλεκτρικής θερμάστρας, τότε η υσχύς της:

α) μειώνεται ☒

β) αυξάνεται ☒

γ) παραμένει σταθερή ☐

δ) μηδενίζεται ☐

Απάντηση

Αν μειώσουμε την αντίσταση της ηλεκτρικής θερμάστρας και τη βάλουμε να λειτουργεί στην ίδια τάση τότε από τη σχέση $P = \frac{V^2}{R}$, αφού V^2 = σταθερό > 0 και $R\downarrow$ τότε $P\uparrow$. (Σωστό το β).

Αν όμως μειώσουμε την αντίσταση και βάλουμε στη συνέχεια την θερμάστρα να λειτουργεί με την ίδια ένταση ρεύματος τότε από τη σχέση $P = I^2 \cdot R$, αφού I^2 = σταθερό > 0 και $R\downarrow$ τότε $P\downarrow$. (Σωστό το α).

Οι δύο επιλογές είναι απαραίτητες αφού η εκφώνηση δεν κάνει την απαιτούμενη διευκρίνηση.

6. Σημειώστε με (Χ) τη σωστή απάντηση. Αν η τάση στα άκρα μιας αντίστασης διπλασιάζεται, τότε η θερμότητα που εκλύεται στον ίδιο χρόνο, μεταβάλλεται:

α) 100% ☐

β) 200% ☐

γ) 300% ☒

δ) 400% ☐

Απάντηση

$$Q_1 = \frac{V^2}{R} \cdot t$$

$$Q_2 = \frac{(2V^2)}{R} \cdot t = 4\,\frac{V^2}{R} \cdot t = 4Q_1 \Rightarrow Q_2 = 4Q_1$$

Άρα η μεταβολή είναι $\Delta Q = Q_2 - Q_1 = 4Q_1 - Q_1 \Rightarrow \mathbf{\Delta Q = 3Q_1}$. Οπότε:

Σε Q_1 αντιστοιχεί μεταβολή $3Q_1$

Σε 100 x;

x = 300. Άρα ποσοστό = 300%

7. Να σημειώσετε (Σ) στις σωστές και (Λ) στις λανθασμένες προτάσεις.

α) Η πραγματική φορά του ηλεκτρικού ρεύματος είναι η φορά κίνησης των ελευθέρων ηλεκτρονίων (στα μέταλλα) $\boxed{\Sigma}$

β) Η ηλεκτρική πηγή παράγει ηλεκτρικά φορτία $\boxed{\Lambda}$

γ) Η ένταση του ηλεκτρικού ρεύματος δίνεται από τον τύπο $I = q \cdot t$ και στο S.I. μετριέται σε A $\boxed{\Lambda}$

δ) Η ταχύτητα διολίσθησης ισούται με την ταχύτητα του φωτός $\boxed{\Lambda}$

8. Να σημειώσετε (Σ) στις σωστές και (Λ) στις λανθασμένες προτάσεις.

α) Το βολτόμετρο έχει μεγαλύτερη αντίσταση από το αμπερόμετρο $\boxed{\Sigma}$

β) Ο 1ος κανόνας του Kirchhoff είναι συνέπεια της αρχής διατήρησης της ενέργειας. $\boxed{\Lambda}$

γ) Το βολτόμετρο συνδέεται στο κύκλωμα παράλληλα, ενώ το αμπερόμετρο σε σειρά $\boxed{\Sigma}$

δ) Ο 2ος Κανόνας του Kirchhoff είναι συνέπεια της αρχής διατήρησης της ενέργειας. $\boxed{\Sigma}$

9. Να σημειώσετε (Σ) στις σωστές και (Λ) στις λανθασμένες προτάσεις.

α) Οι όροι «αντιστάτης» και «αντίσταση» ταυτίζονται $\boxed{\Lambda}$

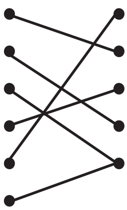
β) Η αντίσταση ενός αγωγού εξαρτάται από τη θερμοκρασία του $\boxed{\Sigma}$

γ) Η ειδική αντίσταση εξαρτάται από τα γεωμετρικά στοιχεία του αγωγού $\boxed{\Lambda}$

δ) Ένας αντιστάτης έχει αντίσταση 10 Ω $\boxed{\Sigma}$

10. Να κάνετε τις αντιστοιχίσεις μεταξύ των φυσικών μεγεθών και των μονάδων μέτρησης.

1) φορτίο q
2) ένταση I
3) τάση V
4) ενέργεια W
5) Ισχύς P
6) ΗΕΕ ε



α) W
β) C
γ) J
δ) A
ε) V

11. Να σημειώσετε (Σ) στις σωστές και (Λ) στις λανθασμένες προτάσεις.

α) Η μεταβλητή αντίσταση μπορεί να λειτουργήσει και ως ποτενσιόμετρο και ως ροοστάτης **Σ**

β) Το ποτενσιόμετρο είναι ρυθμιστής τάσης **Σ**

γ) Ο ροοστάτης είναι ρυθμιστής ηλεκτρικού ρεύματος **Σ**

δ) Στο ροοστάτη όλη η μεταβλητή αντίσταση διαρρέεται από ρεύμα **Λ**

12. Ποια αντίσταση είναι μεγαλύτερη, της ηλεκτρικής κουζίνας ή του ηλεκτρικού λαμπτήρα φωτισμού; Να δικαιολογήσετε την απάντησή σας.

Απάντηση

Και οι δύο συσκευές λαμπτήρας (Λ) και κουζίνα (Κ) λειτουργούν στην ίδια τάση που είναι η τάση του δικτύου της ΔΕΗ. (Βέβαια δεν είναι συνεχής αλλά εναλλασσόμενη γι' αυτό χρησιμοποιούμε την ενεργό τιμή της τάσης). Έτσι έχουμε:

$$P_Λ = \frac{V^2}{R_Λ} \quad \text{και} \quad P_K = \frac{V^2}{R_K}$$

Όμως η ηλεκτρική κουζίνα έχει μεγαλύτερη ισχύ από τον λαμπτήρα. Άρα:

$$P_K > P_Λ \Rightarrow \frac{V^2}{R_K} > \frac{V^2}{R_Λ} \Rightarrow \frac{1}{R_K} > \frac{1}{R_Λ} \Rightarrow \boxed{R_K < R_Λ}$$

Δηλαδή η ηλεκτρική κουζίνα έχει μικρότερη αντίσταση από τον ηλεκτρικό λαμπτήρα.

13. Ένας αντιστάτης διαρρέεται από ρεύμα.
Να σημειώσετε (Σ) στις σωστές και (Λ) στις λανθασμένες προτάσεις.

α) $R = \frac{I}{V}$ **Λ**

β) $P = V \cdot I$ **Σ**

γ) $P = \frac{V \cdot I}{t}$ **Λ**

δ) $W = V \cdot I \cdot t$ **Σ**

14. Μια ηλεκτρική θερμάστρα διαρρέεται από ρεύμα.
Να σημειώσετε (Σ) στις σωστές και (Λ) στις λανθασμένες προτάσεις.

α) το ποσό θερμότητας που εκλύει η θερμάστρα στο περιβάλλον ισούται με το ποσό της ηλεκτρικής ενέργειας που απορροφά. **Σ** β) το ποσό θερμότητας που εκλύει η θερμάστρα στο περιβάλλον είναι ανάλογο με την ένταση του ρεύματος που τη διαρρέει $\boxed{\Lambda}$

γ) η ισχύς της θερμάστας είναι ανάλογη της αντίστασής της $\boxed{\Sigma}$

15. Μια ηλεκτρική κουζίνα αναγράφει τα στοιχεία “2KW, 220V”. Ποια τιμή πρέπει να έχει η ασφάλειά της, αν στο εμπόριο υπάρχουν ασφάλειες 1, 2, 4, 6, 8, 10, 15, 25, 35 A;
Σημειώστε με Χ τη σωστή απάντηση.

α) 1 A ☐

β) 6 A ☐

γ) 10 A ☒

δ) 25 A ☐

Απάντηση

Είναι $P_K = 2.000$ W και $V_K = 220$ V

Ισχύει $P_K = V_K \cdot I_K \Rightarrow I_K = \dfrac{P_K}{V_K} \overset{S.I.}{\Rightarrow} I_K = \dfrac{2000}{220}\,A \Rightarrow I_K \simeq 9{,}09$ A. (Σωστό το γ)

16. Να κάνετε τις αντιστοιχίσεις μεταξύ των μεγεθών και των τύπων που αναφέρονται σ’ έναν αντιστάτη:

1) τάση	α) VI
2) ένταση	β) $I^2R\Delta t$
3) ενέργεια	γ) V/I
4) ισχύς	δ) V/R
	ε) $I \cdot R$

17. Οι λάμπες του σπιτιού μας συνδέονται σε σειρά ή παράλληλα; Να δικαιολογήσετε την απάντησή σας.

Απάντηση

Οι λάμπες του σπιτιού μας συνδέονται μεταξύ τους παράλληλα έχοντας στα άκρα τους τάση ίδια με την τάση του δικτύου της ΔΕΗ (220 V). Βέβαια η τάση αυτή είναι εναλλασσόμενη και τα 220 V είναι η ενεργός τιμή της τάσης αυτής. Οι λάμπες που χρησιμοποιούμε στο σπίτι μας έχουν ως τάση κανονικής λειτουργίας τα 220 V. Στην παράλληλη σύνδεση οφείλεται το γεγονός ότι μπορούμε να έχουμε μια λάμπα σε λειτουργία και τις υπόλοιπες όχι. Ενώ, αν ήταν συνδεδεμένες σε σειρά όταν η μία θα ήταν “κλειστή” ή θα καιγόταν οι υπόλοιπες δεν θα λειτουργούσαν (όπως σε μερικούς τύπους Χριστουγεννιάτικων λαμπτήρων).

18. **Δύο αντιστάσεις συνδέονται σε σειρά.**
Να σημειώσετε (Σ) στις σωστές και (Λ) στις λανθασμένες προτάσεις.

α) $R_{ολ} = R_1 + R_2$ Σ

β) $V = V_1 \cdot V_2$ Λ

γ) $I = I_1 + I_2$ Λ

δ) $V = V_1 + V_2$ Σ

19. **Δύο αντιστάσεις συνδέονται παράλληλα. Να συμπληρώσετε (Σ) στις σωστές και (Λ) στις λανθασμένες προτάσεις.**

α) $R_{ολ} = \dfrac{R_1 \cdot R_2}{R_1 + R_2}$ Σ

β) $V = V_1 \cdot V_2$ Λ

γ) $I = I_1 + I_2$ Σ

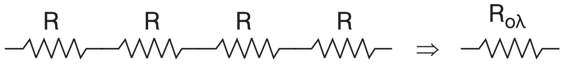
δ) $V = V_1 + V_2$ Λ

20. **Έχουμε τέσσερις ίδιους αντιστάτες με αντιστάσεις 10 Ω. Πώς πρέπει να τους συνδέσουμε, ώστε η ολική αντίσταση της συνδεσμολογίας να είναι:**

α) 40 Ω **β) 2,5 Ω**
γ) 10 Ω **δ) 25 Ω**

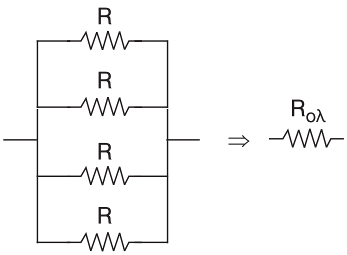
Απάντηση

α.



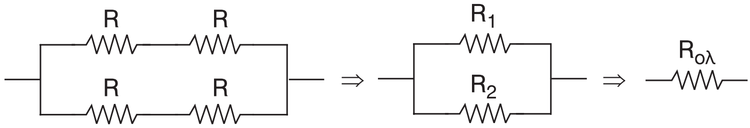
$$R_{ολ} = R + R + R + R \Rightarrow R_{ολ} = 4R \overset{S.I.}{\Rightarrow} \boxed{R_{ολ} = 40\ \Omega}$$

β.



$$\frac{1}{R_{ολ}} = \frac{1}{R} + \frac{1}{R} + \frac{1}{R} + \frac{1}{R} \Rightarrow \frac{1}{R_{ολ}} = \frac{4}{R} \Rightarrow R_{ολ} = \frac{R}{4} \overset{S.I.}{\Rightarrow} \boxed{R_{ολ} = 2{,}5\ \Omega}$$

γ.

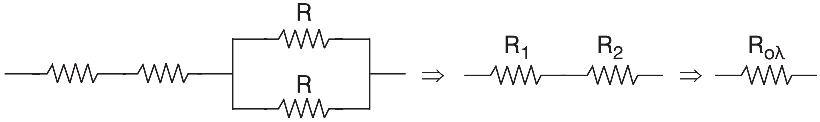


$R_1 = R + R \Rightarrow R_1 = 2R \overset{S.I.}{\Rightarrow} \boxed{R_1 = 20\ \Omega}$

$R_2 = R + R \Rightarrow R_2 = 2R \overset{S.I.}{\Rightarrow} \boxed{R_2 = 20\ \Omega}$

$$\frac{1}{R_{ολ}} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \Rightarrow R_{ολ} = \frac{R_1 \cdot R_2}{R_1 + R_2} \overset{S.I.}{\Rightarrow} R_{ολ} = \frac{20 \cdot 20}{20 + 20}\ \Omega \Rightarrow \boxed{R_{ολ} = 10\ \Omega}$$

δ.



$R_1 = R + R \Rightarrow R_1 = 2R \overset{S.I.}{\Rightarrow} \boxed{R_1 = 20\ \Omega}$

$$\frac{1}{R_2} = \frac{1}{R} + \frac{1}{R} \Rightarrow \frac{1}{R_2} = \frac{2}{R} \Rightarrow R_2 = \frac{R}{2} \overset{S.I.}{\Rightarrow} \boxed{R_1 = 20\ \Omega}$$

$R_{ολ} = R_1 + R_2 \overset{S.I.}{\Rightarrow} \boxed{R_{ολ} = 25\ \Omega}$

21. Σημειώστε με (Χ) τη σωστή απάντηση.
Τα χαρακτηριστικά μιας ηλεκτρικής πηγής είναι:

α) η ηλεκτρεγερτική δύναμη και η ισχύς ☐

β) η ηλεκτρεγερτική δύναμη και η πολική τάση ☐

γ) η πολική τάση και η εσωτερική αντίσταση ☐

δ) η ηλεκτρεγερτική δύναμη και η εσωτερική αντίσταση ☒

22. Σημειώστε με (Χ) τη σωστή απάντηση.
Ηλεκτρεγερτική πηγή με ΗΕΔ 10 V συνδέεται με εξωτερική αντίσταση 8 Ω, οπότε η πολική τάση της είναι 8 V. Η εσωτερική της αντίσταση είναι:

α) 1 Ω ☐

β) 2 Ω ☒

γ) 3 Ω ☐

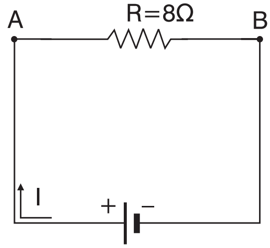
δ) 4 Ω ☐

Απάντηση

$$I = \frac{V_{AB}}{R} = \frac{V_\pi}{R} \Rightarrow I = \frac{8}{8}\,A \Rightarrow \boxed{I = 1\,A}$$

$$V_\pi = E - I \cdot r \Rightarrow I \cdot = E - V_\pi \Rightarrow$$

$$\Rightarrow r = \frac{E - V_\pi}{I} \overset{S.I.}{\Rightarrow} r = \frac{10 - 8}{1}\,\Omega \Rightarrow \boxed{r = 2\,\Omega}$$



E = 10V, r=;

$V_\pi = V_{AB} = 8V$

23. **Να σημειώσετε (Σ) στις σωστές και (Λ) στις λανθασμένες προτάσεις.**

α) Όταν μια ηλεκτρική πηγή συνδέεται σε ηλεκτρικό κύκλωμα έχουμε παραγωγή ενέργειας από το μηδέν **Λ**

β) Η τιμή της ΗΕΔ μιας ηλεκτρικής πηγής εξαρτάται από τα στοιχεία του κυκλώματος, που τροφοδοτεί **Λ**

γ) Το γινόμενο ε · I δίνει την ισχύ της πηγής **Σ**

δ) Μέσα από την πηγή διέρχονται ηλεκτρικά φορτία **Σ**

24. **Να σημειώσετε (Σ) στις σωστές και (Λ) στις λανθασμένες προτάσεις. Η πολική τάση μιας πηγής είναι ίση με την ΗΕΔ της πηγής, όταν:**

α) Η πηγή δε διαρρέεται από ρεύμα **Σ**

β) Η εσωρετική αντίσταση της πηγής είναι αμελητέα **Σ**

γ) Οι πόλοι της πηγής είναι βραχυκυκλωμένοι **Λ**

δ) Η πηγή συνδέεται με αμπερόμετρο **Λ**

25. **Συμπληρώστε τον παρακάτω πίνακα:**

	Ψυγείο	**Σίδερο**	**Τηλεόραση**
Τάση (V)	220	220	220
Ένταση (I)	**0,5**	**2**	1
Αντίσταση (R)	;	110	;
Ισχύς (W)	110	**440**	**220**

Απάντηση

Αν μια συσκευή δεν είναι θερμική (ψυγείο, τηλεόραση) τότε δεν ισχύει ο νόμος του Ohm. Υπενθυμίζουμε: η ηλεκτρική ισχύς VI που φτάνει στη συσκευή μετατρέπεται σε θερμική ισχύ $I^2 \cdot R$ πάνω στην αντίσταση της συσκευής και σε ισχύ P που αποδίδει η συσκευή. Οπότε:

$$VI = I^2R + P \overset{I \neq 0}{\Longrightarrow} \boxed{V = I \cdot R + \frac{P}{I}}$$, δηλαδή **V > IR**.

Άρα στις στήλες “Ψυγείο” και “Τηλεόραση” δεν μπορούμε να συμπληρώσουμε τις τιμές της αντίστασης R λόγω έλλειψης στοιχείων (δεν γνωρίζουμε την ισχύ P που αποδίδουν οι συσκευές αλλά μόνο την ισχύ VI που καταναλώνουν).

26. **Συμπληρώστε τον παρακάτω πίνακα:**

	P(W)	P(KW)	t(h)	W(KWh)
Θερμοσίφωνο	3000	**3**	1	**3**
Κουζίνα	2000	**2**	1	**2**
Λαμπτήρας	60	**0,06**	1	**0,06**
Ψυγείο	100	**0,1**	1	**0,1**

27. **Συμπληρώστε τον παρακάτω πίνακα:**

R	Ω	$\frac{V}{I}$
I	A	$\mathbf{\frac{q}{t}}$
V	**Volt**	$\frac{W}{q}$
W	**Joule**	$\mathbf{V \cdot q}$

28. **Να σημειώσετε με (Χ) τη σωστή απάντηση. Η ένταση του ρεύματος που διαρρέει έναν αγωγό δίνεται από τη σχέση: I = 1 + 2 · t(S.I.). Το φορτίο που διέρχεται από μια διατομή του αγωγού σε χρόνο από 0-3 s είναι:**

α) 7 C ☐

β) 21 C ☐

γ) 3 C ☐

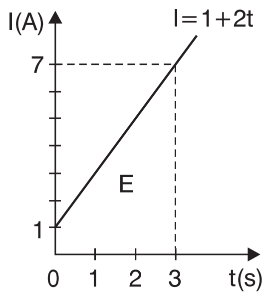
δ) 12 C ☒

Απάντηση

Επειδή το I δεν είναι σταθερό δεν ισχύει $I = \frac{q}{t}$ αλλά $I = \frac{dq}{dt} \Rightarrow \boxed{dq = I \cdot dt}$

Οπότε το φορτίο q στο χρονικό διάστημα από 0-3 s είναι:

$q = \sum_{0}^{3s} dq = \sum_{0}^{3s} (Idt)$ = Εμβαδό στη γραφική παράσταση $I = f(t)$.

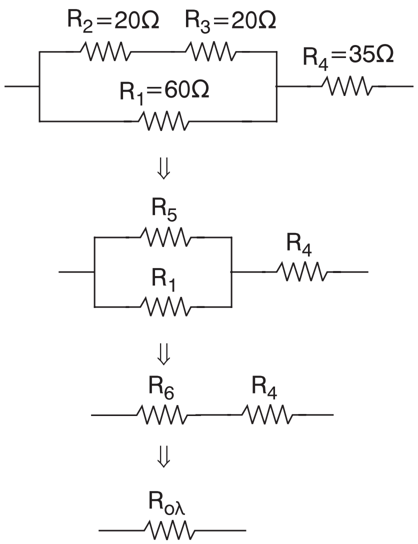


Είναι $q = E \overset{S.I.}{\Rightarrow}$

$$q = \frac{(1+7)\cdot 3}{2}\ C \Rightarrow \boxed{q = 12\ C}$$

29. **Διαθέτουμε τέσσερις αντιστάσεις $R_1 = 60\ \Omega$, $R_2 = 20\ \Omega$, $R_3 = 20\ \Omega$ και $R_4 = 35\ \Omega$. Να βρείτε πώς πρέπει να τις συνδέσουμε για να πετύχουμε ολική αντίσταση $R_{ολ} = 59\ \Omega$.**

Απάντηση



$R_5 = R_2 + R_3 \overset{S.I.}{\Rightarrow}$

$\Rightarrow \boxed{R_5 = 40\ \Omega}$

$\frac{1}{R_6} = \frac{1}{R_5} + \frac{1}{R_1} \Rightarrow$

$\Rightarrow R_6 = \frac{R_5 \cdot R_1}{R_5 + R_1} \overset{S.I.}{\Rightarrow}$

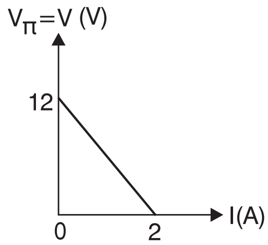
$\Rightarrow R_6 = \frac{40 \cdot 60}{40 + 60}\ \Omega \overset{S.I.}{\Rightarrow}$

$\overset{S.I.}{\Rightarrow} \boxed{R_6 = 24\ \Omega}$

$R_{ολ} = R_6 + R_4 \overset{S.I.}{\Rightarrow}$

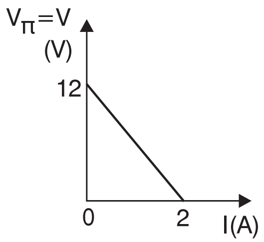
$\overset{S.I.}{\Rightarrow} \boxed{R_{ολ} = 59\ \Omega}$

30. **Η χαρακτηριστική καμπύλη μιας ηλεκτρικής πηγής συνεχούς ρεύματος V = f(I) φαίνεται στη διπλανή εικόνα. Να βρείτε την ηλεκτρεγερτική δύναμη της πηγής και την εσωτερική της αντίσταση.**



Απάντηση

Είναι $V = V_\pi \Rightarrow \boxed{\mathbf{V = E - Ir}}$ (1)



- όταν λ = 0 τότε (1) $\Rightarrow \boxed{\mathbf{V = E}}$ (2)

  από τη γραφική παράσταση έχουμε: όταν I = 0

  τότε $\boxed{\mathbf{V = 12\ V}}$

  Άρα (2) $\Rightarrow \boxed{\mathbf{V = 12\ V}}$

- όταν V = 0 τότε (1) $\Rightarrow I \cdot r = E \Rightarrow \boxed{\mathbf{I = \frac{E}{r}}}$ (3)

  από τη γραφική παράσταση έχουμε: όταν V = 0 τότε $\boxed{\mathbf{I = 2\ A}}$

  Άρα (3) $\Rightarrow r = \frac{E}{I} \Rightarrow r = \frac{12}{2}\,\Omega \Rightarrow \boxed{\mathbf{r = 6\ \Omega}}$

  Το πηλίκο $I = \frac{E}{r}$ μας δίνει το ρεύμα βραχυκύκλωσης I_β της πηγής.

  Δηλαδή $\boxed{\mathbf{I_\beta = 2\ A}}$

31. **Συμπληρώστε τα κενά στις παρακάτω προτάσεις.**

Τα ελεύθερα *ηλεκτρόνια* ξέφυγαν από την έλξη του *πυρήνα* και κινούνται *άτακτα* προς όλες τις κατευθύνσεις.

Τα θετικά ιόντα *ταλαντώνονται* γύρω από καθορισμένες θέσεις προς όλες τις κατευθύνσεις με πλάτος που *μεταβάλλεται* με τη θερμοκρασία. Η *αγωγιμότητα* των μετάλλων οφείλεται στα ελεύθερα ηλεκτρόνια.

32. **Συμπληρώστε τα κενά στις παρακάτω προτάσεις.**

Η *προσανατολισμένη* κίνηση των ελευθέρων ηλεκτρονίων στον *μεταλλικό* αγωγό ονομάζεται ηλεκτρικό ρεύμα. Αιτία είναι η *διαφορά δυναμικού*. Η φορά κίνησης των ηλεκτρονίων λέγεται *πραγματική* φορά του ηλεκτρικού ρεύματος.

33. **Συμπληρώστε τα κενά στις παρακάτω προτάσεις.**

Η ένταση του ρεύματος ορίζεται από τον τύπο $I = \frac{dq}{dt}$.

Στο S.I. η ένταση του ρεύματος μετριέται σε *Ampere*.

Η ένταση του ρεύματος εκφράζει το *ρυθμό* διέλευσης του ηλεκτρικού φορτίου από μια κάθετη διατομή ενός αγωγού.

34. **Συμπληρώστε τα κενά στις παρακάτω προτάσεις.**

Ο 1ος κανόνας του Kirchhoff διατυπώνεται ως εξής: Το αλγεβρικό άθροισμα των εντάσεων των ρευμάτων που *εισέρχονται* σ' ένα κόμβο ισούται με το άθροισμα των εντάσεων των ρευμάτων που *εξέρχονται* απ' αυτόν. Είναι συνέπεια της αρχής διατήρησης του *φορτίου*.

Ο 2ος κανόνας του Kirchhoff διατυπώνεται ως εξής: Το άθροισμα των διαφορών δυναμικού κατά μήκος μιας *κλειστής* διαδρομής σ' ένα κύκλωμα ισούται με *μηδέν*.

Είναι συνέπεια της αρχής διατήρησης της *ενέργειας* .

35. **Συμπληρώστε τα κενά στις παρακάτω προτάσεις.**

Η αντίσταση ενός αγωγού ορίζεται από τον τύπο $R = \frac{V}{I}$. Στο S.I. η μονάδα μέτρησης της αντίστασης είναι *1 Ω*.

Η αντίσταση ενός αγωγού εκφράζει τη *δυσκολία* που συναντά το ηλεκτρικό ρεύμα όταν διέρχεται μέσα από αυτόν.

Ο ίδιος ο μεταλλικός αγωγός λέγεται *αντιστάτης*.

Η αντίσταση των μεταλλικών αγωγών οφείλεται στις *συγκρούσεις* των ελευθέρων ηλεκτρονίων με τα θετικά ιόντα.

36. **Συμπληρώστε τα κενά στις παρακάτω προτάσεις.**

Όταν οι τρεις αντιστάσεις συνδέονται σε σειρά ισχύουν:

α) $I_{ολ} = I_1 = I_2 = I_3$

β) $V_{ολ} = V_1 + V_2 + V_3$

γ) $R_{ολ} = R_1 + R_2 + R_3$

δ) Η ολική αντίσταση είναι *μεγαλύτερη* και από τη *μεγαλύτερη των αντιστάσεων.*

Όταν τρεις αντιστάσεις συνδέονται παράλληλα ισχύουν.

α) $I_{ολ} = I_1 + I_2 + I_3$

β) $V_{ολ} = V_1 = V_2 = V_3$

γ) $R_{ολ} = \dfrac{R_1 \cdot R_2 \cdot R_3}{R_1R_2 + R_1R_3 + R_2R_3}$

δ) Η ολική αντίσταση είναι *μικρότερη* και από τη *μικρότερη των αντιστάσεων.*

37. Συμπληρώστε τα κενά στις παρακάτω προτάσεις.

Ανάλογα με τον τρόπο που παρεμβάλλεται στο κύκλωμα η ρυθμιστική (μεταβλητή) αντίσταση λειτουργεί είτε ως ρυθμιστής της τάσης και λέγεται *ποτενσιόμετρο* είτε ως ρυθμιστής του ηλεκτρικού ρεύματος και λέγεται *ροοστάτης*.

38. Συμπληρώστε τα κενά στις παρακάτω προτάσεις.

Η ισχύς του ηλεκτρικού ρεύματος ορίζεται από τον τύπο $P = \dfrac{dW}{dt}$.

Στο S.I. μονάδα μέτρησης της ισχύος είναι το *1 Watt*. Για κάθε συσκευή ισχύει ο τύπος $P = V \cdot I$. Αν η συσκευή είναι αντιστάτης (ωμική αντίσταση) τότε ισχύουν ακόμη και οι $P =$ και $P = I^2 \cdot R$.

1 KWh είναι η *ενέργεια* που «καταναλώνει» μια συσκευή ισχύος

1 kWh όταν λειτουργήσει *για 1 ώρα (1h)*.

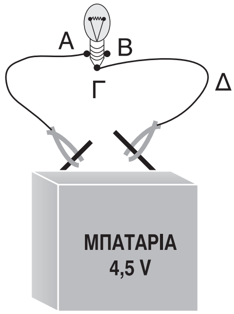
39. Συμπληρώστε τα κενά στις παρακάτω προτάσεις.

Η ηλεκτρεγερτική δύναμη E μιας πηγής δίνεται από τον τύπο $E = \dfrac{W}{q}$ και από τον τύπο $E = \dfrac{P}{I}$. Εκφράζει την ανά μονάδα *φορτίου* ηλεκτρική ενέργεια, που προσφέρει η πηγή στο *κύκλωμα* ή την ανά μονάδα *ένταση ρεύματος* ηλεκτρική ισχύ, που προσφέρει η πηγή στο *κύκλωμα*. Η *εσωτερική* αντίσταση της πηγής εκφράζει τη *δυσκολία* που συναντά το ηλεκτρικό ρεύμα, όταν διέρχεται μέσα από την πηγή.

40. Συμπληρώστε τα κενά στις παρακάτω προτάσεις.

Όταν η δίοδος είναι καλός αγωγός, τότε λέμε ότι είναι *ορθά* πολωμένη. Όταν η δίοδος είναι κακός αγωγός, τότε λέμε ότι είναι *ανάστροφα* πολωμένη. Η δίοδος αποτελείται από δύο διαφορετικούς *ημιαγωγούς* που βρίσκονται σε στενή επαφή.

41. **Μπορείτε να κατασκευάσετε ένα απλό κύκλωμα, χρησιμοποιώντας μία μπαταρία «πλακέ» 4,5 V, ένα λαμπάκι κανονικής λειτουργίας 4,5 V και καλώδια, που στα άκρα τους έχουν κροκοδειλάκια. Πάνω σε ένα κοντραπλακέ διαστάσεων 30cmxcm περίπου, καρφώνετε τρία καρφάκια Α, Β και για να στερεώσετε το λαμπάκι, όπως φαίνεται στο κύκλωμα της διπλανής εικόνας.**

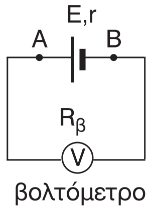


Το ένα καλώδιο συνδέει το θετικό πόλο της πηγής με το καρφάκι Α ή Β και το άλλο συνδέει τον αρνητικό πόλο της πηγής με το καρφάκι Γ. Μπορείτε να ανοίγετε ή να κλείνετε το κύκλωμα βγάζοντας ένα κροκοδειλάκι από τον αντίστοιχο πόλο της μπαταρίας. Μπορείτε επίσης να παρεμβάλλετε ένα διακοπτάκι στο σημείο Δ του καλωδίου και με αυτό να ανοίγετε ή να κλείνετε το κύκλωμα.

42. **Με ένα βολτόμετρο, μετρήστε την τάση V_1 στα άκρα της μπαταρίας, που χρησιμοποιήσατε στην προηγούμενη δραστηριότητα, πριν τη συνδέσετε με το λαμπάκι και καταγράψετε την ένδειξη. Μετά μετρήστε την τάση V_2 στα άκρα της μπαταρίας, ενώ το κύκλωμα είναι κλειστό (το λαμπάκι ανάβει) και σημειώστε την ένδειξη. Τι παρατηρείτε; Δικαιολογήστε την απάντησή σας.**

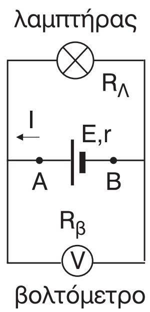
Απάντηση

Το βολτόμετρο και στις δύο περιπτώσεις μετράει την πολική τάση της μπαταρίας. Πριν συνδέσουμε την μπαταρία με το λαμπάκι, επειδή το βολτόμετρο έχει πολύ μεγάλη εσωτερική αντίσταση, το ρεύμα είναι αμελητέο. Η ένδειξη $V_1 = V_{AB}$ που δείχνει το βολτόμετρο είναι η πολική τάση της πηγής η οποία ισούται με την ΗΕΔ Ε της πηγής αφού το ρεύμα είναι μηδέν.



$(V_π = E - I \cdot r \overset{I=0}{\Longrightarrow} V_π = E)$. Άρα $\boxed{V_1 = E}$

Όταν συνδέσουμε και το λαμπάκι με την μπαταρία τότε η πηγή διαρρέεται από ρεύμα έντασης $I \neq 0$.



Η ένδειξη $V_2 = V_{AB}$ που δείχνει το βολτόμετρο είναι πάλι η πολική τάση της πηγής η οποία όμως τώρα είναι μικρότερη από την ΗΕΔ Ε.

$(V_\pi = E - Ir \overset{I \neq 0}{\Longrightarrow} V_\pi < E)$ Άρα $\boxed{V_2 < E}$

και επομένως $\boxed{V_2 < V_1}$

43. Από το εργαστήριο πάρτε τρεις αντιστάσεις που έχουν διάφορες χρωματικές λωρίδες στην επιφάνειά τους. Με το πολύμετρο μετρήστε την αντίστασή τους. Τι παρατηρείτε;

Απάντηση

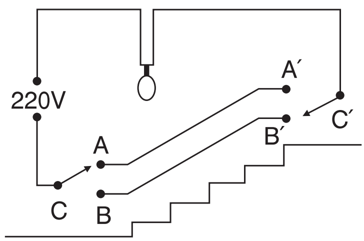
Η μέτρηση με το πολύμετρο δίνει διαφορετική τιμή για την αντίσταση όπως αυτή προκύπτει από το χρωματικό κώδικα. Αυτό, οφείλεται, προφανώς, στο ότι δεν υπάρχουν ιδανικά βολτόμετρα και αμπερόμετρα όπως απαιτείται να είναι όταν μετράμε πειραματικά την τιμή μιας αντίστασης χρησιμοποιώντας τις ενδείξεις βολτομέτρων και αμπερομέτρων, ώστε να χρησιμοποιήσουμε τη σχέση $R = \frac{V_{βολτ.}}{I_{αμπερ.}}$.

44. Τι τιμή έχουν οι αντιστάσεις που τα χρώματά τους είναι:

α) καφέ, μαύρο, κόκκινο, ασημί

β) πορτοκαλί, πορτοκαλί,πράσινο, ασημί

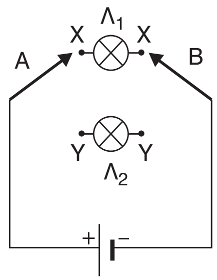
γ) κίτρινο, μωβ, καφέ, ασημί



Απάντηση

Η απάντηση βρίσκεται στα παραδείγματα της ενότητας “Χρωματικός κώδικας” του παρόντος βιβλίου.

45. Στη διπλανή εικόνα φαίνεται η καλωδίωση ενός διαδρόμου.
α) Να εξετάσετε αν η λάμπα ανάβει.
β) Σε ποιους συνδυασμούς θέσεων των διακοπτών ανάβει η λάμπα;



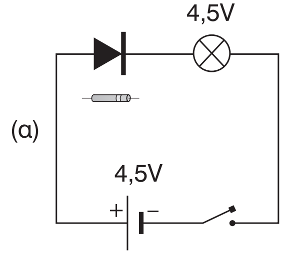
Απάντηση

α) Η λάμπα δεν ανάβει αφού δεν δημιουργείται κλειστό κύκλωμα.
β) Η λάμπα θα ανάβει όταν
i) ο διακόπτης C είναι στο A και ο C΄ στο A΄
ii) ο διακόπτης C είναι στο B και ο C΄ στο B΄

46. Χρησιμοποιώντας μία μπαταρία, δύο λαμπάκια και δύο διακόπτες δύο δρόμων κατασκευάστε το διπλανό κύκλωμα και συμπληρώστε τον αντίστοιχο πίνακα, θέτοντας 1, όταν το λαμπάκι φωτοβολεί και 0, όταν το λαμπάκι είναι σβηστό.

ΔΙΑΚΟΠΤΕΣ		ΛΑΜΠΑΚΙΑ	
A	B	$Λ_1$	$Λ_2$
X	X	**1**	**0**
X	Y	**0**	**0**
Y	X	**0**	**0**
Y	Y	**0**	**1**

47. Χρησιμοποιώντας μία μπαταρία, ένα διακόπτη, μία δίοδο και ένα λαμπάκι κατασκευάστε το κύκλωμα (α). Τι παρατηρείτε;
Τι θα παρατηρήσετε αν αντιστρέψετε τη σύνδεση της διόδου;



Απάντηση

Παρατηρούμε ότι το λαμπάκι ανάβει γιατί η δίοδος είναι ορθά πολωμένη και άγει. Αν αντιστρέψουμε τη σύνδεση της διόδου το λαμπάκι δεν θα ανάβει αφού η δίοδος θα είναι ανάστροφα πολωμένη και δεν θα άγει το ηλεκτρικό ρεύμα.

ΛΥΣΕΙΣ ΣΤΑ ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΑ ΤΟΥ ΣΧΟΛΙΚΟΥ ΒΙΒΛΙΟΥ

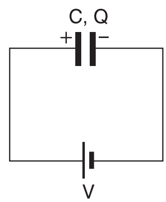
1. ***Ένας πυκνωτής χωρητικότητας C = 20μF συνδέεται με πηγή τάσης V = 24 V. Αποσυνδέουμε την πηγή και συνδέουμε τους οπλισμούς με σύρμα, οπότε ο πυκνωτής εκφορτίζεται σε χρόνο Δt = 0,02s. Να βρείτε τον αριθμό των ηλεκτρονίων, που περνάνε από μια διατομή του αγωγού και τη μέση ένταση του ηλεκτρικού ρεύματος. Δίνεται: $q_e = -1{,}6 \cdot 10^{-19}$C.***

Λύση:

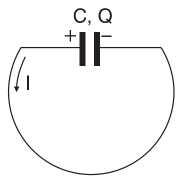
Το φορτίο Q που αποκτά ο πυκνωτής κατά τη σύνδεσή του με την πηγή είναι

$Q = C \cdot V \overset{S.I.}{\Rightarrow} 20 \cdot 10^{-6} \cdot 24\ C \Rightarrow$

$\Rightarrow \boxed{Q = 4{,}8 \cdot 10^{-4}\ C}$



Μετά την αποσύνδεση της πηγής και τη σύνδεση των οπλισμών του με σύρμα, το φορτίο Q μετακινείται μέσω του σύρματος από τον θετικό στον αρνητικό οπλισμό και ο πυκνωτής εκφορτίζεται. Αν N το πλήθος των ηλεκτρονίων που περνάνε από μια διατομή του σύρματος, έχουμε:



$$Q = N \cdot |q_e| \Rightarrow N = \frac{Q}{|q_e|} \overset{S.I.}{\Rightarrow} N = \frac{4{,}8 \cdot 10^{-4}}{1{,}6 \cdot 10^{-19}} \Rightarrow \boxed{N = 3 \cdot 10^{15}}$$

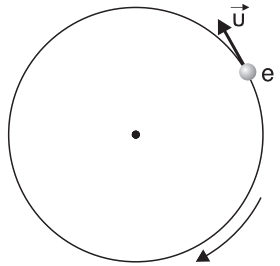
Η μέση ένταση $\bar{I}$ του ηλεκτρικού ρεύματος που διαρρέει το σύρμα είναι,

$$\bar{I} = \frac{Q}{\Delta t} \overset{S.I.}{\Rightarrow} \bar{I} = \frac{4{,}8 \cdot 10^{-4}}{2 \cdot 10^{-2}}\ A \Rightarrow \boxed{\bar{I} = 2{,}4 \cdot 10^{-2}\ A}$$

2. ***Να βρείτε την ένταση του ρεύματος, λόγω της κίνησης του ηλεκτρονίου του ατόμου του υδρογόνου, αν η συχνότητα περιστροφής του είναι f = $5{,}8 \cdot 10^{15}$Hz. Δίνεται: $q_e = -1{,}6 \cdot 10^{-19}$C.***

Λύση:

Η κυκλική κίνηση του ηλεκτρονίου ισοδυναμεί με ένα κυκλικό ρεύμα. Αν το ηλεκτρόνιο περνάει από κάποιο σημείο της τροχιάς του N φορές σε χρόνο t τότε η συχνότητα του είναι



$$v = \frac{N}{t} \Rightarrow \boxed{N = v \cdot t} \quad (1)$$

Οπότε το φορτίο που διέρχεται, και μάλιστα με σταθερό ρυθμό, από το σημείο αυτό της τροχιάς σε χρόνο t είναι κατ' απόλυτη τιμή

$$Q = N \cdot |q_e| \overset{(1)}{\Rightarrow} \boxed{Q = vt|q_e|} \quad (2)$$

Επομένως η ένταση του ρεύματος είναι

$$I = \frac{Q}{t} \overset{(2)}{\Rightarrow} I = \frac{vt|q_e|}{t} \Rightarrow I = v\,|q_e| \overset{S.I.}{\Rightarrow} I = 5{,}8 \cdot 10^{15}\ 1{,}6\ 10^{-19}\ A \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \boxed{I = 9{,}28 \cdot 10^{-4}\ A}$$

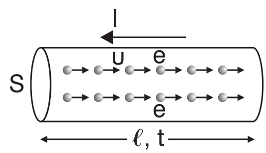
3. ***Να βρείτε τη μέση ταχύτητα (ταχύτητα διολίσθησης), με την οποία κινούνται τα ελεύθερα ηλεκτρόνια μέσα σ' ένα μεταλλικό αγωγό, σε συνάρτηση με τα εξής μεγέθη: α) I: ένταση του ρεύματος που διαρρέει τον αγωγό, β) n: ο αριθμός των ελευθέρων ηλεκτρονίων ανά μονάδα όγκου του αγωγού, γ) S: εμβαδό διατομής του αγωγού, δ) q_e: φορτίο ηλεκτρονίου.***

Αριθμητική εφαρμογή:

$$I = 16A,\ n = 8 \cdot 10^{23}\ \frac{n\lambda}{cm^3}\ S = 1mm^2,\ q_e = -1{,}6 \cdot 10^{-19}C.$$

Λύση:

Είναι $I = \dfrac{Q}{t}$ όπου $Q = N \cdot |q_e|$ και $n = \dfrac{N}{V}$ όπου N το πλήθος των ηλεκτρονίων σε όγκο $V = S \cdot \ell$. Έτσι έχουμε:



$$I = \frac{Q}{t} \xrightarrow{Q=N|q_e|} I = \frac{N|q_e|}{t} \xrightarrow{N=n \cdot V}$$

$$\Rightarrow I = \frac{nV\,|q_e|}{t} \xrightarrow{V=S\ell} \boxed{I = \frac{nS\ell|q_e|}{t}}$$

Όμως η ταχύτητα διολίσθησης υ των ηλεκτρονίων έχει μέτρο

$$υ = \frac{\ell}{t} \Rightarrow \boxed{\ell = υt}$$

$$\text{Άρα } I = \frac{nSυt|q_e|}{t} \Rightarrow I = nSυq_e \Rightarrow \boxed{υ = \frac{I}{nS|q_e|}}$$

Με αριθμητική εφαρμογή βρίσκουμε ότι:

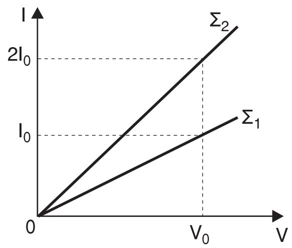
$$υ = \frac{16A}{8 \cdot 10^{23}\,\frac{ηλ}{cm^3} \cdot 1mm^2 \cdot 1{,}6 \cdot 10^{-19}\,\frac{C}{ηλ.}} = \frac{16}{8 \cdot 10^{23} \cdot 1{,}6 \cdot 10^{-19}}\,\frac{A}{\frac{1}{10^{-6}}\,\frac{m^2}{m^3}C}$$

$$= 1{,}25 \cdot 10^{-4}\,\frac{A \cdot m}{C} = 1{,}25 \cdot 10^{-4}\,\frac{A \cdot m}{A \cdot s} = 1{,}25 \cdot 10^{-4}\,\frac{m}{s} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow υ = 1{,}25 \cdot 10^{-4}, \frac{10^3\,mm}{s} \Rightarrow \boxed{υ = 1{,}25\ 10^{-1}\,\frac{mm}{s} = 0{,}125\,\frac{mm}{s}}$$

Στις μετατροπές των μονάδων χρησιμοποιήσουμε τα εξής:
$1cm^3 = 10^{-6}\,m^3$, $1mm^2 = 10^{-6}\,m^2$, $1C = 1A \cdot s$, $1m = 10^3\,mm$

4. ***Στο διπλανό διάγραμμα έχει παρασταθεί γραφικά η ένταση του ρεύματος I σε συνάρτηση με τη διαφορά δυναμικού V για δύο χάλκινα σύρματα $Σ_1$ και $Σ_2$, που έχουν το ίδιο μήκος. Αν το εμβαδόν διατομής του $Σ_1$ είναι $S_1 = 0{,}2mm^2$, να βρείτε το εμβαδόν διατομής του $Σ_2$.***



Λύση:

Για την αντίσταση του $Σ_1$ έχουμε $\boxed{R_1 = \frac{V_0}{I_0}}$ (1)

Για την αντίσταση του $Σ_2$ έχουμε $R_2 = \frac{V_0}{2I_0} \Rightarrow R_2 = \frac{1}{2}\frac{V_0}{I_0} \overset{(1)}{\Rightarrow} R_2 = \frac{1}{2}R_1 \Rightarrow$

$\Rightarrow \boxed{R_1 = 2R_2}$ (2)

Αν ρ η ειδική αντίσταση του χαλκού, ℓ το μήκος των δύο συρμάτων και S_2 του εμβαδού διατομής του σύρματος $Σ_2$, από τη σχέση (2) $\Rightarrow$

$$\Rightarrow ρ \cdot \frac{\ell}{S_1} = 2ρ \cdot \frac{\ell}{S_2} \Rightarrow \frac{1}{S_1} = \frac{2}{S_2} \Rightarrow S_2 = 2S_1 \Rightarrow S_2 = 2 \cdot 0{,}2\,mm^2 \Rightarrow$$

$\Rightarrow \boxed{S_2 = 0{,}4\,mm^2}$

5. ***Να κάνετε τη γραφική παράσταση της αντίστασης ενός μεταλλικού αγωγού σε συνάρτηση με:***
α) το μήκος του
β) το εμβαδόν διατομής τους
γ) την τάση στα άκρα του
δ) την ένταση του ρεύματος που τον διαρρέει.

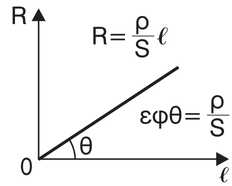
Λύση:

Για την αντίσταση ισχύει: $\boxed{R = \rho\frac{\ell}{S}}$ (1)

α) Θεωρώντας τα ρ, S σταθερά:

$$(1) \Rightarrow R = \frac{\rho}{S}\ell \Rightarrow \boxed{R = \text{σταθερό}\ \ell} \quad (2)\ \left(\text{σταθερό} = \frac{\rho}{S} > 0\right)$$

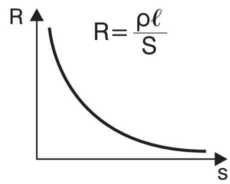
Η σχέση (2) είναι στη μορφή $\psi = \alpha \cdot x$ με:
$\psi \to R$, $x \to \ell$, $\alpha \to \frac{r}{S}$ = σταθερό > 0 και η οποία παριστάνει ευθεία αύξουσα που διέρχεται από την αρχή των αξόνων.



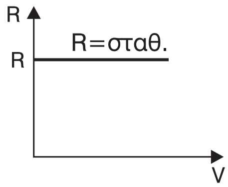
β) Θεωρώντας τα ρ, ℓ σταθερά:

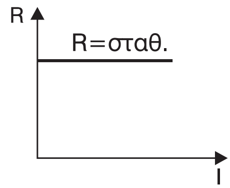
$$(1) \Rightarrow \frac{\rho \cdot \ell}{S} \Rightarrow \boxed{R = \frac{\text{σταθερό}}{S}} \quad (3)\ (\text{σταθερό} = \rho \cdot \ell > 0)$$

Η σχέση (3) είναι στη μορφή $\psi = \frac{\alpha}{x}$ με:
$\psi \to R$, $x \to S$ $\alpha \to \rho \cdot \ell$ = σταθερό > 0 και η οποία παριστάνει υπερβολή.



γ,δ) Θεωρώντας σταθερή τη θερμοκρασία του αγωγού η αντίσταση του R δεν εξαρτάται ούτε από την τάση V στα άκρα του ούτε από την ένταση I του ρεύματος που τον διαρρέει. Έτσι σε σχέση με τα V, I ισχύει R = σταθερό και έχουμε τις παρακάτω γραφικές παραστάσεις.





6. ***Ένα σύρμα από λευκόχρυσο έχει μήκος ℓ = 10m και μάζα m = 3,6 g. Να βρείτε την αντίσταση του σύρματος, αν η πυκνότητα του λευκόχρυσου είναι d = 21 g/cm^3 και η ειδική του αντίσταση ρ = 9 · 10^{-8} Ω · m.***

Λύση:

Είναι $d = 21 \dfrac{g}{cm^3} = 21 \cdot \dfrac{10^{-3}}{10^{-6}} \dfrac{Kg}{m^3} \Rightarrow \boxed{d = 21 \cdot 10^3 \dfrac{Kg}{m^3}}$ και

$m = 3{,}6\ g \Rightarrow \boxed{m = 3{,}6 \cdot 10^{-3}\ Kg}$

Αν S το εμβαδό της διατομής του σύρματος,

τότε ο όγκος του είναι $\boxed{V = S \cdot \ell}$

Οπότε η πυκνότητά του είναι $d = \dfrac{m}{V} \xRightarrow{V=S\ell}$

$$\Rightarrow d = \frac{m}{S \cdot \ell} \Rightarrow S\ell d = m \Rightarrow \boxed{S = \frac{m}{\ell \cdot d}}$$

Για την αντίσταση του σύρματος έχουμε:

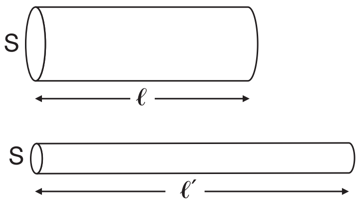
$$R = \rho \frac{\ell}{S} \xRightarrow{S=\frac{m}{\ell d}} R = \rho \frac{\ell}{\frac{m}{\ell d}} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow R = \rho \cdot \frac{d\ell^2}{m} \overset{S.I.}{\Rightarrow} R = 9 \cdot 10^{-8} \cdot \frac{21 \cdot 10^3 \cdot 10^2}{3{,}6 \cdot 10^{-3}}\ \Omega \Rightarrow \boxed{R = 5\ \Omega}$$

7. ***Ένα σύρμα από σίδηρο έχει αντίσταση R=40Ω και μήκος ℓ = 2m. Λιώνουμε το σύρμα και φτιάχνουμε ένα άλλο, που θέλουμε να έχει αντίσταση R´ = 160Ω. Να βρείτε το μήκος του ℓ´.***

Λύση:

Αν d η πυκνότητα του σιδήρου, m η μάζα του σύρματος και $V = S \cdot \ell$ ο όγκος του αρχικού σύρματος, έχουμε:



$$d = \frac{m}{V} \xRightarrow{V=S\ell} \boxed{\mathbf{d = \frac{m}{S \cdot \ell}}} \qquad (1)$$

Για το νέο σύρμα που προκύπτει η πυκνότητα και η μάζα παραμένουν ίδιες ενώ ο όγκος V΄ γίνεται $V' = S' \cdot \ell'$

$$\text{Άρα: } d = \frac{m}{V'} \xRightarrow{V'=S'\ell'} \boxed{\mathbf{d = \frac{m}{S' \cdot \ell'}}} \qquad (2)$$

$$\text{Από (1) και (2)} \Rightarrow \frac{m}{S \cdot \ell} = \frac{m}{S' \cdot \ell'} \Rightarrow S\ell = S'\ell' \Rightarrow \boxed{\mathbf{S' = \frac{S \cdot \ell}{\ell}}} \qquad (3)$$

Αν ρ η ειδική αντίσταση του σιδήρου έχουμε:

$$R = \rho \cdot \frac{\ell}{S} \text{ και } R' = \rho \cdot \frac{\ell'}{S'}.$$

Επειδή R = 160 Ω = 4R έχουμε: $R' = 4R \Rightarrow \rho \frac{\ell'}{S'} = 4\rho \frac{\ell}{S} \Rightarrow \frac{\ell'}{S'} = \frac{4\ell}{S} \Rightarrow$

$$\Rightarrow \ell' \cdot S = 4\ell \cdot S' \overset{(3)}{\Rightarrow} \ell' \cdot S = 4\ell \frac{S \cdot \ell}{\ell'} \Rightarrow \ell'^2 = 4\ell^2 \Rightarrow \ell' = \sqrt{4\ell^2} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \ell' = 2\ell \Rightarrow \boxed{\mathbf{\ell' = 4m}}$$

8. ***Σε ποια θερμοκρασία θ η τιμή της ειδικής αντίστασης του χαλκού γίνεται διπλάσια από την τιμή, που έχει σε 0˚C; Ισχύει το ίδιο για όλους τους χάλκινους αγωγούς, ανεξάρτητα από τη μορφή και το μέγεθος τους; Ισχύει το ίδιο για αγωγούς, που είναι από διαφορετικό υλικό;***

Δίνεται ο θερμικός συντελεστής αντίστασης $a_{Cu} = 3{,}9 \cdot 10^{-3} grad^{-1}$.

Λύση:

Αν ρ_0 η ειδική αντίσταση του χαλκού στους 0˚C και ρ_θ η ειδική αντίσταση του χαλκού στους θ˚C ώστε να ισχύει $\rho_\theta = 2\rho_o$ έχουμε:

$$\rho_\theta = \rho_0 (1 + a_{Cu} \cdot \theta) \Rightarrow 2\rho_0 = \rho_0(1 + a_{Cu} \cdot \theta) \Rightarrow 2 = 1 + a_{Cu} \cdot \theta \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 1 = a_{Cu} \cdot \theta \Rightarrow \boxed{\mathbf{\theta = \frac{1}{a_{Cu}}}} \Rightarrow \theta = \frac{1}{3{,}9 \cdot 10^{-3}} \text{ ˚C} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \boxed{\theta = \frac{100}{3{,}9}\,^{\circ}C \simeq 256{,}4^{\circ}C}$$

Από τη σχέση $\theta = \dfrac{1}{\alpha_{Cu}}$ συμπαιρένουμε ότι η θερμοκρασία θ στην οποία η ειδική αντίσταση γίνεται διπλάσια από αυτή στους 0˚C είναι $\theta = \dfrac{1}{\alpha}$ ανεξάρτητα από τη μορφή και το μέγεθος του αγωγού. Έτσι για όλους τους χάλκινους αγωγούς, η θερμοκρασία αυτή είναι ίδια. Για αγωγούς από διαφορετικά υλικά η θερμοκρασία αυτή θα δίνεται από την ίδια σχέση $\left(\theta = \dfrac{1}{\alpha}\right)$ και επειδή σε κάθε υλικό αντιστοιχεί και μια διαφορετική τιμή για το θερμικό συντελεστή α για κάθε υλικό θα έχουμε και διαφορετική θερμοκρασία θ για την οποία θα ισχύει $\boxed{\rho_\theta = 2\rho_0}$

9. ***Στα άκρα ενός σύρματος εφαρμόζουμε σταθερή συνεχή τάση και διαπιστώνουμε ότι σε θερμοκρασία $\theta_1 = 20^{\circ}C$ η ένταση του ρεύματος, που διαρρέει το σύρμα είναι $I_1 = 2A$, ενώ σε θερμοκρασία $\theta_2 = 252^{\circ}C$ η ένταση του ρεύματος είναι $I_2 = 1A$. Να βρεθεί ο θερμικός συντελεστής αντίστασης του υλικού του σύρματος.***

Λύση:

Για τις αντιστάσεις R_1, R_2 του σύρματος στις θερμοκρασίες θ_0 και θ_2 αντίστοιχα έχουμε:

$$\left.\begin{aligned} R_1 &= R_0\,(1 + \alpha\theta_1) \\ R_2 &= R_0\,(1 + \alpha\theta_2) \end{aligned}\right| \Rightarrow \frac{R_1}{R_2} = \frac{R_0(1 + \alpha\theta_1)}{R_0(1 + \alpha\theta_2)} \Rightarrow \boxed{\frac{R_1}{R_2} = \frac{R_0(1 + \alpha\theta_1)}{R_0(1 + \alpha\theta_2)}} \quad (1)$$

Αν V η σταθερή τάση έχουμε: $R_1 = \dfrac{V}{I_1}$ και $R_2 = \dfrac{V}{I_2}$

$$\text{Άρα } (1) \Rightarrow \frac{\frac{V}{I_1}}{\frac{V}{I_2}} = \frac{1 + \alpha\theta_2}{1 + \alpha\theta_1} \Rightarrow \frac{VI_2}{VI_1} = \frac{1 + \alpha\theta_1}{1 + \alpha\theta_2} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{I_2}{I_1} = \frac{1 + \alpha\theta_1}{1 + \alpha\theta_2} \Rightarrow I_2(1 + \alpha\theta_2) = I_1(1 + \alpha\theta_1) \Rightarrow$$

$$\Rightarrow I_2 + I_2\alpha\theta_2 = I_1 + I_1\alpha\theta_1 \Rightarrow I_2\alpha\theta_2 - I_1\alpha\theta_1 = I_1 - I_2 \Rightarrow$$

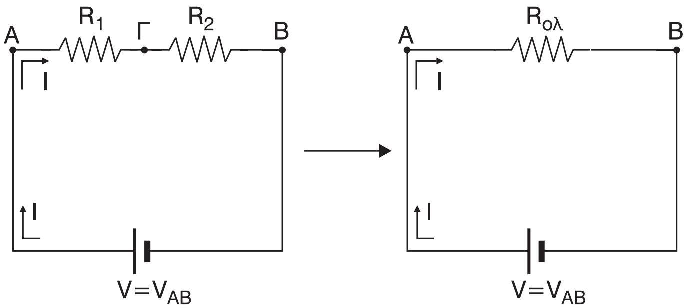
$$\Rightarrow \alpha(I_2\theta_2 - I_1\theta_1) = I_1 - I_2 \Rightarrow \alpha = \frac{I_1 - I_2}{I_2\theta_2 - I_1\theta_1} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \alpha = \frac{2-1}{2520-40}\,\frac{A}{A\cdot {}^\circ C} \Rightarrow \boxed{\alpha = \frac{1}{2480}\,\frac{1}{\text{grad}}} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \boxed{\alpha \simeq 4\cdot 10^{-4}\ \text{grad}^{-1}}$$

10. ***Δύο αντιστάσεις συνδέονται σε σειρά και στις άκρες του συστήματος συνδέεται πηγή τάσης V = 100 V. Αν είναι R_1 = 5Ω και R_2 = 15Ω. Να βρείτε την ολική αντίσταση του συστήματος, την ένταση του ρεύματος, που διαρρέει το κύκλωμα και την τάση στα άκρα κάθε αντίστασης.***

Λύση:



Κύκλωμα 1 Κύκλωμα 2

Ισχύει $R_{ολ} = R_1 + R_2 \overset{S.I.}{\Rightarrow} R_{ολ} = (5 + 15)\ \Omega \Rightarrow \boxed{R_{ολ} = 20\ \Omega}$

Από το ισοδύναμο κύκλωμα 2 έχουμε:

$$I = \frac{V_{AB}}{R_{ολ}} \Rightarrow I = \frac{V}{R_{ολ}} \overset{S.I.}{\Rightarrow} I = \frac{100}{20}\ A \Rightarrow \boxed{I = 5\ A}$$

Από το κύκλωμα 1 έχουμε:

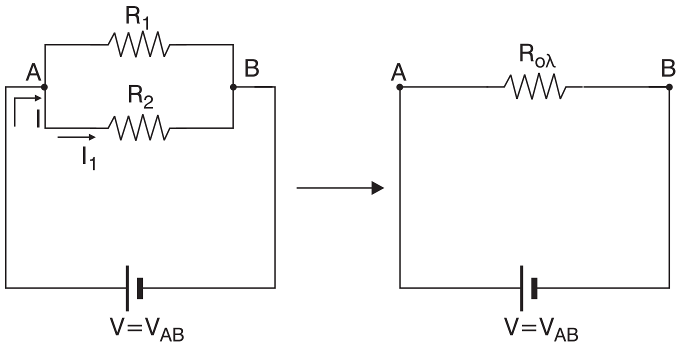
$V_{AΓ} = I\cdot R_1 \overset{S.I.}{\Rightarrow} V_{AΓ} = 5\cdot 5\ V \Rightarrow \boxed{V_{AΓ} = 25\ V}$ και

$V_{ΓB} = I\cdot R_2 \overset{S.I.}{\Rightarrow} V_{ΓB} = 5\cdot 15\ V \Rightarrow \boxed{V_{ΓB} = 75\ V}$ η αλλιώς

$$V_{AB} = V_{A\Gamma} + V_{\Gamma B} \Rightarrow V_{\Gamma B} = V_{AB} - V_{A\Gamma} \overset{S.I.}{\Rightarrow} V_{\Gamma B} = (100 - 25)\ V \Rightarrow \boxed{\mathbf{V_{\Gamma B} = 75\ V}}$$

11. ***Δύο αντιστάσεις συνδέονται παράλληλα και στις άκρες του συστήματος εφαρμόζεται τάση $V = 120\ V$. Αν είναι $R_1 = 30\Omega$ και $R_2 = 60\Omega$. Να βρείτε την ολική αντίσταση του συστήματος και την ένταση του ρεύματος, που διαρρέει το κύκλωμα και κάθε αντίσταση.***

Λύση:



Κύκλωμα 1 Κύκλωμα 2

Ισχύει

$$\frac{1}{R_{o\lambda}} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \Rightarrow R_{o\lambda} = \frac{R_1 \cdot R_2}{R_1 + R_2} \overset{S.I.}{\Rightarrow} \frac{30 \cdot 60}{30 + 60}\ \Omega \Rightarrow$$

$$\Rightarrow R_{o\lambda} = \frac{1800}{90}\ \Omega \Rightarrow \boxed{\mathbf{R_{o\lambda} = 20\ \Omega}}$$

Από το ισοδύναμο κύκλωμα 2 έχουμε:

$$I = \frac{V_{AB}}{R_{o\lambda}} \xRightarrow{V_{AB}=V} I = \frac{V}{R_{o\lambda}} \overset{S.I.}{\Rightarrow} I = \frac{120}{20}\ A \Rightarrow \boxed{\mathbf{I = 6\ A}}$$

Από το κύκλωμα 1 έχουμε:

$$I_1 = \frac{V_{AB}}{R_1} \xRightarrow{V_{AB}=V} I_1 = \frac{V}{R_1} \overset{S.I.}{\Rightarrow} I_1 = \frac{120}{30}\ A \Rightarrow \boxed{\mathbf{I_1 = 4\ A}} \text{ και}$$

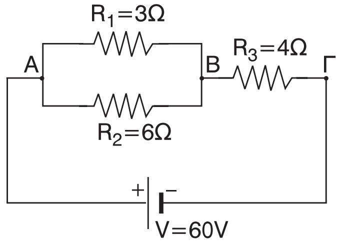
$$I_2 = \frac{V_{AB}}{R_2} \xRightarrow{V_{AB}=V} I_2 = \frac{V}{R_2} \overset{S.I.}{\Rightarrow} I_2 = \frac{120}{60}\ A \Rightarrow \boxed{\mathbf{I_2 = 2\ A}}$$

ή αλλιώς

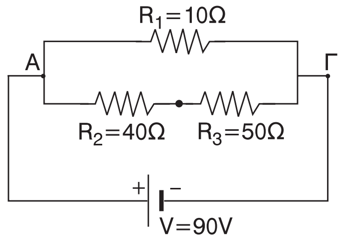
στον κόμβο Α από τον 1ο κανόνα του Kirchhoff, έχουμε

$$I_1 = I_1 + I_2 \Rightarrow I_2 = I - I_1 \overset{S.I.}{\Rightarrow} I_2 = (6 - 4)A \Rightarrow \boxed{I_2 = 2\ A}$$

12.



(α)

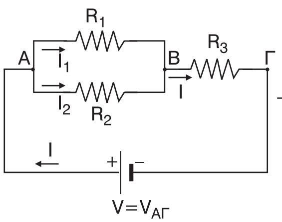


(β)

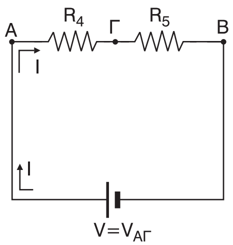
Στα παραπάνω κυκλώματα να βρείτε:
α) την ολική αντίσταση του συστήματος,
β) την τάση στα άκρα κάθε αντίστασης,
γ) την ένταση του ρεύματος, που διαρρέει κάθε αντίσταση.

Λύση:

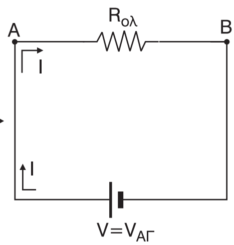
Για το κύκλωμα (α)



Κύκλωμα 1



Κύκλωμα 2



Κύκλωμα 3

α) Ισχύει $\dfrac{1}{R_4} = \dfrac{1}{R_1} + \dfrac{1}{R_2} \Rightarrow R_4 = \dfrac{R_1 \cdot R_2}{R_1 + R_2} \overset{S.I.}{\Rightarrow} R_4 = \dfrac{3 \cdot 6}{3 + 6}\ \Omega \Rightarrow$

$\Rightarrow R_4 = \dfrac{18}{9}\ \Omega \Rightarrow \boxed{R_4 = 2\ \Omega}$ και

$$R_{ολ} = R_4 + R_3 \overset{S.I.}{\Rightarrow} R_{ολ} = (2 + 4)\Omega \Rightarrow \boxed{R_4 = 2\ \Omega}$$

β,γ) Από το ισοδύναμο κύκλωμα 3 έχουμε:

$$I = \frac{V_{AΓ}}{R_{ολ}} \xRightarrow{V_{AΓ}=V} I = \frac{V}{R_{ολ}} \overset{S.I.}{\Rightarrow} I = \frac{60}{6}\ A \Rightarrow \boxed{I = 10\ A}$$

Από το ισοδύναμο κύκλωμα 2 έχουμε:

$$V_{AB} = I \cdot R_4 \overset{S.I.}{\Rightarrow} V_{AB} = 10 \cdot 2V \Rightarrow \boxed{V_{AB} = 20\ V = V_{R_1} = V_{R_2}}$$

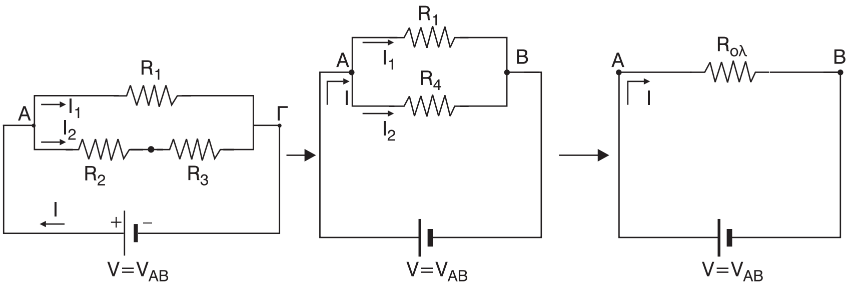
Από ρεύμα I διαρρέεται η αντίσταση R_3.

Από το κύκλωμα 1 έχουμε:

$$V_{B\Gamma} = I \cdot R_3 \overset{S.I.}{\Rightarrow} V_{B\Gamma} = 10 \cdot 4V \Rightarrow \boxed{V_{B\Gamma} = 40\ V = V_{R_3}}$$

$$I_1 = \frac{V_{AB}}{R_1} \overset{S.I.}{\Rightarrow} \boxed{I_1 = \frac{20}{3}\ A} \text{ και } I_2 = \frac{V_{AB}}{R_2} \overset{S.I.}{\Rightarrow} \boxed{I_1 = \frac{10}{3}\ A}$$

Για το κύκλωμα (β)



α) Ισχύει

$$R_4 = R_2 + R_3 \overset{S.I.}{\Rightarrow} R_4 = (40 + 50)\Omega \Rightarrow \boxed{R_4 = 90\ \Omega} \text{ και}$$

$$R_{ολ} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_4} \Rightarrow R_{ολ} = \frac{R_1 \cdot R_4}{R_1 + R_4} \overset{S.I.}{\Rightarrow} R_{ολ} = \frac{10 \cdot 90}{10 + 90}\ \Omega \Rightarrow$$

$$\Rightarrow R_{ολ} = \frac{900}{100}\ \Omega \Rightarrow \boxed{R_{ολ} = 9\ \Omega}$$

β,γ) Είναι $V_{R_1} = V_{AB} \xRightarrow{V_{AB}=V} V_{R_1} = V \Rightarrow \boxed{V_1 = 90\ V}$

Από το ισοδύναμο κύκλωμα 2 έχουμε:

$$I_1 = \frac{V_{AB}}{R_1} \xRightarrow{V_{A\Gamma}=V} I_1 = \frac{V}{R_1} \overset{S.I.}{\Rightarrow} I_1 = \frac{90}{10}\ A \Rightarrow \boxed{I_1 = 9\ A} \text{ και}$$

$$I_2 = \frac{V_{AB}}{R_4} \xRightarrow{V_{AB}=V} I_2 = \frac{V}{R_4} \overset{S.I.}{\Rightarrow} I_2 = \frac{90}{90}\ A \Rightarrow \boxed{I_2 = 1\ A}$$

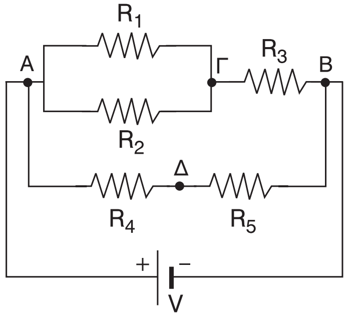
Από ρεύμα I_2 διαρρέεται και η αντίσταση R_2 και η R_3.

Από το κύκλωμα 1 έχουμε:

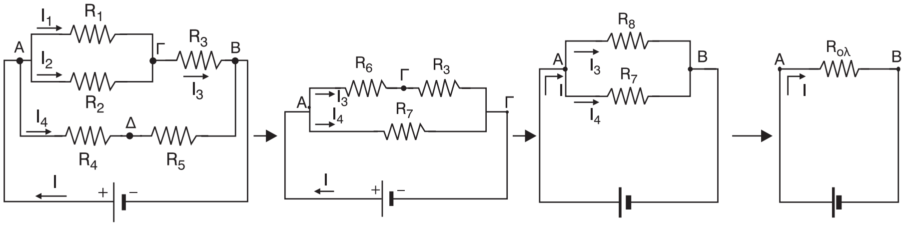
$V_{A\Gamma} = I_2 \cdot R_2 \overset{S.I.}{\Rightarrow} V_{A\Gamma} = 1 \cdot 40\ V \Rightarrow \boxed{V_{A\Gamma} = 40\ V = V_{R_2}}$

$V_{\Gamma B} = I_2 \cdot R_3 \overset{S.I.}{\Rightarrow} V_{\Gamma B} = 1 \cdot 50V \Rightarrow \boxed{V_{\Gamma B} = 50\ V = V_{R_3}}$

13. ***Στο διπλανό κύκλωμα δίνονται:***
$R_1 = 3\Omega$, $R_2 = 6\Omega$, $R_3 = 8\Omega$,
$R_4 = 7\Omega$, $R_5 = 3\Omega$, $V = 60V$.
Να βρείτε:
α) την ολική αντίσταση του κυκλώματος,
β) την τάση στα άκρα κάθε αντίστασης,
γ) την ένταση του ρεύματος, που διαρρέει κάθε αντίσταση.



Λύση:



α) Ισχύει $\dfrac{1}{R_6} = \dfrac{1}{R_1} + \dfrac{1}{R_2} \Rightarrow R_6 = \dfrac{R_1 \cdot R_2}{R_1 + R_2} \overset{S.I.}{\Rightarrow} R_6 = \dfrac{3 \cdot 6}{3 + 6}\ \Omega \Rightarrow$

$\Rightarrow R_6 = \dfrac{18}{9}\ \Omega \Rightarrow \boxed{R_6 = 2\ \Omega}$ και $R_7 = R_4 + R_5 \overset{S.I.}{\Rightarrow} R_7 = (7 + 3)\ \Omega \Rightarrow$

$\Rightarrow \boxed{R_7 = 10\ \Omega}$ και $R_8 = R_6 + R_3 \overset{S.I.}{\Rightarrow} R_8 = (2 + 8)\ \Omega \Rightarrow \boxed{R_8 = 10\ \Omega}$

και $\dfrac{1}{R_{o\lambda}} = \dfrac{1}{R_8} + \dfrac{1}{R_7} \Rightarrow R_{o\lambda} = \dfrac{R_8 \cdot R_7}{R_8 + R_7} \overset{S.I.}{\Rightarrow} R_{o\lambda} = \dfrac{10 \cdot 10}{10 + 10}\ \Omega \Rightarrow$

$\Rightarrow R_{o\lambda} = \dfrac{100}{20}\ \Omega \Rightarrow \boxed{R_{o\lambda} = 5\ \Omega}$

β,γ) Από το κύκλωμα 3 έχουμε:

$$I_3 = \frac{V_{AB}}{R_8} \xRightarrow{V_{AB}=V} I_3 = \frac{V}{R_8} \overset{S.I.}{\Rightarrow} I_3 = \frac{60}{10}\,A \Rightarrow \boxed{I_3 = 6\ A}$$

Από ρεύμα I_3 διαρρέεται και η αντίσταση R_3.

Επίσης

$$I_4 = \frac{V_{AB}}{R_7} \xRightarrow{V_{AB}=V} I_4 = \frac{V}{R_7} \overset{S.I.}{\Rightarrow} I_4 = \frac{60}{10}\,A \Rightarrow \boxed{I_4 = 6\ A}$$

Από ρεύμα I_4 διαρρέονται οι αντιστάσεις R_4 και R_5.

Από το ισοδύναμο κύκλωμα 2 έχουμε:

$$V_{\Gamma B} = I_3 \cdot R_3 \overset{S.I.}{\Rightarrow} V_{\Gamma B} = 6 \cdot 8\ V \Rightarrow \boxed{V_{\Gamma B} = 48\ V = V_{R_3}}$$ και

$$V_{A\Gamma} = I_3 \cdot R_6 \overset{S.I.}{\Rightarrow} V_{A\Gamma} = 6 \cdot 2\ V \Rightarrow \boxed{V_{A\Gamma} = 12\ V = V_{R_1} = V_{R_2}}$$

Από το κύκλωμα 1 έχουμε:

$$V_{A\Delta} = I_4 \cdot R_4 \overset{S.I.}{\Rightarrow} V_{A\Delta} = 6 \cdot 7\ V \Rightarrow \boxed{V_{A\Delta} = 42\ V = V_{R_4}}$$ και

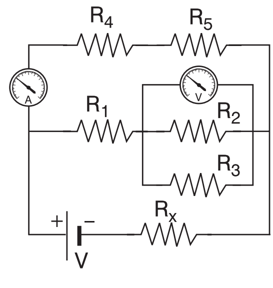
$$V_{\Delta B} = I_4 \cdot R_5 \overset{S.I.}{\Rightarrow} V_{\Delta B} = 6 \cdot 3\ V \Rightarrow \boxed{V_{\Delta B} = 18\ V = V_{R_5}}$$ και

$$I_1 = \frac{V_{A\Gamma}}{R_1} \overset{S.I.}{\Rightarrow} I_1 = \frac{12}{3}\,A \Rightarrow \boxed{I_1 = 4\ A}$$ και

$$I_2 = \frac{V_{A\Gamma}}{R_2} \overset{S.I.}{\Rightarrow} I_2 = \frac{12}{6}\,A \Rightarrow \boxed{I_2 = 2\ A}$$

Η αντίσταση R_1 διαρρέεται από ρεύμα I_1 και η αντίσταση R_2 από ρεύμα I_2.

14. ***Στο διπλανό κύκλωμα η ένδειξη του βολτομέτρου είναι 4V, η τάση της πηγής είναι V = 10V και οι αντιστάσεις R_1 = 2Ω, R_2 = 4Ω, R_3 = 4Ω, R_4 = 5Ω και R_5 = 11Ω. Να βρείτε την ένδειξη του αμπερόμετρου και την αντίσταση R_x. Το βολτόμετρο έχει άπειρη αντίσταση, ενώ το αμπερόμετρο έχει μηδενική αντίσταση, δηλαδή θεωρούνται ιδανικά όργανα.***



Λύση:

Από την ένδειξη του βολτομέτρου έχουμε: $\boxed{V_{N\Lambda} = 4\ V}$

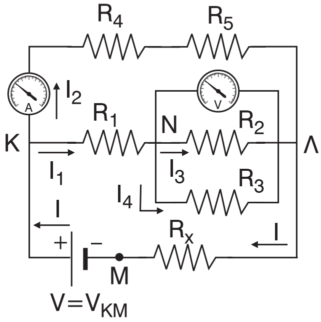
Όμως, στο κύκλωμα 1 έχουμε

$$V_{N\Lambda} = I_3 \cdot R_2 \Rightarrow I_3 = \frac{V_{N\Lambda}}{R_2} \overset{S.I.}{\Rightarrow}$$

$$\Rightarrow I_3 = \frac{4}{4}\ A \Rightarrow \boxed{I_3 = 1\ A} \text{ και}$$

$$V_{N\Lambda} = I_4 \cdot R_3 \Rightarrow I_4 = \frac{V_{N\Lambda}}{R_3} \overset{S.I.}{\Rightarrow}$$

$$\Rightarrow I_4 = \frac{4}{4}\ A \Rightarrow \boxed{I_4 = 1\ A}$$



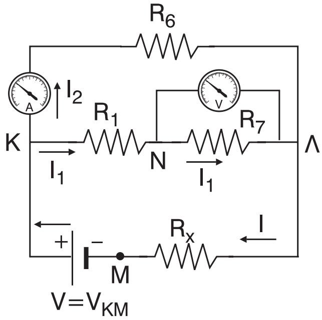
Κύκλωμα 1

Στον κόμβο N στο κύκλωμα 1 εφαρμόζοντας τον 1ο κανόνα του Kirchhoff έχουμε:

$$I_1 = I_4 + I_3 \overset{S.I.}{\Rightarrow}$$

$$I_1 = (1 + 1)\ A \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \boxed{I_1 = 2\ A}$$



Κύκλωμα 2

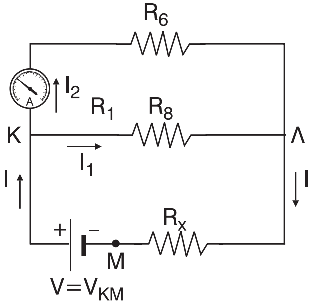
Ισχύει:

$$R_6 = R_4 + R_5 \overset{S.I.}{\Rightarrow} R_6 = (5 + 11)\ \Omega \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \boxed{R_6 = 16\ \Omega} \text{ και } \frac{1}{R_7} = \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow R_7 = \frac{R_2 \cdot R_3}{R_2 + R_3} \overset{S.I.}{\Rightarrow} R_7 = \frac{4 \cdot 4}{4 + 4}\ \Omega \Rightarrow$$

$$\Rightarrow R_7 = \frac{16}{8}\ \Omega \Rightarrow \boxed{R_7 = 2\ \Omega}$$



Κύκλωμα 3

Επίσης $R_8 = R_1 + R_7 \overset{S.I.}{\Rightarrow} R_8 = (2 + 2)\ \Omega \Rightarrow$

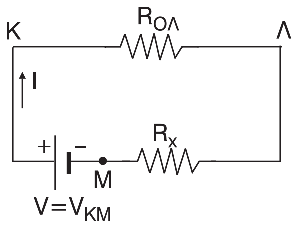
$\Rightarrow \boxed{\mathbf{R_8 = 4\ \Omega}}$

Από το κύκλωμα 3 έχουμε:

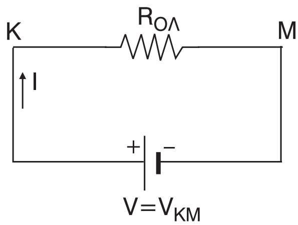
$V_{ΚΛ} = I_1 \cdot R_8 \overset{S.I.}{\Rightarrow} V_{ΚΛ} = 2 \cdot 4\ V \Rightarrow$

$\Rightarrow \boxed{\mathbf{V_{ΚΛ} = 8V}}$ και

$I_2 = \dfrac{V_{ΚΛ}}{R_6} \overset{S.I.}{\Rightarrow} I_2 = \dfrac{8}{16}\ A \Rightarrow \boxed{\mathbf{I_2 = 0,5\ A}}$



Κύκλωμα 4



Κύκλωμα 5

Η τιμή του I_2 είναι και η ένδειξη του α-μπερόμετρου.

Ισχύει $\dfrac{1}{R_{ολ}} = \dfrac{1}{R_6} + \dfrac{1}{R_8} \Rightarrow R_9 = \dfrac{R_6 \cdot R_8}{R_6 + R_8} \overset{S.I.}{\Rightarrow}$

$\Rightarrow R_{ολ} = \dfrac{16 \cdot 4}{16 + 4}\ \Omega \Rightarrow R_{ολ} = \dfrac{64}{20}\ \Omega \Rightarrow$

$\Rightarrow \boxed{\mathbf{R_{ολ} = 3,2\ \Omega}}$

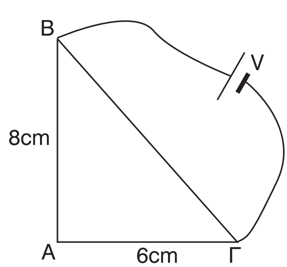
Από το κύκλωμα 4 έχουμε: $I = \dfrac{V_{ΚΛ}}{R_9} \overset{S.I.}{\Rightarrow} I = \dfrac{8}{3,2}\ A \Rightarrow \boxed{\mathbf{I = 2,5\ A}}$

Από το κύκλωμα 5 έχουμε:

$R_{ολ} = \dfrac{V_{KM}}{I} \xRightarrow{V_{KM}=V} R_{ολ} = \dfrac{V}{I} \overset{S.I.}{\Rightarrow} R_{ολ} = \dfrac{10}{2,5}\ \Omega \Rightarrow \boxed{\mathbf{R_{ολ} = 4\ A}}$

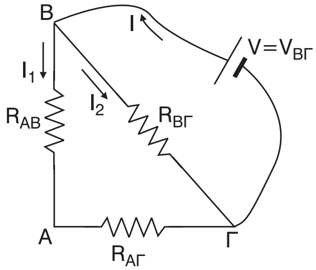
Όμως $R_{ολ} = R_9 + R_x \Rightarrow R_x = R_{ολ} - R_9 \overset{S.I.}{\Rightarrow} R_x = (4 - 3,2)\ \Omega \Rightarrow \boxed{\mathbf{R_x = 0,8\ \Omega}}$

15. ***Στο διπλανό κύκλωμα η αντίσταση ανά μονάδα μήκους του σύρματος του τριγώνου είναι R* = 5Ω/cm. Να βρείτε την ένταση του ρεύματος, που διαρρέει κάθε πλευρά του τριγώνου.***



Λύση:

Από το Πυθαγόρειο Θεώρημα έχουμε:



$ΒΓ^2 = ΑΒ^2 + ΑΓ^2 = ΒΓ^2 =$

$= 64\ cm^2 + 3\ cm^2 = ΒΓ^2 = 100\ cm^2 \Rightarrow$

$\Rightarrow ΒΓ = \sqrt{100}\ cm^2 \Rightarrow$ $\boxed{\mathbf{ΒΓ = 10\ cm}}$

Για το ΑΒ έχουμε: $R^* = \dfrac{R_{ΑΒ}}{ΑΒ} \Rightarrow$

$\Rightarrow R_{ΑΒ} = R^* \cdot ΑΒ \Rightarrow R_{ΑΒ} = 5\dfrac{Ω}{cm} \cdot 8\ cm \Rightarrow$

$\Rightarrow$ $\boxed{\mathbf{R_{ΑΒ} = 40\ Ω}}$

Ομοίως, $R_{ΑΓ} = R^* \cdot ΑΓ \Rightarrow R_{ΑΓ} = 5\dfrac{Ω}{cm} \cdot 6\ cm \Rightarrow$ $\boxed{\mathbf{R_{ΑΓ} = 30\ Ω}}$ και

$R_{ΒΓ} = R^* \cdot ΒΓ \Rightarrow R_{ΒΓ} = 5\dfrac{Ω}{cm} \cdot 10\ cm \Rightarrow$ $\boxed{\mathbf{R_{ΒΓ} = 50\ Ω}}$

Ισχύει $\boxed{\mathbf{V = V_{ΒΓ}}}$

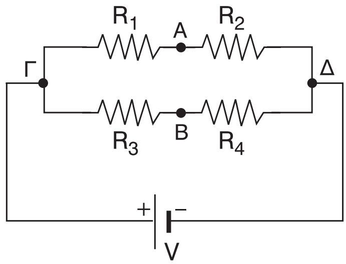
Επίσης $V_{ΒΓ} = V_{ΒΑ} + V_{ΑΓ} \Rightarrow V = I_1 \cdot R_{ΑΒ} + I_1 \cdot R_{ΑΓ} \Rightarrow V = I_1(R_{ΑΒ} + R_{ΑΓ}) \Rightarrow$

$\Rightarrow I_1 = \dfrac{V}{R_{ΑΒ} + R_{ΑΓ}} \overset{S.I.}{\Rightarrow} I_1 = \dfrac{14}{40 + 30}\ A \Rightarrow I_1 = \dfrac{14}{70}\ A \Rightarrow$ $\boxed{\mathbf{I_1 = 0{,}2\ A}}$

Ακόμη έχουμε $V_{ΒΓ} = I_2 R_{ΒΓ} \Rightarrow I_2 = \dfrac{V_{ΒΓ}}{R_{ΒΓ}} \Rightarrow I_2 = \dfrac{V}{R_{ΒΓ}} \overset{S.I.}{\Rightarrow}$

$\Rightarrow I_2 = \dfrac{14}{50}\ A \Rightarrow$ $\boxed{\mathbf{I_2 = 0{,}28\ A}}$

16. ***Στο διπλανό κύκλωμα δίνονται $V = 30\ V$, $R_1 = 2Ω$, $R_2 = 1Ω$, $R_3 = 5Ω$ και $R_4 = 10V$.***



α) Να βρείτε την τάση V_{AB}.

β) Να βρείτε την αντίσταση R που πρέπει να συνδέουμε παράλληλα με την R_4, ώστε $V_{AB} = 0$.

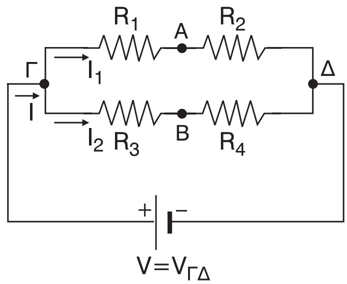
Λύση:

α) Είναι $V_{ΓΔ} = V_{ΓΑ} + V_{ΑΔ} \xRightarrow{V_{ΓΔ}=V}$

$\Rightarrow V = I_1R_1 + I_1R_2 \Rightarrow V = I_1(R_1 + R_2) \Rightarrow$

$\Rightarrow I_1 = \dfrac{V}{R_1 + R_2} \overset{S.I.}{\Rightarrow} I_1 = \dfrac{30}{2+1} A \Rightarrow$

$\Rightarrow I_1 = \dfrac{30}{3} A \Rightarrow \boxed{I_1 = 10\ A}$



Επίσης $V_{ΓΔ} = V_{ΓΒ} + V_{ΒΔ} \Rightarrow$

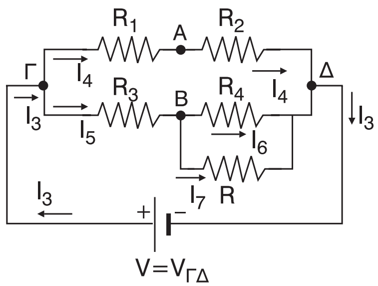
$\Rightarrow V = I_2R_3 + I_2R_4 \Rightarrow V = I_2(R_3 + R_4) \Rightarrow$

$\Rightarrow I_2 = \dfrac{V}{R_3 + R_4} \overset{S.I.}{\Rightarrow} I_2 = \dfrac{30}{5+10} A \Rightarrow I_2 = \dfrac{30}{15} A \Rightarrow \boxed{I_2 = 10\ A}$

Έχουμε $V_{ΑΒ} = V_{ΑΔ} + V_{ΒΔ} \Rightarrow V_{ΑΒ} = I_1R_2 + (-I_2R_4) \Rightarrow$

$V_{ΑΒ} = I_1R_2 - I_2R_4 \Rightarrow V_{ΑΒ} = (10 \cdot 1 - 2 \cdot 10)V \Rightarrow \boxed{V_{ΑΒ} = -10\ V}$

β) Μετά την προσθήκη της R παράλληλα στην R_4 ώστε $V_{ΑΒ} = 0$ γενικά τα ρεύματα αλλάζουν. Έχουμε:



$V_{ΓΔ} = V_{ΓΑ} + V_{ΑΔ} \xRightarrow{V_{ΓΔ}=V} V = I_4R_1 + I_4R_2 \Rightarrow$

$\Rightarrow V = I_4(R_1 + R_2) \Rightarrow I_4 = \dfrac{V}{R_1 + R_2} \overset{S.I.}{\Rightarrow}$

$\overset{S.I.}{\Rightarrow} I_4 = \dfrac{30}{2+1} A \Rightarrow I_4 = \dfrac{30}{3} A \Rightarrow$

$\Rightarrow \boxed{I_4 = 10\ A}$

Επίσης $V_{ΑΒ} = 0 \Rightarrow V_{ΑΔ} + V_{ΔΒ} = 0 \Rightarrow I_4R_2 + (-I_6R_4) = 0 \Rightarrow$

$\Rightarrow I_4R_2 - I_6R_4 = 0 \Rightarrow I_4R_2 = I_6R_4 \Rightarrow I_6 = \dfrac{I_4R_2}{R_4} \overset{S.I.}{\Rightarrow} I_6 = \dfrac{10 \cdot 1}{10} A \Rightarrow$

$\Rightarrow \boxed{I_6 = 1\ A}$

Επίσης $V_{ΓΔ} = V_{ΓΒ} + V_{ΒΔ} \xRightarrow{V_{ΓΔ}=V} V = I_5R_3 + I_6R_4 \Rightarrow V - I_6R_4 = I_5R_3 \Rightarrow$

$\Rightarrow I_5 = \dfrac{V - I_6R_4}{R_3} \overset{S.I.}{\Rightarrow} I_5 = \dfrac{30 - 1 \cdot 10}{5} A \Rightarrow I_5 = \dfrac{20}{5} A \Rightarrow \boxed{I_5 = 4\ A}$

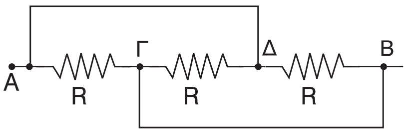
Στον κόμβο Β εφαρμόζοντας τον 1ο κανόνα του Kirchhoff έχουμε:

$$I_5 = I_6 + I_7 \Rightarrow I_7 = I_5 - I_6 \overset{S.I.}{\Rightarrow} I_7 = (4-1)\ A \Rightarrow \boxed{I_7 = 3\ A}$$

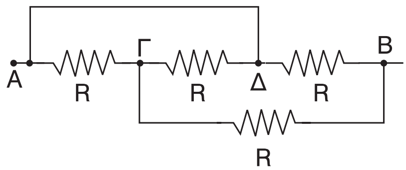
Τέλος ισχύει:

$$\left.\begin{aligned} V_{ΒΔ} &= I_6 \cdot R_4 \\ V_{ΒΔ} &= I_7 \cdot R \end{aligned}\right| \Rightarrow I_7 R = I_6 R_4 \Rightarrow R = \frac{I_6 \cdot R_4}{I_7} \overset{S.I.}{\Rightarrow} R = \frac{1 \cdot 10}{3}\ \Omega \Rightarrow \boxed{R = \frac{10}{3}\ \Omega}$$

17. ***Να βρείτε την ολική αντίσταση μεταξύ των Α και Β στις παρακάτω συνδεσμολογίες, αν R = 30Ω.***



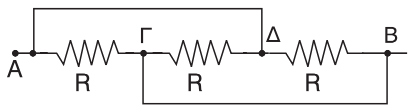
(α)



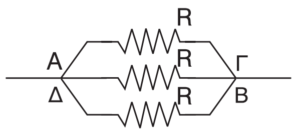
(β)

Λύση:

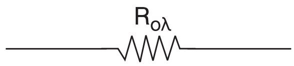
(α) Τα σημεία Α και Δ είναι βραχυκυκλωμένα, άρα έχουν το ίδιο δυναμικό δηλαδή $V_A = V_Δ$. Το ίδιο ισχύει για τα σημεία Γ, Β, δηλαδή $V_Γ = V_Β$. Έτσι προκύπτουν τα ισοδύναμα κυκλώματα 2 και 3.



Κύκλωμα 1



Κύκλωμα 2



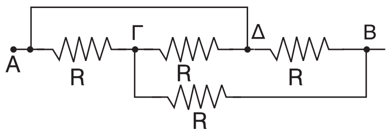
Κύκλωμα 3

Ισχύει $\dfrac{1}{R_{ολ}} = \dfrac{1}{R} + \dfrac{1}{R} + \dfrac{1}{R} \Rightarrow$

$$\Rightarrow \frac{1}{R_{ολ}} = \frac{3}{R} \overset{S.I.}{\Rightarrow} R_{ολ} = \frac{30}{3}\ \Omega \Rightarrow$$

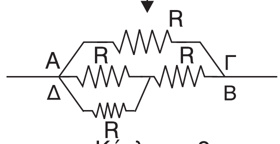
$$\Rightarrow \boxed{R_{ολ} = 10\ \Omega}$$

Τα σημεία Α, Δ είναι βραχυκυκλωμένα, άρα έχουν το ίδιο δυναμικό δηλαδή $V_A = V_\Delta$. Έτσι προκύπτουν τα ισοδύναμα κυκλώματα 2, 3, 4, 5.



Κύκλωμα 1

Ισχύει $\dfrac{1}{R_1} = \dfrac{1}{R} + \dfrac{1}{R} \Rightarrow \dfrac{1}{R_1} = \dfrac{2}{R} \Rightarrow$

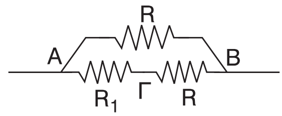


Κύκλωμα 2

$\Rightarrow R_1 = \dfrac{R}{2} \overset{S.I.}{\Rightarrow} R_1 = \dfrac{30}{2}\,\Omega \Rightarrow \boxed{R_1 = 15\ \Omega}$

και $R_2 = R_1 + R \overset{S.I.}{\Rightarrow} R_2 = (15 + 30)\,\Omega \Rightarrow$

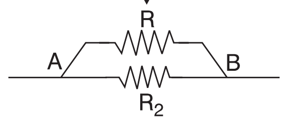
$\Rightarrow \boxed{R_2 = 45\ \Omega}$



Κύκλωμα 3

Τέλος έχουμε: $\dfrac{1}{R_{ολ}} = \dfrac{1}{R_2} + \dfrac{1}{R} \Rightarrow$

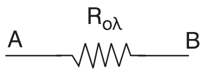
$\Rightarrow R_{ολ} = \dfrac{R \cdot R}{R + R} \overset{S.I.}{\Rightarrow} R_{ολ} = \dfrac{45 \cdot 30}{75}\,\Omega \Rightarrow$



Κύκλωμα 4

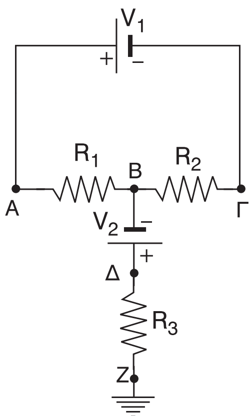
$\Rightarrow R_{ολ} = \dfrac{3 \cdot 30}{5}\,\Omega \Rightarrow 3 \cdot 6\,\Omega \Rightarrow$

$\Rightarrow \boxed{R_{ολ} = 18\ \Omega}$



Κύκλωμα 5

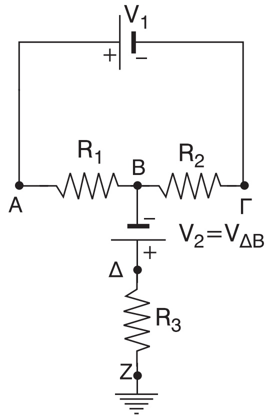
18. ***Στο διπλανό κύκλωμα δίνονται: $R_1 = R_2 = R_3 = 10\ \Omega$, $V_1 = 20V$, $V_2 = 10V$. Να βρείτε τα δυναμικά των σημείων Α,Β,Γ και Δ.***



Λύση:

Το τμήμα ΒΖ που καταλήγει στη γείωση δεν διαρρέεται ρεύμα αφού δεν δημιουργείται με μία μόνο γείωση κελιστό κύκλωμα μέσω της γης. Για το σημείο Ζ ισχύει $\boxed{V_Z = 0}$

Επίσης $\boxed{V_1 = V_{ΑΓ}}$ και $\boxed{V_2 = V_{ΔΒ}}$



Έχουμε: $V_{ΑΓ} = V_{ΑΒ} + V_{ΒΓ} \Rightarrow$

$\Rightarrow V_1 = IR_1 + IR_2) \Rightarrow$

$\Rightarrow V_1 = I(R_1 + R_2) \Rightarrow I = \dfrac{V_1}{R_1 + R_2} \Rightarrow$

$\Rightarrow I = \dfrac{20}{10 + 10}\,A \Rightarrow I = \dfrac{20}{20} \Rightarrow \boxed{I = 1A}$

Ακόμα ισχύει: $\boxed{V_{ΔZ} = 0 \cdot R_3 = 0}$ αφού η R_3 δεν διαρρέεται από ρεύμα:

Επίσης $V_{AZ} = V_{AB} + V_{BΔ} + V_{ΔZ} \overset{S.I.}{\Rightarrow}$

$\overset{S.I.}{\Rightarrow} V_A - V_Z = IR_1 + (-V_2) + 0 \Rightarrow$

$\Rightarrow V_A - 0 = IR_1 - V_2 \Rightarrow V_A = IR_1 - V_2 \overset{S.I.}{\Rightarrow} V_A = (1 \cdot 10 - 10)V \Rightarrow$

$\Rightarrow \boxed{V_A = 0\ V}$

$V_{AB} = IR_1 \Rightarrow V_A - V_B = IR_1 \Rightarrow 0 - V_B = IR_1 \overset{S.I.}{\Rightarrow} V_B = -IR_1 \Rightarrow$

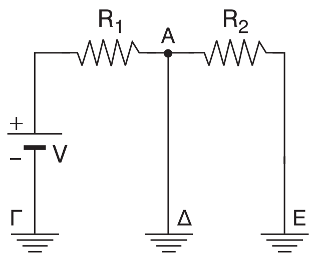
$\Rightarrow V_B = -1 \cdot 10\ V \Rightarrow \boxed{V_B = -10\ V}$

$V_{BΓ} = IR_2 \Rightarrow V_B - V_Γ = IR_2 \Rightarrow V_B - IR_2 = V_Γ \overset{S.I.}{\Rightarrow} V_Γ = (-10 + 1 \cdot 10)\ V \Rightarrow$

$\Rightarrow \boxed{V_Γ = 0\ V}$

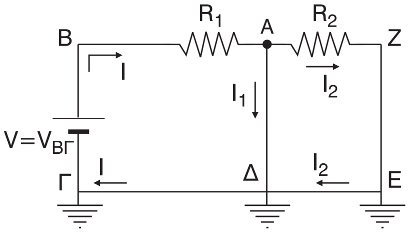
$V_{ΔZ} = 0 \Rightarrow V_Δ - V_Z = 0 \Rightarrow V_Δ = V_Z \Rightarrow \boxed{V_Δ = 0\ V}$

19. ***Στο διπλανό κύκλωμα δίνονται: $V = 10V$, $R_1 = 10Ω$, $R_2 = 20Ω$. Να βρείτε την ένταση του ρεύματος, που διαρρέει την R_1. Αν μεταξύ του σημείου Α και της γης αντικαταστήσουμε το καλώδιο με αντιστάτη αντίστασης $R_3 = 20Ω$, να βρείτε τις εντάσεις των ρευμάτων που διαρρέουν τους κλάδους του κυκλώματος.***



Λύση:

Τα σημεία Γ, Δ, Ε είναι γειωμένα, οπότε μέσω της γης κλείνει κύκλωμα και μπορούμε να θεωρήσουμε ότι τα σημεία Γ, Δ, Ε, είναι ενωμένα με αγωγό (σύρμα) αμελητέας αντίστασης.



Βέβαια για τα δυναμικά των σημείων αυτών ισχύει $\boxed{V_Γ = V_Δ = V_E = 0V}$

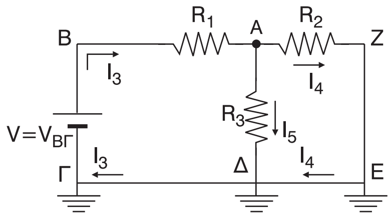
Ακόμη ισχύει $\boxed{V = V_{ΒΓ}}$

Οπότε έχουμε: $V_{ΒΓ} = V_{ΒΑ} + V_{ΑΔ} + V_{ΔΓ} \Rightarrow V = IR_1 + 0 + 0 \Rightarrow V = IR_1 \Rightarrow$

$$\Rightarrow I = \frac{V}{R_1} \Rightarrow I = \frac{10}{10} A \Rightarrow \boxed{I = 1 A}$$

Μετά την προσθήκη της R_3, γενικά τα ρεύματα αλλάζουν.

Α΄ τρόπος:



Κύκλωμα 1

$V_{ΒΓ} = V_{ΒΑ} + V_{ΑΓ} \Rightarrow V = I_3R_1 + I_5R_3 \Rightarrow 10 = 10I_3 + 20I_5 \Rightarrow$

$$\Rightarrow \boxed{I_3 + 2I_5 = 1} \quad (1)$$

$V_{ΒΓ} = V_{ΒΑ} + V_{ΑΖ} + V_{ΖΕ} + V_{ΕΓ} \Rightarrow V = I_3R_1 + I_4R_2 + 0 + 0 \Rightarrow$

$$\Rightarrow 10 = 10I_3 + 20I_4 \Rightarrow \boxed{I_3 + 2I_4 = 1}$$

Εφαρμώζοντας τπν 1ο κανόνα του Kirchhoff στον κόμβο Α έχουμε

$$\boxed{I_3 = I_4 + I_5} \quad (3)$$

Από (1), (2) $\Rightarrow I_3 + 2I_5 = I_3 + 2I_4 \Rightarrow 2I_5 = 2I_4 \Rightarrow \boxed{I_5 = I_4}$ (4)

Άρα (3) (4) $\Rightarrow I_3 = I_4 + I_4 \Rightarrow \boxed{I_3 = 2I_4}$ (5)

$(2), (5) \Rightarrow 2I_4 + 2I_4 = 1 \Rightarrow 4I_4 = 1 \Rightarrow I_4 = \frac{1}{4}\ A\ \boxed{\mathbf{I_4 = 0{,}25\ A = I_5}}$ (4)

Άρα $(5) \Rightarrow I_3 = 2 \cdot 0{,}25\ A \Rightarrow \boxed{\mathbf{I_3 = 0{,}5\ A}}$

Β΄ τρόπος:

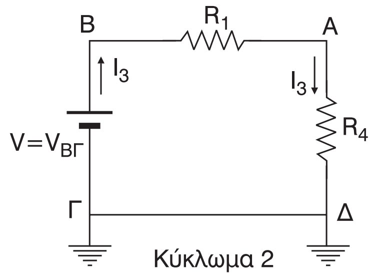
Οι αντιστάσεις R_2 και R_3 είναι συνδεδεμένες παράλληλα. Έτσι προκύπτουν τα ισοδύναμα κυκλώματα 2, 3.

Ισχύει: $\frac{1}{R_4} = \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} \Rightarrow$

$R_4 = \frac{R_2 \cdot R_3}{R_2 + R_3} \Rightarrow R_4 = \frac{20 \cdot 20}{20 + 20}\ \Omega \Rightarrow$

$\Rightarrow R_4\ \frac{400}{40}\ \Omega \Rightarrow$

$\Rightarrow \boxed{\mathbf{R_4 = 10\ \Omega}}$

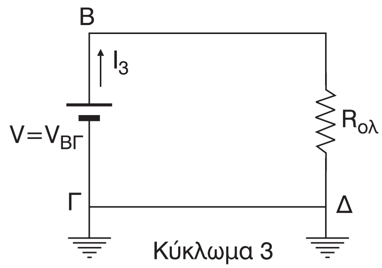


Κύκλωμα 2

$R_{ολ} = R_1 + R_4 \Rightarrow$

$R_{ολ} = (10 + 10)\ \Omega \Rightarrow$

$\Rightarrow \boxed{\mathbf{R_{ολ} = 20\ \Omega}}$



Κύκλωμα 3

Από το ισοδύναμο κύκλωμα 3 έχουμε:

$I_3 = \frac{V_{ΒΓ}}{R_{ολ}} \Rightarrow I_3 = \frac{V}{R_{ολ}} \Rightarrow$

$I_3 = \frac{10}{20}\ A \Rightarrow \boxed{\mathbf{I_3 = 0{,}5\ A}}$

Από το ισοδύναμο κύκλωμα 2 έχουμε:

$V_{ΑΔ} = I_3 \cdot R_4 \Rightarrow V_{ΑΔ} = 0{,}5 \cdot 10\ V \Rightarrow \boxed{\mathbf{V_{ΑΔ} = 5\ V}}$

Όμως, από το κύκλωμα 1 έχουμε:

$V_{ΑΔ} = I_5 \cdot R_3 \Rightarrow I_5 = \frac{V_{ΑΔ}}{R_3} \Rightarrow I_5 = \frac{5}{20}\ A \Rightarrow \boxed{\mathbf{I_5 = 0{,}25\ A}}$

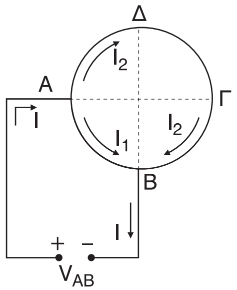
$V_{ΑΔ} = I_4 \cdot R_2 \Rightarrow I_4 = \frac{V_{ΑΔ}}{R_3} \Rightarrow I_4 = \frac{5}{20}\ A \Rightarrow \boxed{\mathbf{I_4 = 0{,}25\ A}}$

20. ***Θεωρούμε έναν ισοπαχύ και ομογενή κυκλικό αγωγό κέντρου Κ και τέσσερα σημεία του Α,Β,Γ,Δ τέτοια ώστε, $\overset{\frown}{AB} = \overset{\frown}{B\Gamma} = \overset{\frown}{\Gamma\Delta} = \overset{\frown}{\Delta A} = 90^\circ$. Τα σημεία Α και Β συνδέονται με τάση $V_{AB} = 60V$.***

α) Να βρείτε τη διαφορά δυναμικού $V_{A\Gamma}$.

β) Αν γειώσουμε το Δ, να βρείτε το δυναμικό του σημείου Γ.

Λύση:



Αν ℓ_1 το μήκος του τόξου ΑΒ και ℓ_2 το μήκος του μήκος του τόξου $\overset{\frown}{A\Delta\Gamma B}$.

Ισχύει $\boxed{\ell_2 = 3\ell_1}$

Για τις αντιστάσεις έχουμε αντίστοιχα:

$R_1 = \rho \dfrac{\ell_1}{S}$ και

$$R_2 = \rho \frac{\ell_2}{S} \xRightarrow{\ell_2 = 3\ell_1} R_2 = \rho \frac{3\ell_1}{S} \Rightarrow R_2 = 3\rho \frac{\ell_1}{S} \xRightarrow{\rho\frac{\ell_1}{S} = R_1} \boxed{R_2 = 3R_1}$$

Έχουμε:

$$\left.\begin{aligned} V_{AB} &= I_1 R_1 \\ V_{AB} &= I_2 R_2 \end{aligned}\right| \Rightarrow I_1R_1 = I_2R_2 \xRightarrow{R_2 = 3R_1} I_1 R_1 = I_2 3R_1 \; \boxed{I_1 = 3I_2} \Rightarrow \boxed{I_2 = \frac{I_1}{3}}$$

Το μήκος ℓ_3 του τόξου ΑΔΓ είναι $\boxed{\ell_2 = 2\ell_1}$ και για την αντίστασή του

έχουμε $R_3 = \rho \dfrac{\ell_3}{S} \xRightarrow{\ell_3 = 2\ell_1} R_3 = \rho \dfrac{\ell_1}{S} \Rightarrow R_3 = 2\rho \dfrac{\ell_1}{S} \xRightarrow{\rho\frac{\ell_1}{S} = R_1} \boxed{R_2 = 2R_1}$

α) Για τη διαφορά δυναμικού $V_{A\Gamma}$ έχουμε $V_{A\Gamma} = I_2 \cdot R_3 \xRightarrow[I_2 = I_1/3]{R_3 = 2R_1} V_{A\Gamma} = \dfrac{I_1}{3} 2R_1 \Rightarrow$

$$\Rightarrow V_{A\Gamma} = \frac{2}{3} I_1R_1 \xRightarrow{I_1R_1 = V_{AB}} V_{A\Gamma} = \frac{2}{3} V_{AB} \overset{S.I.}{\Rightarrow} V_{A\Gamma} = \frac{2}{3} 60\text{ V} \Rightarrow \boxed{V_{A\Gamma} = 40\text{ V}}$$

β) Στη συνέχεια γειώνουμε το σημείο Δ, οπότε $\boxed{V_\Delta = 0}$

Το μήκος ℓ_4 του τόξου ΑΔ είναι $\boxed{\ell_4 = \ell_1}$ και η αντίστασή του

$$R_4 = \rho \frac{\ell_4}{S} \xRightarrow{\ell_4 = \ell_1} R_4 = \rho \frac{\ell_1}{S} \xRightarrow{\rho\frac{\ell_1}{S} = R_1} \boxed{R_4 = R_1}$$

Έχουμε $V_{A\Delta} = I_2 R_4 \xRightarrow[I_2 = I_1/3]{R_4 = R_1} V_{A\Delta} = \dfrac{I_1}{3} R_1 \xRightarrow{I_1R_1 = V_{AB}} V_{A\Delta} = \dfrac{V_{AB}}{3} \Rightarrow$

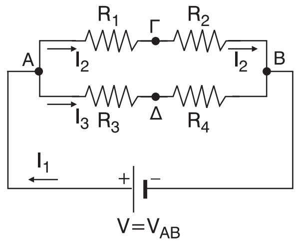
$$\Rightarrow V_A - V_\Delta = \frac{60}{3}\,V \Rightarrow V_A - 0 = 20\,V \Rightarrow \boxed{V_A = 20\,V}$$

Όμως $V_A - V_\Gamma = V_{A\Gamma} \Rightarrow V_A - V_{A\Gamma} = V_\Gamma \overset{S.I.}{\Rightarrow} V_\Gamma = (20 - 40)V \Rightarrow \boxed{V_\Gamma = -20\,V}$

21. ***Δίνονται τέσσερις αντιστάτες με αντιστάσεις $R_1 = 2\Omega$, $R_2 = 4\Omega$, $R_3 = 6\Omega$, $R_4 = 8\Omega$. Πώς πρέπει να τους συνδέσουμε για να έχουμε ολική αντίσταση $R_{ολ} = 5\Omega$; Αν τότε τροφοδοτήσουμε τη διάταξη με πηγή, ο αντιστάτης R_3 διαρρέεται από ρεύμα έντασης $I_3 = 2A$. Να βρείτε την ένταση του ρεύματος που διαρρέει τον αντιστάτη R_4.***

Λύση:

Ο τρόπος σύνδεσης είναι αυτός που φαίνεται στο σχήμα, διότι:



Κύκλωμα 1

$$R_5 = R_1 + R_4 \Rightarrow R_5 = (2 + 8)\,\Omega \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \boxed{R_5 = 10\,\Omega}$$

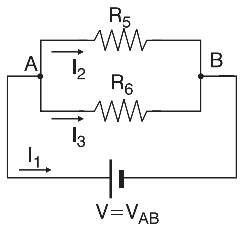
$$R_6 = R_2 + R_3 \Rightarrow R_6 = (4 + 6)\,\Omega \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \boxed{R_6 = 10\,\Omega}$$

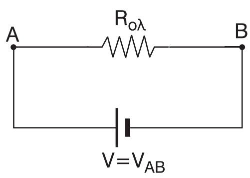
$$\frac{1}{R_{ολ}} = \frac{1}{R_5} + \frac{1}{R_6} \Rightarrow R_{ολ} = \frac{R_5 \cdot R_6}{R_5 + R_6} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow R_{ολ} = \frac{10 \cdot 10}{10 + 10}\,\Omega \Rightarrow R_{ολ} = \frac{100}{20}\,\Omega \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \boxed{R_{ολ} = 5\,\Omega}$$



Κύκλωμα 2



Κύκλωμα 3

Από το ισοδύναμο κύκλωμα 2 έχουμε:

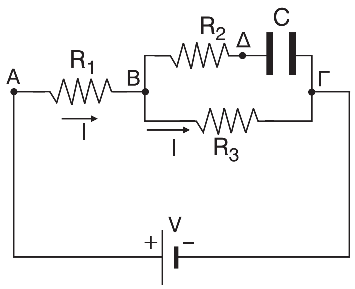
$$\left.\begin{aligned} V_{AB} &= I_3 \cdot R_1 \\ V_{AB} &= I_2 \cdot R_5 \end{aligned}\right| \Rightarrow I_2R_5 = I_3R_6 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow I_2 = \frac{I_3\,R_6}{R_5} \overset{S.I.}{\Rightarrow} I_2 = \frac{2 \cdot 10}{10}\,A \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \boxed{I_2 = 2\,A}$$

Δηλαδή η αντίσταση R_4 διαρρέεται από ρεύμα έντασης $\boxed{I_2 = 2\,A}$

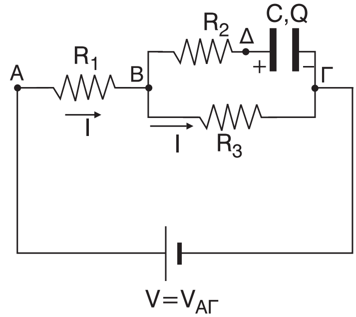
22. ***Στο διπλανό κύκλωμα, αν C = 20μF, V = 100V και R_1 = 40Ω, R_3 = 10Ω. Να βρείτε το φορτίο του πυκνωτή.***



Λύση:

Ο πυκνωτής μετά τη φόρτισή του λειτουργεί ως ανοιχτός διακόπτης στα κυκλώματα συνεχούς ρεύματος.

Έτσι το τμήμα ΒΔΓ του κυκλώματος δεν διαρρέεται από ρεύμα.



Έχουμε $V_{ΑΓ} = V_{ΑΒ} + V_{ΒΓ} \xRightarrow{V_{ΑΓ}=V}$

$\Rightarrow V = IR_1 + IR_3 \Rightarrow V = I\,(R_1 + R_3) \Rightarrow$

$\Rightarrow I = \dfrac{V}{R_1 + R_3} \overset{S.I}{\Rightarrow} I = \dfrac{100}{40 + 10}\,A \Rightarrow$

$\Rightarrow I = \dfrac{100}{50}\,A \Rightarrow \boxed{I = 2\,A}$

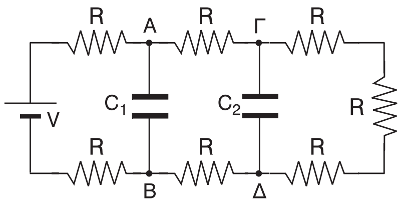
Η τάση V_C στα άκρα τουπυκνωτή είναι:

$V_C = V_{ΔΓ} \Rightarrow V_C = V_{ΔΒ} + V_{ΒΓ} \Rightarrow V_C = 0 + V_{ΒΓ} \Rightarrow \dfrac{Q}{C} = V_{ΒΓ} \Rightarrow Q = C \cdot V_{ΒΓ} \Rightarrow$

$\Rightarrow Q = C \cdot I \cdot R_3 \Rightarrow Q = 20 \cdot 10^{-6} \cdot 2 \cdot 10\,C \Rightarrow \boxed{Q = 4 \cdot 10^{-4}\,C}$

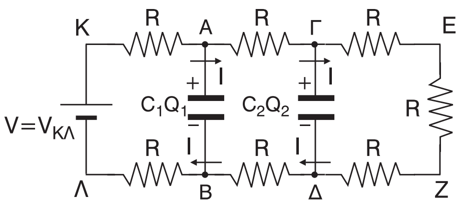
όπου Q το φορτίο του πυκνωτή.

23. ***Στο διπλανό κύκλωμα, να βρείτε το λόγο C_1/C_2 για να έχουν οι πυκνωτές ίσα φορτία.***



Λύση:

Για την τάση V_1 και V_2 των πυκνωτών με χωρητικότητες C_1 και C_2 αντίστοιχα έχουμε:



$\boxed{V_1 = V_{ΑΒ}}$ και $\boxed{V_2 = V_{ΓΔ}}$

Για τα φορτία των πυκνωτών θέλουμε να ισχύει

$Q_1 = Q_2 \Rightarrow C_1V_1 = C_2V_2 \Rightarrow C_1V_{ΑΒ} = C_2V_{ΓΔ} \Rightarrow \boxed{\dfrac{C_1}{C_2} = \dfrac{V_{ΓΔ}}{V_{ΑΒ}}}$ (1)

Τα τμήματα ΑΒ και ΓΔ μετά τη φόρτιση των πυκνωτών δεν διαρρέονται από ρεύμα. Αν I η ένταση του σταθερού ρεύματος που διαρρέει όλες τις αντιστάσεις, ισχύει:

$$V_{ΓΔ} = V_{ΓΕ} + V_{ΕΖ} + V_{ΖΔ} \Rightarrow V_{ΓΔ} = I \cdot R + I \cdot R + I \cdot R \Rightarrow \boxed{\mathbf{V_{ΓΔ} = 3I \cdot R}}$$ και

$$V_{ΑΒ} = V_{ΑΓ} + V_{ΓΔ} + V_{ΔΒ} \Rightarrow V_{ΑΒ} = I \cdot R + I \cdot R + I \cdot R \Rightarrow \boxed{\mathbf{V_{ΑΒ} = 5I \cdot R}}$$

Άρα: $\dfrac{V_{ΓΔ}}{V_{ΑΒ}} = \dfrac{3I \cdot R}{5I \cdot R} \Rightarrow \boxed{\dfrac{V_{ΓΔ}}{V_{ΑΒ}} = \dfrac{3}{5}}$ (2)

Από (1), (2) $\Rightarrow \boxed{\dfrac{C_1}{C_2} = \dfrac{3}{5}}$

24. ***Δύο ίσες αντιστάσεις συνδέονται: α) σε σειρά και β) παράλληλα. Στα άκρα του συστήματος και στις δύο περιπτώσεις εφαρμόζεται η ίδια τάση V. Σε ποια περίπτωση η ισχύς είναι μεγαλύτερη;***

Λύση:

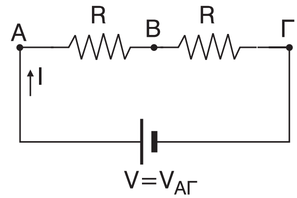
α) Ισχύει $V_{ΑΓ} = V_{ΑΒ} + V_{ΒΓ} \Rightarrow V = I \cdot R + I \cdot R \Rightarrow \boxed{\mathbf{V = 2I \cdot R}}$

Σε κάθε αντίσταση καταναλώνεται ισχύ ίση με $I^2 \cdot R$.

Οπότε η ισχύς που καταναλώνεται και στις δύο αντιστάσεις είναι

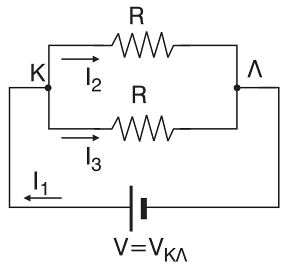
$P_α = I^2R + I^2R \Rightarrow P_α = 2I^2R \Rightarrow$

$P_α = 2\dfrac{V^2}{4R^2}R \Rightarrow \boxed{P_α = \dfrac{V^2}{2R}}$



β) Σε κάθε αντιστάτη καταναλώνεται ισχύ ίση με $\dfrac{V^2}{R}$. Οπότε η ισχύς που καταναλώνεται και στις δύο αντιστάσεις είναι

$P_β = \dfrac{V^2}{R} + \dfrac{V^2}{R} \Rightarrow \boxed{P_β = \dfrac{2V^2}{R}}$

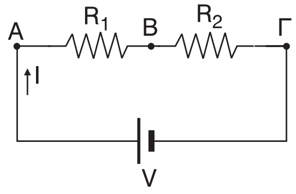


Άρα $\dfrac{P_β}{P_α} = \dfrac{\dfrac{2V^2}{R}}{\dfrac{V^2}{2R}} = \dfrac{4V^2R}{V^2R} \Rightarrow \dfrac{P_β}{P_α} = 4 \; \boxed{P_β = 4P_α} \Rightarrow \boxed{P_β > P_α}$

25. ***Δύο αντιστάσεις R_1 και R_2 ($R_1 > R_2$) συνδέονται: α) σε σειρά και β) παράλληλα. Στα άκρα του συστήματος και στις δύο περιπτώσεις εφαρμόζεται η ίδια τάση V. Σε ποια από τις δύο αντιστάσεις η ισχύς είναι μεγαλύτερη, σε κάθε περίπτωση;***

Λύση:

α) Ισχύει:

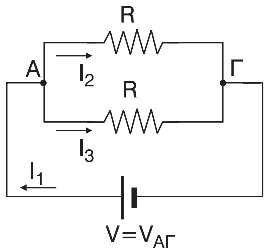


$$\left.\begin{aligned} P_1 &= I^2 \cdot R_1 \\ P_2 &= I^2 \cdot R_2 \end{aligned}\right| \Rightarrow \frac{P_1}{P_2} = \frac{I^2 \cdot R_1}{I^2 \cdot R_2} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{P_1}{P_2} = \frac{R_1}{R_2} \xrightarrow{R_1 > R_2} \boxed{P_1 > P_2}$$

Άρα στην αντίσταση R_1 καταναλώνεται μεγαλύτερη ισχύς.

β) Ισχύει:

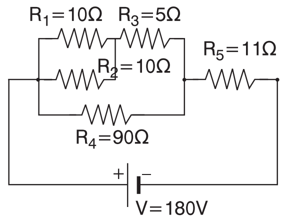


$$\left.\begin{aligned} P_1 &= \frac{V^2}{R_1} \\ P_2 &= \frac{V^2}{R_2} \end{aligned}\right| \Rightarrow \frac{P_1}{P_2} = \frac{\dfrac{V^2}{R_1}}{\dfrac{V^2}{R_2}} = \frac{V^2 \cdot R_2}{V^2 \cdot R_1} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{P_1}{P_2} = \frac{R_2}{R_1} \xrightarrow{R_1 > R_2} \boxed{P_2 > P_1}$$

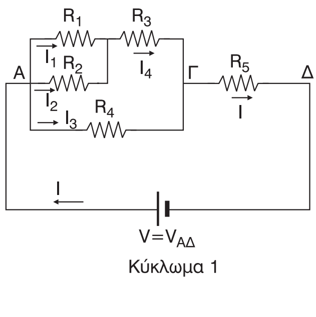
Άρα στην αντίσταση R_2 καταναλώνεται μεγαλύτερη ισχύς.

26. ***Στο διπλανό κύκλωμα, να βρείτε σε J τη θερμότητα που εκλύεται σε κάθε αντίσταση σε χρόνο t = 1min.***



Λύση:

Ισχύει:



Κύκλωμα 1

$$\frac{1}{R_6} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \Rightarrow R_6 = \frac{R_1 \cdot R_2}{R_1 + R_2} \overset{S.I.}{\Rightarrow}$$

$$\Rightarrow R_6 = \frac{10 \cdot 10}{10 + 10}\,\Omega \Rightarrow R_6 = \frac{100}{20}\,\Omega \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \boxed{R_6 = 5\ \Omega}$$

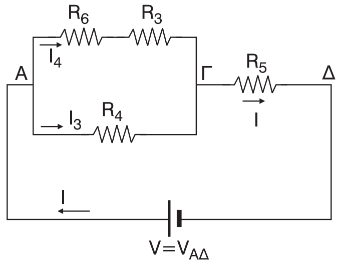
$$R_7 = R_6 + R_3 \overset{S.I.}{\Rightarrow} R_7 = (5 + 5)\ \Omega \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \boxed{R_7 = 10\ \Omega}$$

$$\frac{1}{R_8} = \frac{1}{R_7} + \frac{1}{R_4} \Rightarrow R_8 = \frac{R_7 \cdot R_4}{R_7 + R_4} \overset{S.I.}{\Rightarrow}$$

$$\Rightarrow R_8 = \frac{10 \cdot 90}{10 + 90}\ \Omega \Rightarrow R_8 = \frac{900}{100}\ \Omega \Rightarrow$$

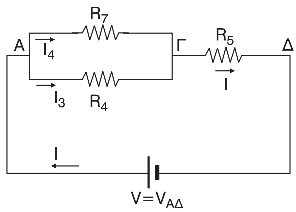
$$\Rightarrow \boxed{R_8 = 9\ \Omega}$$



Κύκλωμα 2

$$R_{ολ} = R_8 + R_5 \overset{S.I.}{\Rightarrow} R_{ολ} = (9 + 11)\ \Omega \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \boxed{R_{ολ} = 20\ \Omega}$$



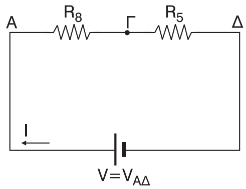
Κύκλωμα 3

Από το ισοδύναμο κύκλωμα 5 έχουμε:

$$I = \frac{V_{ΑΔ}}{R_{ολ}} \xRightarrow{V_{ΑΔ}=V} I = \frac{V}{R_{ολ}} \overset{S.I.}{\Rightarrow}$$

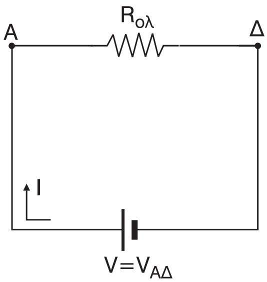
$$\Rightarrow I = \frac{180}{20}\ A \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \boxed{I = 9\ A}$$



Κύκλωμα 4

Από το ισοδύναμο κύκλωμα 4 έχουμε:



Κύκλωμα 5

$$V_{ΑΓ} = I \cdot R_8 \overset{S.I.}{\Rightarrow} V_{ΑΓ} = 9 \cdot 9\ V \Rightarrow \boxed{V_{ΑΓ} = 81\ V}$$

Από το ισοδύναμο κύκλωμα 3 έχουμε:

$$I_4 = \frac{V_{ΑΓ}}{R_7} \overset{S.I.}{\Rightarrow} I_4 = \frac{81}{90}\ A \Rightarrow \boxed{I_4 = 8{,}1\ A}$$

και $I_3 = \frac{V_{ΑΓ}}{R_4} \overset{S.I.}{\Rightarrow} I_3 = \frac{81}{90}\ A \Rightarrow \boxed{I_3 = 0{,}9\ A}$

Από το ισοδύναμο κύκλωμα 2 έχουμε:

$$V_{ΑΒ} = I_4 \cdot R_6 \overset{S.I.}{\Rightarrow} V_{ΑΒ} = 8{,}1 \cdot 5\ V \Rightarrow \boxed{V_{ΑΒ} = 40{,}5\ V}$$

Από το ισοδύναμο κύκλωμα 1 έχουμε:

$I_1 = \frac{V_{ΑΒ}}{R_1} \overset{S.I.}{\Rightarrow} I_1 = \frac{40{,}5}{10}\ A \Rightarrow \boxed{I_1 = 4{,}05\ A}$ και

$$I_2 = \frac{V_{AB}}{R_2} \overset{S.I.}{\Rightarrow} I_2 = \frac{40,5}{10}\ A \Rightarrow \boxed{I_2 = 4,05\ A} = I_1$$

Για τη θερμότητα στις πέντε αντιστάσεις έχουμε αντίστοιχα:

$$Q_1 = I_1^2\, R_1 \cdot t \overset{S.I.}{\Rightarrow} Q_1 = 4,05^2 \cdot 10 \cdot 60\ J \Rightarrow \boxed{Q_2 = 9841,5\ J}$$

$$Q_2 = I_2^2\, R_2 \cdot t \xRightarrow[R_1=R_2]{I_1=I_2} Q_2 = I_1^2\, R_1 \cdot t = Q_1 \Rightarrow \boxed{Q_2 = 9841,5\ J}$$

$$Q_3 = I_4^2\, R_3 \cdot t \overset{S.I.}{\Rightarrow} Q_3 = 8,1^2 \cdot 5 \cdot 60 \Rightarrow \boxed{Q_2 = 19683\ J}$$

$$Q_4 = I_3^2\, R_4 \cdot t \overset{S.I.}{\Rightarrow} Q_4 = 0,9^2 \cdot 90 \cdot 60\ J \Rightarrow \boxed{Q_2 = 4374\ J}$$

$$Q_5 = I^2\, R_5 \cdot t \overset{S.I.}{\Rightarrow} Q_5 = 9^2 \cdot 11 \cdot 60 \Rightarrow \boxed{Q_2 = 53460\ J}$$

27. ***Ένας θερμοσίφωνας έχει όγκο 20ℓ και είναι γεμάτος με νερό θερμοκρασίας 10˚C. Η αντίσταση του θερμοσίφωνα είναι 10Ω και αυτός συνδέεται με δίκτυο τάσης 220V. Αν το 20% της παραγόμενης θερμότητας εκλύεται στο περιβάλλον, να βρείτε σε πόσο χρόνο η θερμοκρασία του νερού θα ανέβει στους 80˚C και πόσο θα στοιχίσει αυτό.***

Δίνονται: Πυκνότητα νερού: $d_{νερ} = 1\ g/cm^3$.

Ειδική θερμότητα νερού: $c_{νερ} = 1\ cal/g \cdot grad$,

Κόστος = 25 δρχ./KWh = 0,07 ευρώ/KWh, 1 cal = 4,17 J.

Λύση:

Ο όγκος του νερού είναι $V = 20\ \ell = 20 \cdot 10^3\ cm^3 \Rightarrow \boxed{V = 2 \cdot 10^4\ cm^3}$

και η μάζα του $m = d_{νερ} \cdot V \Rightarrow m = 1\ \dfrac{g}{cm^3} \cdot 2 \cdot 10^4\ cm^3 \Rightarrow \boxed{m = 2 \cdot 10^4\ g}$

Αφού η αντίσταση του θερμοσίφωνα είναι R = 10 Ω και η τάση λειτουργίας $V_θ = 220\ V$, για την ένταση του ρεύματος που τον διαρρέει έχουμε:

$$I = \frac{V_θ}{R} \overset{S.I.}{\Rightarrow} I = \frac{220}{10}\ A \Rightarrow \boxed{I = 22\ A}$$

Το ποσό θερμότητας Q_R που αναπτύσσεται πάνω στην αντίσταση R

είναι $\boxed{Q_R = I^2 \cdot R \cdot t}$ (1)

Το ποσό θερμότητας Q που πρέπει να απορροφήσει η μάζα m το νερού για να ανέβει η θερμοκρασία του κατά $\boxed{\Delta\theta = 80^\circ C - 10^\circ C = 70^\circ C}$

είναι $\boxed{Q = m \cdot C_{\nu\varepsilon\rho} \cdot \Delta\theta}$ (2)

Όμως αυτό το ποσό θερμότητας Q προέρχεται από τη θερμότητα Q_R που αναπτύσσεται στην αντίσταση R και μάλιστα είναι $Q = \frac{80}{100} \cdot Q_R$ αφού τα $\frac{20}{100}$ Q_R εκλύονται στο περιβάλλον και δεν απορροφούνται από το νερό.

Άρα

$$Q = \frac{80}{100} \cdot Q_R \underset{(2)}{\overset{(1)}{\Rightarrow}} m \cdot C_{\nu\varepsilon\rho} \cdot \Delta\theta = 0{,}8I^2 \cdot Rt \Rightarrow t = \frac{m \cdot C_{\nu\varepsilon\rho} \cdot \Delta\theta}{0{,}8I^2 \cdot R} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow t = \frac{2 \cdot 10^4 \cdot 1 \cdot 70}{0{,}8 \cdot 22^2 \cdot 10} \; \frac{g \dfrac{cal}{g \cdot grad} grad}{A^2\,\Omega} \Rightarrow t = \frac{140000}{387{,}2} \; \frac{cal}{A \cdot A\,\Omega} \xrightarrow[1V=1A\cdot\Omega]{1ca\ell=4{,}17J}$$

$$\Rightarrow t = \frac{140000 \cdot 4{,}17}{387{,}2} \; \frac{J}{A \cdot V} \xrightarrow{1J=1V\cdot C} t = 1508 \; \frac{V \cdot C}{A \cdot V} \xrightarrow{1C=1A\cdot s} t = 1508 \; \frac{As}{A} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \boxed{t = 1508\ s} \Rightarrow t = \frac{1508}{3600}\ h \Rightarrow \boxed{t \simeq 0{,}42\ h}$$

(Χρησιμοποιήσαμε ότι $1s = \frac{1}{3600} h$)

Επομένως η ηλεκτρική ενέργεια W που καταναλώνεται στον θερμοσίφωνα στο χρόνο t, η οποία μετατρέπεται αποκλειστικά σε θερμότητα Q_R, είναι:

$$W = Q_R \Rightarrow W = I^2\,R \cdot t \overset{S.I.}{\Rightarrow} W = 22^2 \cdot 10 \cdot 1508\ J \Rightarrow$$

$$W = 7298720\ J \Rightarrow W = \frac{7298720}{3600000}\ KWh \Rightarrow \boxed{W = 2{,}03\ KWh}$$

(Χρησιμοποιήσαμε ότι $1J = \frac{1}{3600000}$ KWh)

Άρα το κόστο K είναι:

σε ευρώ $K = 0{,}07 \frac{\text{ευρώ}}{KWh} \cdot 2{,}03\ KWh \Rightarrow K = 0{,}14$ ευρώ

σε δραχμές $K = 25 \frac{\text{δρχ.}}{KWh} \cdot 2{,}03\ KWh \Rightarrow K = 51$ δρχ.

(Τα αποτελέσματα είναι στρογγυλοποιημένα όπου χρειάστηκε).

28. ***Σε μια ηλεκτρική οικιακή εγκατάσταση λειτουργούν ταυτόχρονα: α) Ηλεκτρική κουζίνα ισχύος 1,5 KW, β) θερμοσίφωνας ισχύος 2KW, γ) ηλεκτρι-***

κό ψυγείο ισχύος 1KW, δ) 5 λαμπτήρες ισχύος 100W καθένας. Να βρείτε πόσα A πρέπει να είναι η γενική ασφάλεια του πίνακα εγκατάστασης και πόσο θα στοιχίσει η λειτουργία τους για 10h.

Δίνεται ότι η τάση λειτουργίας των συσκευών είναι ίση με την τάση του δικτύου, δηλ. 220V και ότι το 1KWh κοστίζει 0,07 ευρώ ή 25 δρχ.

Λύση:

Η συνολική ισχύς που καταναλώνουν όλες οι ηλεκτρικές συσκευές που λειτουργούν ταυτόχρονα είναι:

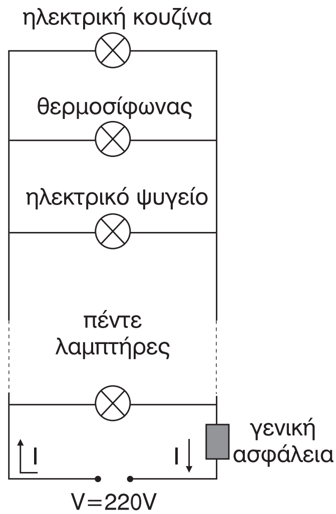
$P_{ολ} = P_{ΗΚ} + P_{Θ} + P_{ΗΨ} + 5P_{Λ} = 1{,}5KW + 2KW + 1KW + 5 \cdot 100W \Rightarrow$

$P_{ολ} = 4{,}5KW + 500W = 4{,}5KW + 0{,}5KW \Rightarrow \boxed{P_{ολ} = 5\ KW}$

Η ένταση I του συνολικού ρεύματος που διέρχεται από την ασφάλεια είναι:

$I = \dfrac{P_{ολ}}{V} \overset{S.I.}{\Rightarrow} I = \dfrac{5000}{220}\ A \Rightarrow \boxed{I = \dfrac{250}{11}\ A} \Rightarrow$

$\Rightarrow \boxed{I \simeq 22{,}73\ A}$



Άρα η γενική ασφάλεια πρέπει να είναι ίση ή μεγαλύτερη από 23 A.

Η ηλεκτρική ενέργεια W που θα καταναλώσουν οι ηλεκτρικές συσκευές σε χρόνο t = 10 h είναι:

$W = P_{ολ} \cdot t \Rightarrow W = 5\ KW \cdot 10\ h \Rightarrow$

$\Rightarrow \boxed{W = 50\ KWh}$

Άρα το κόστο K είναι:

σε ευρώ $K = 0{,}07\ \dfrac{ευρώ}{kWh} \cdot 50\ KWh \Rightarrow K = 3{,}5$ ευρώ

σε δραχμές $K = 25\ \dfrac{δρχ.}{kWh} \cdot 50\ KWh \Rightarrow K = 1250$ δρχ.

29. ***Λαμπτήρας αντίστασης $R_1 = 40\Omega$ συνδέεται σε σειρά με αντίσταση $R_2 = 20\Omega$ και στα άκρα του συστήματος εφαρμόζεται τάση $V = 120V$.***

α) Πόση είναι η ισχύς του λαμπτήρα;

β) Αν παράλληλα με το λαμπτήρα συνδεθεί αντίσταση $R_3 = 40\Omega$, πόση είναι η επί τοις εκατό (%) μεταβολή της ισχύος του;

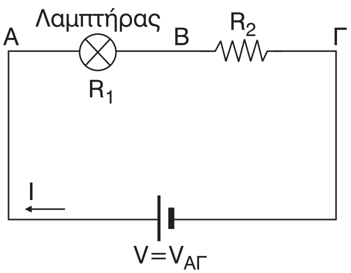
Λύση:

α) Είναι $V = V_{AΓ} \Rightarrow V = V_{AB} + V_{BΓ} \Rightarrow$

$\Rightarrow V = I{\cdot}R_1 + I{\cdot}R_2 \Rightarrow V = I(R_1 + R_2) \Rightarrow$

$$\Rightarrow I = \frac{V}{R_1 + R_2} \overset{S.I.}{\Rightarrow} I = \frac{120}{40 + 20}\ A \Rightarrow$$

$$\Rightarrow I = \frac{120}{60}\ A \Rightarrow \boxed{I = 2\ A}$$

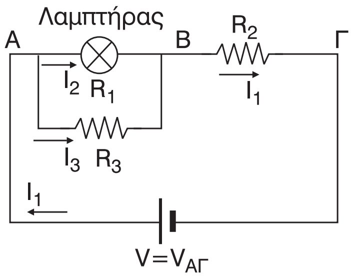


Οπότε η ισχύς $P_Λ$ του λαμπτήρα είναι:

$$P_Λ = I^2 \cdot R_1 \overset{S.I.}{\Rightarrow} P_Λ = 4 \cdot 40\ W \Rightarrow \boxed{P_Λ = 160\ W}$$

β) Μετά την προσθήκη της R_3, γενικά, τα ρεύματα αλλάζουν:

$$\left.\begin{array}{l} V_{AB} = I_2 \cdot R_1 \\ V_{AB} = I_3 \cdot R_3 \end{array}\right| \Rightarrow I_2R_1 = I_3R_3 \overset{S.I.}{\Rightarrow}$$



$$\Rightarrow 40I_2 = 40I_3 \Rightarrow \boxed{I_2 = I_3} \quad (1)$$

Εφαρμόζοντας τον 1ο κανόνα του Kirchhoff στον κόμβο Α έχουμε:

$$I_1 = I_2 + I_3 \overset{(1)}{\Rightarrow} I_1 = I_2 + I_2 \Rightarrow \boxed{I_1 = 2I_2} \quad (2)$$

Επίσης: $V = V_{AΓ} \Rightarrow V = V_{AB} + V_{BΓ} \Rightarrow V = I_2 \cdot R_1 + I_1 \cdot R_2 \overset{(2)}{\Rightarrow}$

$$\Rightarrow V = I_2 \cdot R_1 + 2I_2 \cdot R_2 \Rightarrow V = I_2 \cdot (R_1 + 2R_2) \Rightarrow I_2 = \frac{V}{R_1 + 2R_2} \overset{S.I.}{\Rightarrow}$$

$$\Rightarrow I_2 = \frac{120}{40\ 2 \cdot 20}\ A \Rightarrow I_2 = \frac{120}{80}\ A \Rightarrow \boxed{I_2 = \frac{3}{2}\ A}$$

Οπότε η ισχύς $P'_Λ$ τώρα του λαμπτήρα είναι:

$$P'_Λ = I_2^2 \cdot R_1 \overset{S.I.}{\Rightarrow} P'_Λ = \frac{9}{4} \cdot 40\ W \Rightarrow \boxed{P'_Λ = 90\ W}$$

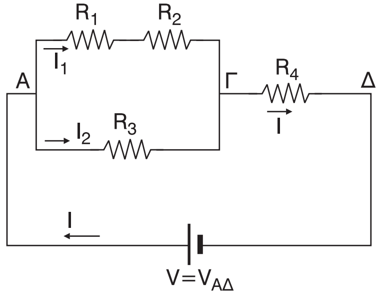
Η μεταβολή ΔP της ισχύος στον λαμπτήρα είναι $ΔP = P'_Λ - P_Λ \Rightarrow$

$\Rightarrow ΔP = (90 - 160)W \Rightarrow \boxed{ΔP = -70\ W}$ και το ποσοστό % (Π) είναι

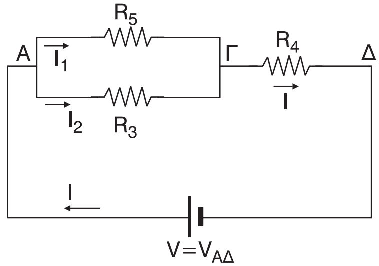
$$Π = \frac{ΔP}{P_Λ} \cdot 100\% \Rightarrow Π = \frac{-70}{160} 100\% \Rightarrow \boxed{Π = -43{,}75\%}$$

30. ***Τέσσερις αντιστάτες με αντιστάσεις $R_1 = 2\Omega$, $R_2 = 4\Omega$, $R_3 = 6\Omega$, $R_4 = 8\Omega$ συνδέονται έτσι ώστε, η ολική αντίσταση να είναι $R_{ολ} = 11\Omega$. Αν τροφοδοτήσουμε τη διάταξη με πηγή, η ισχύς του αντιστάτη R_3 είναι $P_3 = 24W$. Να βρείτε την ισχύ του αντιστάτη R_4.***

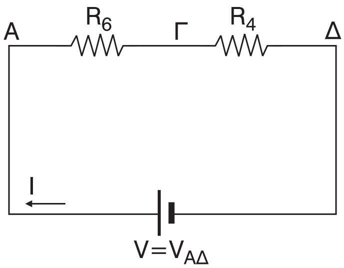
Λύση:



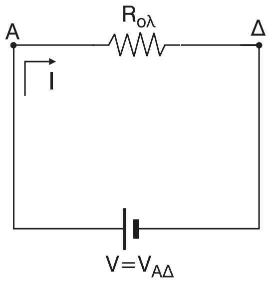
Κύκλωμα 1



Κύκλωμα 2



Κύκλωμα 3



Η κατάλληλη συνδεσμολογία φαίνεται στο κύκλωμα 1 διότι:

$$R_5 = R_1 + R_2 \overset{S.I.}{\Rightarrow} R_5 = (2 + 4)\ \Omega \Rightarrow \boxed{R_5 = 6\ \Omega}$$

$$\frac{1}{R_6} = \frac{1}{R_5} + \frac{1}{R_2} \Rightarrow R_6 = \frac{R_5 \cdot R_6}{R_5 + R_6} \overset{S.I.}{\Rightarrow} R_6 = \frac{66}{6 + 6}\ \Omega \Rightarrow R_6 = \frac{36}{12}\ \Omega \Rightarrow$$

$\Rightarrow \boxed{R_6 = 3\ \Omega}$ και τέλος

$$R_{ολ} = R_6 + R_4 \overset{S.I.}{\Rightarrow} R_{ολ} = (3 + 8)\ \Omega \Rightarrow \boxed{R_{ολ} = 11\ \Omega}$$

Από το κύκλωμα 2 έχουμε: $P_3 = I_2^2 \cdot R_3 \Rightarrow I_2^2 = \dfrac{P_3}{R_3} \Rightarrow I_2 = \sqrt{\dfrac{P_3}{R_3}} \overset{S.I.}{\Rightarrow} I_2 = \sqrt{\dfrac{24}{6}}\ A \Rightarrow$

$\Rightarrow I_2 = 4\ A \Rightarrow \boxed{I_2 = 2\ A}$

Άρα,

$$\left.\begin{array}{l} V_{AB} = I_2 \cdot R_3 \\ V_{A\Gamma} = I_1 \cdot R_5 \end{array}\right| \Rightarrow I_1R_5 = I_2R_3 \Rightarrow I_1 = \frac{I_2 \cdot R_3}{R_5} \overset{S.I.}{\Rightarrow} I_1 = \frac{2 \cdot 6}{6}\,A \Rightarrow \boxed{I_1 = 2\ A}$$

Εφαρμόζοντας τον 1ο κανόνα του Kirchhoff στον κόμβο Α έχουμε:

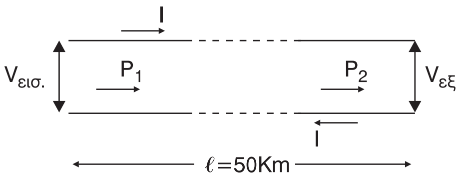
$$I = I_1 + I_2 \overset{S.I.}{\Rightarrow} I = (2 + 2)A \Rightarrow \boxed{I = 4\ A}$$

Οπότε η ισχύς στον αντιστάτη R_4 είναι:

$$P_4 = I^2 \cdot R_4 \overset{S.I.}{\Rightarrow} P_4 = 16\ 8\ W \Rightarrow \boxed{P_4 = 128\ W}$$

31. ***Για τη μεταφορά ηλεκτρικής ισχύος 720KW σε απόσταση 50 Km το ποσοστό απώλειας ισχύος στη γραμμή μεταφοράς είναι 10%. Να βρεθούν οι τάσεις στην είσοδο και την έξοδο της γραμμής, αν η διατομή των χάλκινων αγωγών είναι 10 mm² και η ειδική αντίσταση του χαλκού 1,8 · 10⁻⁸ Ωm.***

Λύση:



Το συνολικό μήκος του σύρματος που χρησιμοποιούμε για τη μεταφορά σε απόσταση ℓ = 50 Km της ηλεκτρικής ισχύος P_1 = 720 KW είναι ίση με 2ℓ = 100 Km αφού χρειάζεται και η επιστροφή του ρεύματος για να έχουμε κλειστό κύκλωμα. Οπότε η αντίσταση R του σύρματος της γραμμής μεταφοράς είναι

$$R = \rho \cdot \frac{2\ell}{S} \overset{S.I.}{\Rightarrow} R = 1{,}8 \cdot 10^{-8}\,\frac{10^5}{10^{-5}}\,\Omega \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \boxed{R = 180\ \Omega}$$

όπου $\rho = 1{,}8 \cdot 10^{-8}\ \Omega \cdot m$, $2\ell = 100\ Km = 10^5\ m$, και

$S = 10\ mm^2 = 10 \cdot 10^{-6}\ m^2 = 10^{-5}\ m^2$.

Η απώλεια ισχύος P_R οφείλεται στο φαινόμενο J πάνω στην αντίσταση R και

είναι $P_R = \dfrac{10}{100} P_1 \Rightarrow I^2 \cdot R = 0{,}1P_1 \Rightarrow I^2 = \dfrac{0{,}1P_1}{R} \Rightarrow$

$$\Rightarrow I = \sqrt{\frac{0{,}1P_1}{R}} \overset{S.I.}{\Rightarrow} I = \sqrt{\frac{0{,}1 \cdot 720 \cdot 10^3}{180}}\,A \Rightarrow I = 400\ A \Rightarrow \boxed{I = 20\ A}$$

όπου Ι το ρεύμα που διαρρέει τη γραμμή μεταφοράς.

Στην είσοδο έχουμε $P_1 = V_{εισ} \cdot I \Rightarrow V_{εισ} = \dfrac{P_1}{I} \overset{S.I.}{\Rightarrow} V_{εισ} = \dfrac{720 \cdot 10^3}{20} V \Rightarrow$

$\Rightarrow \boxed{V_{εισ} = 36 \cdot 10^3\ V}$

Η ισχύς που φτάνει στην έξοδο είναι $P_2 = P_1 - P_R \Rightarrow P_2 = P_1 - 0{,}1P_1 \Rightarrow$

$\Rightarrow P_2 = 0{,}9P_1 \overset{S.I.}{\Rightarrow} P_2 = 0{,}9 \cdot 720 \cdot 10^3\ W \Rightarrow \boxed{P_2 = 648 \cdot 10^3\ W}$

Όμως, $P_2 = V_{εξ} \cdot I \Rightarrow V_{εξ} = \dfrac{P_2}{I} \overset{S.I.}{\Rightarrow} V_{εξ} = \dfrac{648 \cdot 10^3}{20} V \Rightarrow$

$\Rightarrow \boxed{V_{εξ} = 32{,}4 \cdot 10^3\ V}$

32. ***Μία ηλεκτρική θερμάστρα αναγράφει τα στοιχεία «2000W-200V». Να βρείτε την αντίστασή της και το ρεύμα κανονικής λειτουργίας της. Πόση θα είναι η ισχύς της, αν συνδεθεί σε δίκτυο τάσης 160V και ποια ένταση ρεύματος τη διαρρέει τότε;***

Λύση:

Η τάση κανονικής λειτουργίας είναι $V_K = 200$ V και η ισχύς κανονικής λειτουργίας είναι $P_K = 2000$ W. Αν I_K το ρεύμα κανονικής λειτουργίας

ισχύει $P_K = V_K \cdot I_K \Rightarrow I_K = \dfrac{P_K}{V_K} \overset{S.I.}{\Rightarrow} I_K = \dfrac{2000}{200} A \Rightarrow \boxed{I_K = 10\ A}$

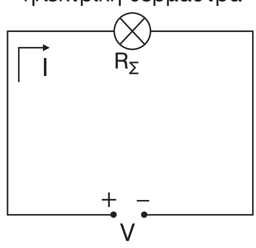
Επειδή για την ηλεκτρική θερμάστρα ισχύει ο νόμος του Ohm για την αντίστασή της R_Σ έχουμε

$I_K = \dfrac{V_K}{R_\Sigma} \Rightarrow R_\Sigma = \dfrac{V_K}{I_K} \overset{S.I.}{\Rightarrow} R_\Sigma = \dfrac{200}{10} \Omega \Rightarrow \boxed{I_K = 10\ A}$

Συνδέουμε την θερμάστρα σε δίκτυο τάσης $V = 160$ V. Τότε η ένταση Ι του ρεύματος που τη διαρρέει είναι

$I = \dfrac{V}{R_\Sigma} \overset{S.I.}{\Rightarrow} I = \dfrac{160}{20} A \Rightarrow \boxed{I = 8\ A}$ οπότε η ισχύς P που καταναλώνει η θερμάστρα είναι $P = I^2 \cdot R_\Sigma \overset{S.I.}{\Rightarrow}$

ηλεκτρική θερμάστρα

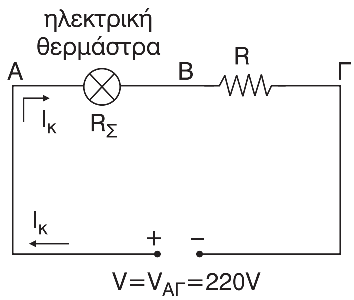


$\Rightarrow P = 64 \cdot 20\ W \Rightarrow \boxed{P = 1280\ W}$

(Η θερμάστρα υπολειτουργεί).

33. ***Μια ηλεκτρική θερμάστρα αναγράφει τα στοιχεία «1000W-100V». Να βρείτε την αντίσταση που πρέπει να συνδέσουμε σε σειρά με τη θερμάστρα για να λειτουργήσει σε δίκτυο τάσης 220V.***

Λύση:



Από τα στοιχεία κανονικής λειτουργίας έχει $V_K = 100$ V και $P_K = 1000$ W.

Για το ρεύμα κανονικής λειτουργίας I_K έχουμε: $I_K = \dfrac{P_K}{V_K} \overset{S.I.}{\Rightarrow} I_K = \dfrac{1000}{100}$ A

$\Rightarrow \boxed{I_K = 10\ A}$

και για την αντίσταση R_Σ της θερμάστρας έχουμε:

$$I_K = \frac{V_K}{R_\Sigma} \Rightarrow R_\Sigma = \frac{V_K}{I_K} \overset{S.I.}{\Rightarrow} R_\Sigma = \frac{100}{10}\ \Omega \Rightarrow \boxed{R_\Sigma = 10\ \Omega}$$

Συνδέοντας σε σειρά με τη θερμάστρα την αντίσταση R, θέλουμε, η θερμάστρα να λειτουργεί κανονικά. Άρα διαρρέεται από ρεύμα ίσο με I_K.

Έχουμε:

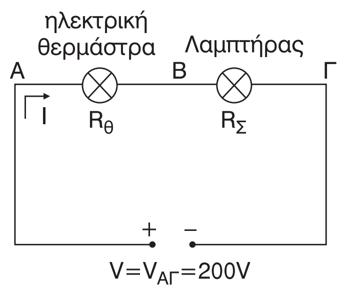
$$V = V_{A\Gamma} \Rightarrow V = V_{AB} + V_{B\Gamma} \Rightarrow V = I_K \cdot R_\Sigma + I_K \cdot R \Rightarrow V - I_K R_\Sigma = I_K R \Rightarrow$$

$$\Rightarrow R = \frac{V - I_K R_\Sigma}{I_K} \overset{S.I.}{\Rightarrow} R = \frac{220 - 10 \cdot 10}{10}\ \Omega \Rightarrow R = \frac{220 - 100}{10}\ \Omega \Rightarrow$$

$$\Rightarrow R = \frac{120}{10}\ \Omega \Rightarrow \boxed{R = 12\ \Omega}$$

34. ***Μια ηλεκτρική θερμάστρα αναγράφει τα στοιχεία «100W-200V». Η θερμάστρα συνδέεται σε σειρά με λαμπτήρα, που αναγράφει τα στοιχεία «24W-12V». Το σύστημα τροφοδοτείται από δίκτυο τάσης 220V. Να εξετάσετε αν ο λαμπτήρας λειτουργεί κανονικά.***

Λύση:



Από τα στοιχεία κανονικής λειτουργίας της θερμάστρας έχουμε $P_\theta = 100$ W και $V_\theta = 200$ V.

Για το ρεύμα κανονικής λειτουργίας I_θ της θερμάστρας έχουμε $P_\theta = V_\theta \cdot I_\theta \Rightarrow$

$$\Rightarrow I_\theta = \frac{P_\theta}{V_\theta} \overset{S.I.}{\Rightarrow} I_\theta = \frac{100}{200}\ A \Rightarrow \boxed{I_\theta = 0{,}5\ A}$$

και για την αντίστασή της R_θ έχουμε

$$I_\theta = \frac{V_\theta}{R_\theta} \Rightarrow R_\theta = \frac{V_\theta}{I_\theta} \Rightarrow R_\theta = \frac{200}{0,5}\,\Omega \Rightarrow \boxed{R_\theta = 400\ \Omega}$$

Ομοίως για τον λαμπτήρα έχουμε R_Λ = 24 W, V_Λ = 12 V και

$$R_\Lambda = V_\Lambda \cdot I_\Lambda \Rightarrow I_\Lambda = \frac{P_\Lambda}{V_\Lambda} \overset{S.I.}{\Rightarrow} I_\Lambda = \frac{24}{12}\,A \Rightarrow \boxed{I_\Lambda = 2\ A}$$

$$\text{Επίσης } I_\Lambda = \frac{V_\Lambda}{R_\Lambda} \Rightarrow R_\Lambda = \frac{V_\Lambda}{I_\Lambda} \overset{S.I.}{\Rightarrow} R_\Lambda = \frac{12}{2}\,\Omega \Rightarrow \boxed{R_\Lambda = 6\ \Omega}$$

Από το κύκλωμα του σχήματος έχουμε

$$V = V_{A\Gamma} \Rightarrow V = V_{AB} + V_{B\Gamma} \Rightarrow V = IR_\theta + IR_\Lambda \Rightarrow V = I(R_\theta + R_\Lambda) \Rightarrow$$

$$\Rightarrow I = \frac{V}{R_\theta + R_\Lambda} \overset{S.I.}{\Rightarrow} I = \frac{200}{400+6}\,A \Rightarrow I = \frac{200}{400}\,A \Rightarrow \boxed{I = \frac{100}{203}\,A < I_\Lambda}$$

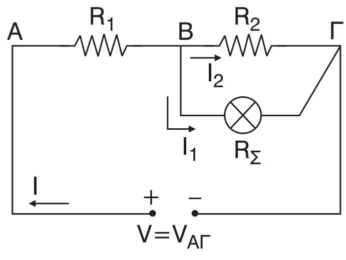
Άρα ο λαμπτήρας δεν λειτουργεί κανονικά (υπολειτουργεί).

35. ***Δύο αντιστάτες με αντιστάσεις $R_1 = R_2 = 40\Omega$ συνδέονται σε σειρά. Στα άκρα του συστήματος εφαρμόζουμε τάση $V = 120V$. Παράλληλα στον αντιστάτη R_2 συνδέουμε μια θερμική συσκευή με χαρακτηριστικά κανονικής λειτουργίας $V_K = 60V$ και $P_K = 90W$.***

α) Να αποδείξετε ότι η συσκευή δε λειτουργεί κανονικά.

β) Να βρείτε την αντίσταση R_3 ενός άλλου αντιστάτη που πρέπει να αντικαταστήσει τον αντιστάτη R_1, ώστε η συσκευή να λειτουργεί κανονικά.

Λύση:



α) Για το ρεύμα κανονικής λειτουργίας I_K της συσκευής έχουμε

$$I_K = \frac{P_K}{V_K} \overset{S.I.}{\Rightarrow} I_K = \frac{90}{60}\,A \Rightarrow \boxed{I_K = 1,5\ A}$$

και για την αντίσταση της R_Σ έχουμε

$$R_\Sigma = \frac{V_K}{I_K} \overset{S.I.}{\Rightarrow} R_\Sigma = \frac{60}{1,5}\,\Omega \Rightarrow \boxed{R_\Sigma = 40\ \Omega}$$

Ισχύει $V = V_{A\Gamma} \Rightarrow V = V_{AB} + V_{B\Gamma} \Rightarrow V = I_1 \cdot R_1 + I_2 \cdot R_2 \overset{S.I.}{\Rightarrow}$

$$\overset{S.I.}{\Rightarrow} 120 = 40I + 40I_1 \Rightarrow 120 = 40(I + I_1) \Rightarrow \boxed{I + I_1 = 3} \quad (1)$$

Επίσης $V_{ΒΓ} = I_2 \cdot R_2$ και $V_{ΒΓ} = I_2 \cdot R_Σ$

Άρα: $I_2R_2 = I_1R_Σ \overset{S.I.}{\Rightarrow} 40I_2 = 40I_1 \Rightarrow \boxed{I_2 = I_1}$ (2)

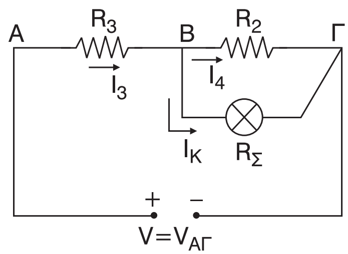
Εφαρμόζοντας τον 1ο κανόνα του Kirchhoff στον κόμβο Α έχουμε:

$I = I_1 + I_2 \overset{(2)}{\Rightarrow} I = I_1 + I_1 \Rightarrow \boxed{I = 2I_1}$ (3)

Από (1), (3) $\Rightarrow 2I_1 + I_1 = 3 \Rightarrow 3I_1 = 3 \Rightarrow I_1 = \frac{3}{3}\,A \Rightarrow \boxed{I_1 = 1A < I_K}$

Άρα η θερμική συσκευή δεν λειτουργεί κανονικά.

β) Αντικαθιστώντας την R_1 με την R_3 η συσκευή λειτουργεί κανονικά. Άρα διαρρέεται από ρεύμα ίσο με I_K. Έτσι έχουμε:



$V_{ΒΓ} = I_K \cdot R_Σ \overset{S.I.}{\Rightarrow} V_{ΒΓ} = 1{,}5 \cdot 40\ V \Rightarrow$

$\Rightarrow \boxed{V_{ΒΓ} = 60\ V}$

Όμως $V_{ΒΓ} = I_4 \cdot R_2 \Rightarrow I_4 = \frac{V_{ΒΓ}}{R_2} \overset{S.I.}{\Rightarrow} I_4 = \frac{60}{40}\,A \Rightarrow \boxed{I_4 = 1{,}5\ A}$

Εφαρμόζοντας τον 1ο κανόνα του Kirchhoff στον κόμβο Α έχουμε:

$I_3 = I_4 + I_K \overset{S.I.}{\Rightarrow} I_3 = (1{,}5 + 1{,}5)\ A \Rightarrow \boxed{I_3 = 3\ A}$

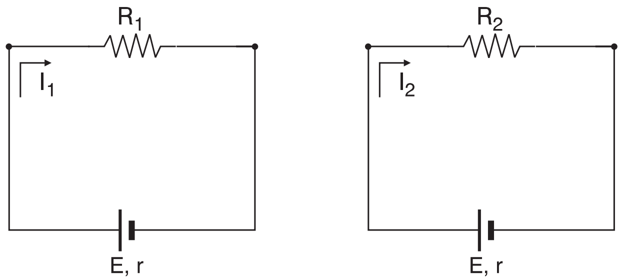
Επίσης

$V = V_{ΑΓ} \Rightarrow V = V_{ΑΒ} + V_{ΒΓ} \Rightarrow V = I_3 \cdot R + V_{ΒΓ} \Rightarrow V - V_{ΒΓ} = I_3 \cdot R \Rightarrow$

$\Rightarrow R = \frac{V - V_{ΒΓ}}{I_3} \overset{S.I.}{\Rightarrow} R = \frac{120 - 60}{3}\,Ω \Rightarrow R = \frac{60}{3}\,Ω \Rightarrow \boxed{R = 20\ Ω}$

36. ***Όταν το εξωτερικό κύκλωμα έχει αντίσταση R_1 = 1Ω, μια γεννήτρια δίνει ρεύμα έντασης I_1 = 5A, ενώ, όταν το εξωτερικό κύκλωμα έχει αντίσταση R_2 = 4 Ω, η γεννήτρια δίνει ρεύμα έντασης I_2 = 2A. Πόση είναι η ηλεκτρεγερτική δύναμη Ε και η εσωτερική αντίσταση r της γεννήτριας;***

Λύση:



Κύκλωμα 1 Κύκλωμα 2

Από το κύκλωμα 1 έχουμε $E = I_1(R_1 + r)$ (1)

Από το κύκλωμα 2 έχουμε $E = I_2(R_2 + r)$ (2)

Από (1), (2) $\Rightarrow I_1(R_1 + r) = I_2(R_2 + r) \Rightarrow I_1 \cdot R_1 + I_1 \cdot r = I_2 \cdot R_2 + I_2 \cdot r \Rightarrow$

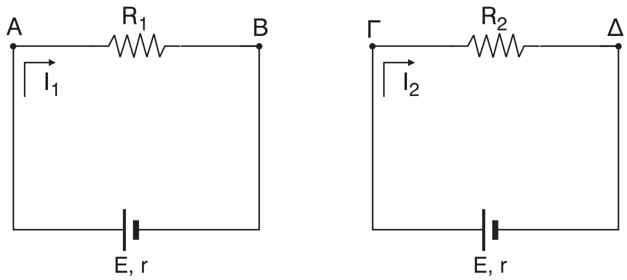
$\Rightarrow I_1 \cdot r - I_2 \cdot r = I_2 \cdot R_2 - I_1 \cdot R_1 \Rightarrow (I_1 - I_2) \cdot r = I_2 \cdot R_2 - I_1 \cdot R_1 \Rightarrow$

$$\Rightarrow r = \frac{I_2 \cdot R_2 - I_1 \cdot R_1}{I_1 - I_2} \overset{S.I.}{\Rightarrow} r = \frac{2 \cdot 4 - 5 \cdot 1}{5 - 2}\,\Omega \Rightarrow r = \frac{8 - 5}{3}\,\Omega \Rightarrow \boxed{r = 1\,\Omega}$$

Οπότε από (1) $\overset{S.I.}{\Rightarrow}$ $E = 5(1 + 1)\,V \Rightarrow \boxed{E = 10\,V}$

37. ***Όταν οι πόλοι μιας γεννήτριας συνδέονται με εξωτερική αντίσταση R_1 = 8Ω, η τάση στους πόλους της γεννήτριας είναι V_1 = 24V, ενώ όταν οι πόλοι της γεννήτριας συνδέονται με εξωτερική αντίσταση R_2 = 13Ω, η τάση στους πόλους της γεννήτριας είναι V_2 = 26V. Πόση είναι η ηλεκτρεγερτική δύναμη E και η εσωτερική αντίσταση r της γεννήτριας;***

Λύση:



Κύκλωμα 1 Κύκλωμα 2

Από το κύκλωμα 1 έχουμε:

$V_1 = V_{AB} \Rightarrow V_1 = I_1 \cdot R_1 \Rightarrow I_1 = \dfrac{V_1}{R_1} \overset{S.I.}{\Rightarrow} I_1 = \dfrac{24}{8}\,A \Rightarrow \boxed{I_1 = 3\ A}$ και

$\boxed{E = I_1\,(R_1 + r)}$ (1)

Από το κύκλωμα 2 έχουμε:

$V_2 = V_{\Gamma\Delta} \Rightarrow V_2 = I_2 \cdot R_2 \Rightarrow I_2 = \dfrac{V_2}{R_2} \overset{S.I.}{\Rightarrow} I_2 = \dfrac{26}{13}\,A \Rightarrow \boxed{I_2 = 2\ A}$ και

$\boxed{E = I_2\,(R_2 + r)}$ (1)

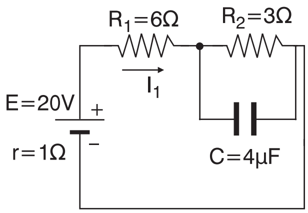
Από (1), (2) $\Rightarrow I_1(R_1 + r) = I_2(R_2 + r) \Rightarrow I_1R_1 + I_1r = I_2R_2 + I_2r \Rightarrow$

$\Rightarrow I_1r - I_2r = I_2R_2 - I_1R_1 \Rightarrow (I_1 - I_2)r = I_2R_2 - I_1R_1 \Rightarrow$

$\Rightarrow r = \dfrac{I_2R_2 - I_1R_1}{I_1 - I_2} \Rightarrow r = \dfrac{2 \cdot 13 - 3 \cdot 8}{3 - 2}\,\Omega \Rightarrow \boxed{r = 2\ \Omega}$

Οπότε από (1) $\overset{S.I.}{\Rightarrow} E = 3(8 + 2)V \Rightarrow E = 3 \cdot 10\ V \Rightarrow \boxed{E = 30\ V}$

38. ***Στο διπλανό κύκλωμα να βρείτε το φορτίο του πυκνωτή.***



Λύση:

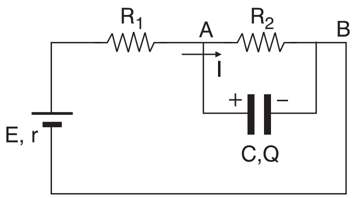
Αφού ο πυκνωτής έχει φορτιστεί, όλες οι αντιστάσεις διαρρέονται από σταθερό ρεύμα έντασης I.

Έτσι έχουμε: $E = I(R_{\varepsilon\xi} + r) \xrightarrow{R_{\varepsilon\xi}=R_1+R_2} \Rightarrow$

$\Rightarrow E = I(R_1 + R_2 + r) \Rightarrow$

$\Rightarrow I = \dfrac{E}{R_1 + R_2 + r} \overset{S.I.}{\Rightarrow} I = \dfrac{20}{6 + 3 + 1}A \Rightarrow$

$\Rightarrow I = \dfrac{20}{10}\,A \Rightarrow \boxed{I = 2\ A}$



Οπότε $V_C = V_{AB} \Rightarrow \dfrac{Q}{C} = IR_2 \Rightarrow Q = I \cdot R_2 \cdot C \overset{S.I.}{\Rightarrow}$

$Q = 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 10^{-6}\ C \Rightarrow \boxed{Q = 24\ 10^{-6}\ C}$

39. ***Δίνεται πηγή με Ε = 12V και r = 1Ω. Η πηγή τροφοδοτεί δύο αντιστάσεις R_1 = 2Ω και R_2 = 3Ω συνδεδεμένες σε σειρά. Να βρείτε:***

α) ***την ένταση του ρεύματος, που διαρρέει το κύκλωμα,***
β) ***την πολική τάση της πηγής,***
γ) ***την ισχύ, που παρέχει η πηγή σε όλο το κύκλωμα,***
δ) ***την ισχύ στην εσωτερική αντίσταση της πηγής,***
ε) ***την ισχύ που παρέχει η πηγή στο εξωτερικό κύκλωμα,***
στ) ***την ισχύ σε κάθε μια από τις αντιστάσεις.***

Λύση:

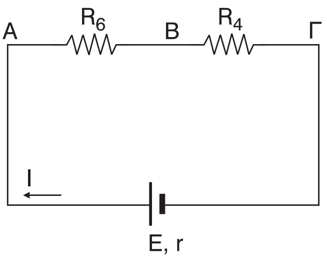
α) Ισχύει $E = I(P_{εξ} + r) \xRightarrow{P_{εξ}=R_1+R_2}$

$E = I(R_1 + R_2 + r) \Rightarrow$

$\Rightarrow I = \dfrac{E}{R_1 + R_2 + r} \Rightarrow$

$\Rightarrow I = \dfrac{12}{2+3+1}\,A \Rightarrow I = \dfrac{12}{6}\,A \Rightarrow$

$\Rightarrow \boxed{I = 2\,A}$



β) Η πολική τάση $V_Π$ είναι $V_Π = V_{AB} + V_{BΓ} \Rightarrow V_Π = IR_1 + IR_2 \overset{S.I.}{\Rightarrow}$

$\overset{S.I.}{\Rightarrow} V_Π = (2 \cdot 2 + 2 \cdot 3)V \Rightarrow \boxed{V_Π = 10\,V}$

ή αλλιώς

$V_Π = E - Ir \overset{S.I.}{\Rightarrow} V_Π = (12 - 2 \cdot 1)V \Rightarrow \boxed{V_Π = 10\,V}$

γ) Έχουμε $P_E = E \cdot I \overset{S.I.}{\Rightarrow} P_E = 12 \cdot 2\,W \Rightarrow \boxed{P_E = 24\,W}$

δ) Έχουμε $P_r = I^2 \cdot r \overset{S.I.}{\Rightarrow} P_r = 4 \cdot 1\,W \Rightarrow \boxed{P_r = 4\,W}$

ε) Έχουμε $P_{εξ} = V_Π \cdot I \overset{S.I.}{\Rightarrow} P_{εξ} = 10 \cdot 2\,W \Rightarrow \boxed{P_{εξ} = 20\,W}$

ή αλλιώς

$P_{εξ} = P_E - P_r \overset{S.I.}{\Rightarrow} P_{εξ} = (24 - 4)W \Rightarrow \boxed{P_{εξ} = 20\,W}$

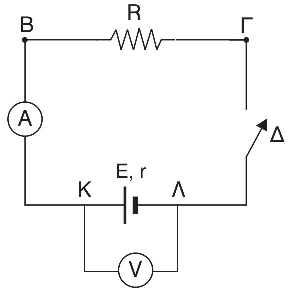
στ) Έχουμε $P_1 = I^2 \cdot R_1 \overset{S.I.}{\Rightarrow} P_1 = 4 \cdot 2W \Rightarrow \boxed{P_1 = 20\,W}$

$P_2 = I^2 R_2 \overset{S.I.}{\Rightarrow} P_2 = 4 \cdot 3W \Rightarrow \boxed{P_2 = 20\,W}$

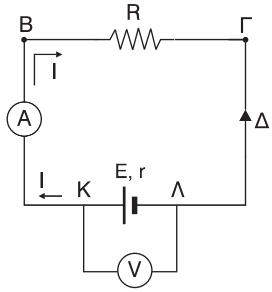
$$P_2 = R_{εξ} - P_1 \overset{S.I.}{\Rightarrow} P_2 = (20 - 8)\ W \Rightarrow \boxed{P_3 = 20\ W}$$

40. ***Σε ένα κύκλωμα συνδέονται κατά σειρά πηγή ηλεκτρικού ρεύματος, διακόπτης, αμπερόμετρο και ωμική αντίσταση R. Στους πόλους της πηγής συνδέεται βολτόμετρο. Όταν ο διακόπτης είναι ανοικτός, η ένδειξη του βολτομέτρου είναι 24 V. Όταν ο διακόπτης είναι κλειστός, η ένδειξη του βολτομέτρου είναι 20 V και του αμπερομέτρου 2A. Να βρεθεί η ΗΕΔ και η εσωτερική αντίσταση της πηγής. Τα όργανα να θεωρηθούν ιδανικά.***

Λύση:



Κύκλωμα 1



Κύκλωμα 2

Το βολτόμετρο μετράει, και στις δύο περιπτώσεις, την πολική τάση της πηγής. Όταν ο διακόπτης Δ είναι ανοικτός η πολική τάση V_1 της πηγής είναι ίση με την ΗΕΔ Ε.

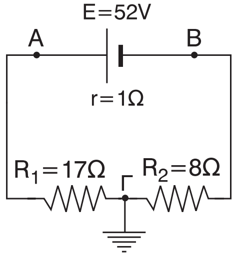
Άρα η ένδειξη $V_1 = 24$ V είναι ίση με Ε. Δηλαδή $E = V_1 \Rightarrow \boxed{E = 24\ V}$

Όταν ο διακόπτης Δ είναι κλειστός η πολική τάση V_2 της πηγής και η ένταση Ι του ρεύματος, από τις ενδείξεις των οργάνων είναι $V_2 = 20$ V και $I = 2A$.

Όμως $V_2 = E - I \cdot r \Rightarrow I \cdot r = E - V_2 \Rightarrow r = \dfrac{E - V_2}{I} \overset{S.I.}{\Rightarrow} r = \dfrac{24 - 20}{2}\ \Omega \Rightarrow$

$\Rightarrow r = \dfrac{4}{2}\ \Omega \Rightarrow \boxed{r = 2\ \Omega}$

41. ***Στο διπλανό κύκλωμα να βρεθούν τα δυναμικά των πόλων της πηγής.***



Λύση:

Το ρεύμα στο σημείο Γ δεν διακλαδίζεται γιατί έχουμε μόνο μια γνώση.

Έτσι έχουμε:

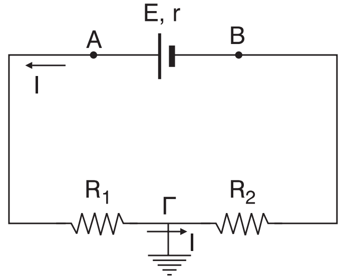
$E = I(R_{\varepsilon\xi} + r) \xRightarrow{R_{\varepsilon\xi}=R_1+R_2}$

$\Rightarrow E = I(R_1 + R_2 + r) \Rightarrow$

$\Rightarrow I = \dfrac{E}{R_1 + R_2 + r} \overset{S.I.}{\Rightarrow}$

$\Rightarrow I = \dfrac{52}{17 + 8 + 1} A \Rightarrow\ I = \dfrac{52}{26} A \Rightarrow$

$\Rightarrow \boxed{I = 2\ A}$



Το σημείο Γ είναι γειωμένο, άρα $\boxed{V_\Gamma = 0}$

Έτσι έχουμε $V_{A\Gamma} = I \cdot R_1 \Rightarrow V_A - V_\Gamma = I \cdot R_1 \overset{S.I.}{\Rightarrow} V_A - 0V = 2 \cdot 17\ V \Rightarrow$

$\Rightarrow \boxed{V_A = 34\ V}$

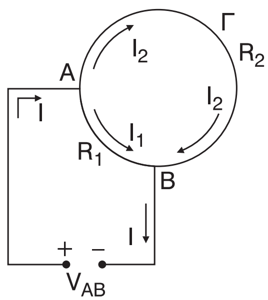
$V_{\Gamma B} = I \cdot R_2 \Rightarrow V_\Gamma - V_B = I \cdot R_2 \Rightarrow V_B = V_\Gamma - IR_2 \overset{S.I.}{\Rightarrow} V_B = 0V - 2 \cdot 8\ V \Rightarrow$

$\Rightarrow \boxed{V_B = -16\ V}$

42. ***Με σύρμα αντίστασης 16Ω σχηματίζουμε κλειστή περιφέρεια. Δύο σημεία του σύρματος, που απέχουν ένα τέταρτο της περιφέρειας, συνδέονται με ηλεκτρική πηγή ηλεκτρεγερτικής δύναμης 4 V και εσωτερικής αντίστασης 1Ω. Να βρείτε την ένταση του ρεύματος που διαρρέει κάθε κλάδο του κυκλώματος.***

Λύση:

Αν L το μήκος όλου του κύκλου τότε το μήκος του τόξου ΑΒ είναι $\boxed{L_1 = \dfrac{L}{4}}$



οπότε το μήκος L_2 του τόξου ΑΓΒ είναι

$L_2 = L - \dfrac{L}{4} \Rightarrow \boxed{L_2 = \dfrac{3L}{4}}$

Για τις αντίστοιχες αντιστάσεις ισχύει:

$\boxed{R = \rho \dfrac{L}{S}}$ (1)

$$R_1 = \rho\frac{L_1}{S} \xrightarrow{L_1=\frac{L}{4}} R_1 = \rho\frac{L}{4S} = \frac{1}{4}\rho\frac{L}{S} \overset{(1)}{\Rightarrow} R_1 = \frac{1}{4}R \overset{S.I.}{\Rightarrow} R_1 = \frac{16}{4}\,\Omega \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \boxed{R_1 = 4\ \Omega} \text{ και}$$

$$R_2 = \rho\frac{L_2}{S} \xrightarrow{L_2=\frac{3L}{4}} R_2 = \rho\frac{3L}{4S} \Rightarrow R_2 = \frac{3}{4}\rho\frac{L}{S} \overset{(1)}{\Rightarrow} R_2 = \frac{3}{4}R \overset{S.I.}{\Rightarrow}$$

$$\Rightarrow R_2 = \frac{3\cdot 16}{4}\,\Omega \Rightarrow \boxed{R_2 = 12\ \Omega}$$

Ισχύει $V_{AB} = I_1R_1$ και $V_{AB} = I_2R_2$

Άρα $I_1R_1 = I_2R_2 \overset{S.I.}{\Rightarrow} 4I_1 = 12I_2 \Rightarrow \boxed{I_1 = 3I_2}$

Εφαρμόζοντας τον 1ο κανόνα του Kirchhoff στον κόμβο Α έχουμε

$$I = I_1 + I_2 \overset{(2)}{\Rightarrow} I = 3I_2 + I_2 \Rightarrow \boxed{I = 4I_2} \quad (3)$$

Η πολική τάση $V_\Pi = E - Ir$ της πηγής είναι και $V_\Pi = V_{AB}$.

Άρα $V_{AB} = E - Ir \xrightarrow{V_{AB}=I_2\cdot R_2} I_2R_2 = E - Ir \overset{S.I.}{\Rightarrow} 12I_2 = 4 - I \overset{(3)}{\Rightarrow}$

$$\Rightarrow 12I_2 = 4 - 4I_2 \Rightarrow 16I_2 = 4 \Rightarrow I_2 = \frac{4}{16}\,A \Rightarrow \boxed{I_2 = 0{,}25\ A}$$

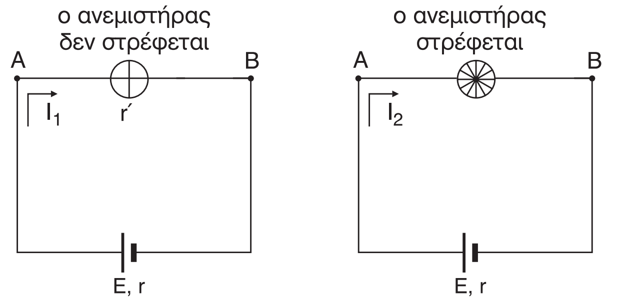
Από (2) $\overset{S.I.}{\Rightarrow} I_1 = 3\cdot 0{,}25\ A \Rightarrow \boxed{I_1 = 0{,}75\ A}$

Από (3) $\overset{S.I.}{\Rightarrow} I_1 = 4\cdot 0{,}25\ A \Rightarrow \boxed{I = 1\ A}$

43. ***Η λύση του προβλήματος 43 βρίσκεται στην ενότητα "Λυμένα προβλήματα" του παρόντος βιβλίου και είναι το ΛΥΜΕΝΟ ΠΡΟΒΛΗΜΑ 4.***

44. ***Μία γεννήτρια έχει ηλεκτρεγερτική δύναμη Ε=12V και εσωτερική αντίσταση r = 1Ω. Οι πόλοι της γεννήτριας συνδέονται με ανεμιστήρα. Όταν ο ανεμιστήρας δε στρέφεται, η τάση στους πόλους της γεννήτριας είναι V_1 = 8V. Όταν ο ανεμιστήρας στρέφεται η τάση στους πόλους της γεννήτριας είναι V_2=10V. Να βρεθεί: α) η εσωτερική αντίσταση r΄ του ανεμιστήρα, β) η θερμική ισχύς σε όλο το κύκλωμα, όταν ο ανεμιστήρας στρέφεται, γ) η μηχανική ισχύς του ανεμιστήρα, δ) η απόδοση του κυκλώματος.***

Λύση:



α) Ισχύει $V_1 = V_{AB}$. Όταν όμως ο κινητήρας δεν στρέφεται είναι $V_{AB} = I_1 \cdot r'$

Άρα $\boxed{V_1 = I_1 \cdot r'}$ (1)

Όμως $V_1 = E - I_1 \cdot r \Rightarrow I_1 \cdot r = E - V_1 \Rightarrow I_1 = \dfrac{E - V_1}{r} \overset{S.I.}{\Rightarrow} I_1 = \dfrac{12 - 8}{1} A \Rightarrow$

$\Rightarrow \boxed{I_1 = 4\ A}$

Οπότε (1) $\Rightarrow r' = \dfrac{V_1}{I_1} \Rightarrow r' = \dfrac{8}{4} \Omega \Rightarrow$

$\Rightarrow \boxed{r' = 2\ \Omega}$

β) Όταν ο κινητήρας στρέφεται έχουμε $V_2 = E - I_2 \cdot r \Rightarrow I_2 \cdot r = E - V_2 \Rightarrow$

$\Rightarrow I_2 = \dfrac{E - V_2}{r} \overset{S.I.}{\Rightarrow} I_2 = \dfrac{12 - 10}{1} A \Rightarrow \boxed{I_2 = 2\ A}$

Η θερμική ισχύς P_θ είναι $P_\theta = P_{r'} + P_r \Rightarrow P_\theta = I_2^2 r' + I_2^2 r \Rightarrow$

$\Rightarrow P_\theta = (4 \cdot 2 + 4 \cdot 1)W \Rightarrow \boxed{P_\theta = 12\ W}$

γ) Αν $P_E = E \cdot I_2$ η ισχύς που δίνει η πηγή σ' όλο το κύκλωμα, ισχύει

$P_E = P_\theta + P_{\mu\eta\chi} \Rightarrow P_{\mu\eta\chi} = P_E - P_\theta \Rightarrow P_{\mu\eta\chi} = E \cdot I_2 - P_\theta \Rightarrow$

$\Rightarrow P_{\mu\eta\chi} = (12 \cdot 2 - 12)W \Rightarrow \boxed{P_{\mu\eta\chi} = 12\ W}$

όπου $P_{\mu\eta\chi}$ η μηχανική ισχύς που αποδίδει ο ανεμιστήρας.

δ) Η ωφέλιμη ισχύς $P_{\omega\varphi}$ που αποδίδει το κύκλωμα είναι η μηχανική ισχύς $P_{\mu\eta\chi}$ του ανεμιστήρα. Δηλαδή: $\boxed{P_{\omega\varphi} = P_{\mu\eta\chi}}$

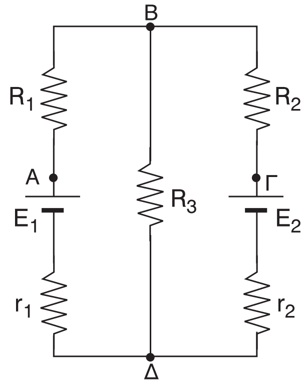
Η δαπανόμενη ισχύς $P_{δαπ}$ είναι η ισχύς P_E που δίνει η πηγή σ' όλο το κύκλωμα. Δηλαδή $\boxed{P_{δαπ} = P_E}$

Οπότε αν $α = \dfrac{P_{ωφ}}{P_{δαπ}}$ είναι ο συντελεστής απόδοσης του κυκλώματος, η απόδοση Α θα είναι:

$$A = α\ 100\% = \frac{P_{ωφ}}{P_{δαπ}} 100\% = \frac{P_{μηχ}}{P_E} 100\% \Rightarrow A = \frac{P_{μηχ}}{E \cdot I_2} 100\% \Rightarrow$$

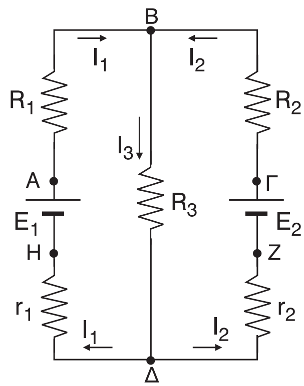
$$\Rightarrow A = \frac{12}{12 \cdot 2} 100\% \Rightarrow \boxed{A = 50\%}$$

45. ***Στο κύκλωμα του σχήματος δίνεται ότι: $E_1 = 9V$, $E_2 = 2V$, $r_1 = r_2 = 2Ω$, $R_1 = R_3 = 4Ω$, $R_2 = 2Ω$. Να βρεθούν οι εντάσεις των ρευμάτων, που διαρρέουν τους κλάδους του κυκλώματος και η διαφορά δυναμικού $V_{ΑΓ}$.***



Λύση:

Βρόγχος ΑΒΔΑ:



Είναι $V_{AB} + V_{BΔ} + V_{ΔN} + V_{HA} = V_{AA} \overset{S.I.}{\Rightarrow}$

$\overset{S.I.}{\Rightarrow} I_1 \cdot R_1 + I_3 \cdot R_3 + I_1 \cdot R_1 - E_1 = 0 \Rightarrow$

$\Rightarrow 4I_1 + 4I_3 + 2I_2 - 9 = 0 \Rightarrow$

$\Rightarrow \boxed{6I_2 + 4I_3 = 9}$ (1)

Επίσης $V_{ΓB} + V_{BΔ} + V_{ΔZ} + V_{ZΓ} = V_{ΓΓ} \Rightarrow$

$\Rightarrow I_2 \cdot R_2 + I_3 \cdot R_3 + I_2 \cdot r_2 - E_2 = 0 \overset{S.I.}{\Rightarrow}$

$\overset{S.I.}{\Rightarrow} 2I_2 + 4I_3 + 2I_2 - 2 = 0 \Rightarrow$

$\Rightarrow 4I_2 + 4I_3 = 2 \Rightarrow \boxed{I_2 + I_3 = 0,5}$ (2)

Από τον πρώτο κανόνα του Kirchhoff στον κόμβο Β έχουμε $\boxed{I_1 + I_2 = I_3}$ (3)

Από (1) $\overset{(3)}{\Rightarrow}$ $6I_1 + 4(I_1 + I_2) = 9 \Rightarrow 6I_1 + 4I_1 + 4I_2 = 9 \Rightarrow$

$\Rightarrow \boxed{10I_2 + 4I_3 = 9}$ (4)

Από (2) $\overset{(3)}{\Rightarrow}$ $I_2 + I_1 + I_2 = 0{,}5 \Rightarrow I_1 + 2I_2 = 0{,}5 \Rightarrow \boxed{I_1 = 0{,}5 - 2I_2}$ (5)

Από (4) $\overset{(5)}{\Rightarrow}$ $10(0{,}5 - 2I_2) + 4I_2 = 9 \Rightarrow 5 - 20I_2 + 4I_2 = 9 \Rightarrow$

$\Rightarrow -16I_2 = 4 \Rightarrow I_2 = \dfrac{-4}{16}\,\text{A} \Rightarrow \boxed{I_2 = -0{,}25\ \text{A}}$

Το (–) δηλώνει ότι η φορά του I_2 είναι αντίθετη από αυτή που φαίνεται στο σχήμα.

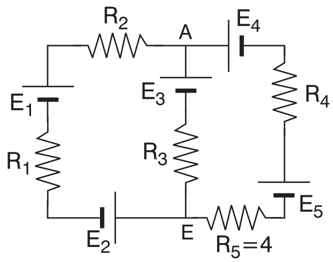
Από (5) $\overset{S.I.}{\Rightarrow}$ $I_1 = [0{,}5 - 2(-0{,}25)]\text{A} \Rightarrow I_1 = (0{,}5 + 0{,}5)\ \text{A} \Rightarrow \boxed{I_1 = 1\text{A}}$

Από (3) $\overset{S.I.}{\Rightarrow}$ $I_3 = [1 + (-0{,}25)]\text{A} \Rightarrow \boxed{I_3 = 0{,}75\ \text{A}}$

$V_{ΑΓ} = V_{ΑΒ} + V_{ΒΓ} \Rightarrow I_1 \cdot R_1 + (-I_2 R_2) \Rightarrow V_{ΑΓ} = I_1 \cdot R_1 - I_2 \cdot R_2 \Rightarrow$

$\Rightarrow V_{ΑΓ} = [1 \cdot 4 \cdot (-0{,}25) \cdot 2]\text{V} = (4 + 0{,}5)\ \text{V} \Rightarrow \boxed{V_{ΑΓ} = 4{,}5\ \text{V}}$

46. ***Στο κύκλωμα του σχήματος δίνεται ότι $E_1 = 21V$, $E_2 = 3V$, $E_3 = 6V$, $E_4 = 6V$, $E_5 = 11V$, $R_1 = 2Ω$, $R_2 = 2Ω$, $R_3 = 3Ω$, $R_4 = 1Ω$, $R_5 = 4Ω$. Να υπολογιστούν οι τιμές των ρευμάτων που διαρρέουν το κύκλωμα και η διαφορά δυναμικού V_{AB}.***



Λύση:

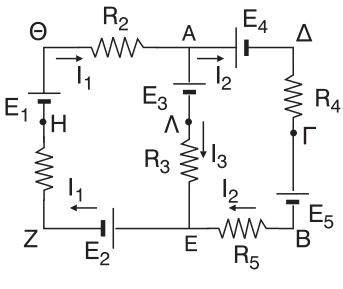
$V_{ΖΗ} + V_{ΗΘ} + V_{ΘΑ} + V_{ΑΛ} + V_{ΛΕ} + V_{ΕΖ} = V_{ΖΖ} \Rightarrow$

$\Rightarrow I_1 \cdot R_1 - E_1 + I_2 \cdot R_2 + E_3 + I_3 \cdot R_3 + E_2 = 0 \overset{S.I.}{\Rightarrow}$

$\overset{S.I.}{\Rightarrow} 4I_1 - 21 + 2I_1 + 6 + 3I_3 + 3 = 0 \Rightarrow$

$\Rightarrow 6I_1 + 3I_3 - 12 = 0 \Rightarrow 6I_1 + 3I_3 = 12 \Rightarrow$

$\Rightarrow \boxed{2I_1 + I_3 = 2}$ (1)



Επίσης

$V_{ΒΕ} + V_{ΕΛ} + V_{ΛΑ} + V_{ΑΔ} + V_{ΔΓ} + V_{ΓΒ} = V_{ΒΒ} \Rightarrow$

$\Rightarrow I_2 \cdot R_5 - I_3 \cdot R_3 - E_3 + E_4 + I_2 \cdot R_4 + E_5 = 0 \overset{S.I.}{\Rightarrow}$

$\overset{S.I.}{\Rightarrow} 4I_2 - 3I_3 - 6 + 6 + I_2 + 11 = 0 \Rightarrow 5I_1 - 3I_3 + 11 = 0 \Rightarrow$

$\Rightarrow \boxed{5I_2 - 3I_3 = -11}$

Από τον 1ο κανόνα του Kirchhoff στον κόμβο Α έχουμε $I_1 = I_2 + I_3 \Rightarrow$

$\Rightarrow \boxed{I_3 = I_1 - I_2}$ (3)

Από (1) $\overset{(3)}{\Rightarrow} 2I_2 + (I_1 - I_2) = 2 \Rightarrow 2I_1 + I_2 - I_2 = 2 \Rightarrow 3I_1 - I_2 = 2 \Rightarrow$

$\Rightarrow \boxed{I_2 = 3I_1 - 2}$ (4)

Από (2) $\overset{(3)}{\Rightarrow} 5I_2 - 3\ (I_1 - I_2) = -11 \Rightarrow 5I_2 - 3I_1 + 3I_2 = -11 \Rightarrow$

$\Rightarrow 8I_2 - 3I_1 = -11 \overset{(4)}{\Rightarrow} 8 \cdot (3I_1 - 2) - 3I_1 = -11 \Rightarrow$

$\Rightarrow 24I_1 - 16 - 3I_1 = -11 \Rightarrow 21I_1 = 5 \Rightarrow \boxed{I_1 = \frac{5}{21}\,A}$

Από (4) $\overset{S.I.}{\Rightarrow} I_2 = \left(3\,\frac{5}{21} - 2\right)A \Rightarrow I_2 = \frac{15 - 42}{21}\,A \Rightarrow \boxed{I_2 = -\frac{27}{21}\,A}$

Το (–) δηλώνει ότι η φορά του I_2 είναι αντίθετη από αυτή που φαίνεται στο σχήμα

Από (3) $\Rightarrow I_3 = \left[\frac{5}{21} - \left(-\frac{21}{21}\right)\right]A \Rightarrow \boxed{I_3 = \frac{32}{21}\,A}$

$V_{ΑΕ} = V_{ΑΛ} + V_{ΛΕ} \Rightarrow V_{ΑΕ} = E_3 + I_3R_3 \Rightarrow V_{ΑΕ} = \left(6 + \frac{32}{21} \cdot 3\right)V \Rightarrow$

$V_{ΑΕ} = \left(\frac{126 + 96}{21}\right)V = \frac{222}{21}\,V \Rightarrow \boxed{V_{ΑΕ} = \frac{74}{7}\,A}$

1ο ΚΡΙΤΗΡΙΟ ΑΞΙΟΛΟΓΗΣΗΣ

ΘΕΜΑ 1ο

Στις ερωτήσεις 1-3 βάλτε σε κύκλο το γράμμα με τη σωστή απάντηση.

1. Αν διπλασιάσουμε την απόσταση μεταξύ δύο αντίθετων φορτίων:

α. το μέτρο της δύναμης Coulomb τετραπλασιάζεται
β. η δυναμική ενέργεια του συστήματος αυξάνεται
γ. η δυναμική ενέργεια του συστήματος διπλασιάζεται
δ. η δυναμική ενέργεια του συστήματος μειώνεται

Μονάδες 5

2. Οι ηλεκτρικές δυναμικές γραμμές:

α. είναι πάντοτε ευθείες
β. δεν είναι ποτέ ευθείες
γ. είναι πάντοτε παράλληλες στα ομογενή πεδία
δ. δεν είναι ποτέ παράλληλες

Μονάδες 5

3. Σ' έναν επίπεδο πυκνωτή:

α. η απόσταση μεταξύ των οπλισμών δεν επηρεάζει τη χωρητικότητά του.
β. η τάση είναι ανάλογη του φορτίου του.
γ. μεταξύ των οπλισμών αναπτύσσεται δύναμη απωστική.
δ. αποθηκεύεται ηλεκτρικό πεδίο.

Μονάδες 5

4. Χαρακτηρίστε με Σ τις παρακάτω προτάσεις, αν είναι σωστές, και με Λ, αν είναι λανθασμένες.

α. Το δυναμικό και η δυναμική ενέργεια είναι μονόμετρα μεγέθη. **Σ Λ**
β. Κατά τη μετάβαση ενός ηλεκτρικού φορτίου από ένα σημείο ηλεκτρικού πεδίου, στο άπειρο, η δυναμική ενέργεια μειώνεται. **Σ Λ** **Σ Λ**
γ. Ένα θετικό φορτίο που αφήνεται σ' ένα σημείο ηλεκτρικού πεδίου απομακρύνεται προς το άπειρο μόνο αν του προσφέρουμε ενέργεια. **Σ Λ** **Σ Λ**
δ. Η ηλεκτρική δυναμική ενέργεια του πυρήνα στο άτομο **Σ Λ**

του υδρογόνου είναι αρνητική.

ε. Η δύναμη Coulomb που δέχεται ένα φορτίο έχει πάντα την ίδια διεύθυνση με την ένταση του ηλεκτρικού πεδίου στο σημείο που βρίσκεται το φορτίο **Σ Λ**

Μονάδες 5

5. Να συμπληρώσετε τα κενά των παρακάτω προτάσεων:

Η .... σ' ένα σημείο ηλεκτρικού πεδίου είναι μέγεθος .... Έχει .... που εφάπτεται σε κάθε σημείο μιας ηλεκτρικής .... γραμμής. Το μέτρο της στο S.I. είναι το .... ή το ....

Μονάδες 5

ΘΕΜΑ 2ο

1. Βρείτε τη σχέση που μας δίνει το μέτρο της έντασης ηλεκτρικού πεδίου που παράγεται από ένα ακίνητο σημειακό φορτίο, σε σχέση με την απόσταση από το φορτίο αυτό.

Μονάδες 5

2. Αρνητικό φορτίο Q = – 4 μC δημιουργεί ηλεκτρικό πεδίο.

α. Να βρείτε το λόγο $\frac{V_A}{V_B}$ των δυναμικών στα σημεία Α, Β του πεδίου αν οι αποστάσεις τους από το Q είναι $r_A = 4r_B$.

Μονάδες 5

β. Ποιο από τα δύο δυναμικά είναι μεγαλύτερο; Δικαιολογήστε την απάντησή σας.

Μονάδες 3

3. Να δώσετε τον ορισμό της χωρητικότητας ενός επίπεδου πυκνωτή. Ποια η μονάδα της στο S.I. και πως ορίζεται;

Μονάδες 7

ΘΕΜΑ 3ο

Δύο φορτία Q_1 = 6 μC και Q_2 = – 8mC βρίσκονται σε απόσταση r = 2 cm μεταξύ τους.

α. Βρείτε τη δυναμική ενέργεια του συστήματος των δύο φορτίων.

Μονάδες 10

β. Βρείτε το δυναμικό του ηλεκτρικού πεδίου, στο μέσο της απόστασης r.

Μονάδες 15

Δίνεται $k = 9 \cdot 10^9 \dfrac{N \cdot m^2}{C^2}$

ΘΕΜΑ 4ο

Επίπεδος πυκνωτής αέρα χωρητικότητας C = 2 μF φορτίζεται σε τάση V = 20 V. Βρείτε:

α. το φορτίο του πυκνωτή.

Μονάδες 5

β. την ενέργεια του πυκνωτή.

Μονάδες 5

γ. την ένταση του ηλεκτρικού πεδίου μεταξύ των οπλισμών αν αυτά απέχουν μεταξύ του 2 mm.

Μονάδες 5

δ. τη χωρητικότητα του πυκνωτή αν προσθέσουμε μεταξύ των οπλισμών διηλεκτρικό με ε = 12.

Μονάδες 5

ε. την ενέργεια του πυκνωτή μετά την προσθήκη του διηλεκτρικού αν η τάση παραμένει σταθερή.

Μονάδες 5

2ο ΚΡΙΤΗΡΙΟ ΑΞΙΟΛΟΓΗΣΗΣ

ΘΕΜΑ 1ο

Στις ερωτήσεις 1-3 βάλτε σε κύκλο το γράμμα με τη σωστή απάντηση.

1. **Ένα ηλεκτρικά φορτισμένο σωματίδιο**

α. δημιουργεί γύρω του ακτινικό πεδίο.
β. δημιουργεί γύρω του ομογενές πεδίο.
γ. έχει πάντα πλεόνασμα ηλεκτρονίων.
δ. έχει πάντα πλεόνασμα πρωτονίων.

Μονάδες 5

2. **Η ηλεκτρική δύναμη μεταξύ δύο φορτισμένων σωματιδίων**

α. είναι μόνο ελκτική.
β. είναι μόνο απωστική.
γ. είναι ανεξάρτητη της απόστασης μεταξύ των σωματιδίων.
δ. εξαρτάται από το υλικό μεταξύ των σωματιδίων.

Μονάδες 5

3. **Ηλεκτρικό φορτίο $Q_1 > 0$ βρίσκεται σε σταθερή απόσταση από φορτίο $Q_2 = -Q_1$. Αν η ηλεκτρική δυναμική ενέργεια του Q_2 είναι – 1J τότε:**

α. η ηλεκτρική δυναμική ενέργεια του Q_1 είναι 1 J.

β. η ηλεκτρική δυναμική ενέργεια του συστήματος των φορτίων είναι 0 J.

γ. η ηλεκτρική δυναμική ενέργεια του Q_1 είναι – 1 J.

δ. η ηλεκτρική δυναμική ενέργεια του συστήματος είναι 2 J.

Μονάδες 5

4. **Χαρακτηρίστε με Σ τις παρακάτω προτάσεις, αν είναι σωστές και με Λ, αν είναι λανθασμένες.**

α. Η χωρητικότητα ενός επίπεδου πυκνωτή είναι αντιστρόφως ανάλογη της τάσης του.	**Σ Λ**
β. Η ηλεκτρική ενέργεια ενός πυκνωτή είναι ανάλογη του φορτίου του.	**Σ Λ**
γ. Η ηλεκτρική ενέργεια ενός πυκνωτή είναι ανάλογη του τετραγώνου της τάσης του.	**Σ Λ**
δ. Η διαφορά δυναμικού μεταξύ δύο σημείων ηλεκτρικού πεδίου είναι πάντα θετική.	**Σ Λ**
ε. Το δυναμικό σ’ ένα σημείο ηλεκτρικού πεδίου έχει τη διεύθυνση της έντασης σ’ εκείνο το σημείο.	**Σ Λ**

Μονάδες 5

5. **Να αντιστοιχίσετε τα στοιχεία της στήλης Α με τα στοιχεία της στήλης Β.**

Στήλη Α	**Στήλη Β**
α. Δυναμικό	Α. $\frac{1}{4\pi\varepsilon\varepsilon_0}$
β. Διαφορά δυναμικού	Β. $\frac{Q}{V}$
γ. Χωρητικότητα πυκνωτή	Γ. $\frac{W_{A\to B}}{q}$
δ. Ένταση ηλεκτρικού πεδίου	Δ. $\frac{F}{\lvert q\rvert}$
ε. Ηλεκτρική σταθερά	Ε. $\frac{W_{A\to\infty}}{q}$

Μονάδες 5

ΘΕΜΑ 2ο

1. **Να αποδείξετε τη σχέση που συνδέει το μέτρο της έντασης ομογενούς ηλεκτρικού πεδίου με τη διαφορά δυναμικού.**

Μονάδες 10

2. **Να κάνετε τη γραφική παράσταση της χωρητικότητας ενός επίπεδου πυκνωτή i) σε συνάρτηση με το φορτίο του ii) σε συνάρτηση με την τάση του.**

Μονάδες 8

3. **Να βρείτε το λόγο $\frac{C_1}{C_2}$ της χωρητικότητας επίπεδου πυκνωτή αέρα προς τη χωρητικότητα επίπεδου πυκνωτή με διηλεκτρικό (ε = 4) αν γνωρίζετε ότι οι οπλισμοί του απέχουν διπλάσια απόσταση μεταξύ τους σε σχέση με τον πυκνωτή αέρα και έχουν το ίδιο εμβαδό με τους οπλισμούς του πρώτου πυκνωτή.**

Μονάδες 7

ΘΕΜΑ 3ο

Δύο φορτία $Q_1 = 8\ \mu C$ και $Q_2 = 16\ \mu C$ βρίσκονται στις κορυφές Α και Γ νατίστοιχα τετραγώνου ΑΒΓΔ πλευράς $\sqrt{2}$ cm. Αν $k = 9 \cdot 10^9\ \frac{N \cdot m^2}{C^2}$, βρείτε:

α. την αντίσταση του ηλεκτρικού πεδίου στο κέντρο του τετραγώνου.

Μονάδες 9

β. το δυναμικό του ηλεκτρικού πεδίου στο κέντρο του τετραγώνου.

Μονάδες 9

γ. τη διαφορά δυναμικού μεταξύ των κορυφών Β και Δ.

Μονάδες 7

ΘΕΜΑ 4ο

Ομογενές ηλεκτρικό πεδίο έντασης $E = 5 \cdot 10^3\ \frac{N}{C}$ δημιουργείται μεταξύ δύο όμοιων παράλληλων μεταλλικών πλακών που είναι φορτισμένες με αντίθετο φορτίο. Η διαφορά δυναμικού μεταξύ των οπλισμών είναι V = 400 V. Φορτισμένο σωματίδιο αμελητέου βάρους εκτοξεύεται κάθετα στις πλάκες, από σημείο στο μέσο της απόστασης μεταξύ των οπλισμών με ταχύτητα μέτρου $u_0 = 2 \cdot 10^5\ \frac{m}{s}$ προς την θετική φορτισμένη πλάκα στην οποία φτάνει με μηδενική ταχύτητα.

α. Βρείτε την απόσταση μεταξύ των πλακών. ***Μονάδες 4***

β. Προσδιορίστε το είδος του φορτίου του σωματιδίου. Αιτιολογήστε την απάντησή σας.

Μονάδες 5

γ. Υπολογίστε το πηλίκο $\frac{q}{m}$ (ειδικό φορτίο) του σωματιδίου.

Μονάδες 16

3ο ΚΡΙΤΗΡΙΟ ΑΞΙΟΛΟΓΗΣΗΣ

ΘΕΜΑ 1ο

Στις ερωτήσεις 1-3 βάλτε σε κύκλο το γράμμα με τη σωστή απάντηση.

1. Η ένταση του ηλεκτρικού ρεύματος

α. αναφέρεται μόνο σε συνεχή ρεύματα.

β. μετριέται στο S.I. σε $\frac{N}{C}$.

γ. εκφράζει ηλεκτρικό φορτίο ανά μονάδα χρόνου.

δ. δείχνει τη δυσκολία που συναντούν τα ηλεκτρικά φορτία κατά την προσανατολισμένη κίνηση.

Μονάδες 5

2. Η αντίσταση ενός μεταλλικού αγωγού

α. ταυτίζεται με την έννοια του αντιστάτη.

β. εξαρτάται από τη θερμοκρασία του αγωγού.

γ. είναι μέγεθος διανυσματικό.

δ. μετριέται στο S.I. σε A (Ampere).

Μονάδες

3. Το φαινόμενο Joule

α. εμφανίζεται μόνο στους μεταλλικούς αγωγούς.

β. εμφανίζεται σε όλους τους αγωγούς.

γ. εμφανίζεται και στους μονωτές.

δ. εξηγεί τη δημιουργία μαγνητικού πεδίου γύρω από ρευματοφόρους αγωγούς.

Μονάδες 5

4. Χαρακτηρίστε με Σ τις παρακάτω προτάσεις, αν είναι σωστές, και με Λ, αν είναι λανθασμένες.

α. Σ’ έναν ανεμιστήρα που εμποδίζεται να στραφεί, ισχύει ο νόμος του Ohm. **Σ Λ**

β. Η πτώση τάσης πάνω σ’ έναν αντιστάτη είναι ίση με $I \cdot R$. **Σ Λ**

γ. Η θερμική ισχύς πάνω σε μια αντίσταση είναι ίση με $I^2 \cdot R$ μόνο αν το ρεύμα είναι σταθερό. **Σ Λ**

δ. Η θερμότητα που αναπτύσσεται πάνω σε μια αντίσταση μετριέται στο S.I. σε cal. **Σ Λ**

ε. Ένας αντιστάτης θεωρείται αποδέκτης. **Σ Λ**

Μονάδες 5

5. **Να συμπληρώσετε τα κενά των παρακάτω προτάσεων. Ο .... απόδοσης ενός αποδέκτη ισούται με το .... της .... ισχύος που αποδίδει ο αποδέκτης προς την .... που δαπανάται στον αποδέκτη. Παίρνει τιμές .... < α < ....**

Μονάδες 5

ΘΕΜΑ 2ο

1. **Υπολογίστε την ισοδύναμη (ολική) αντίσταση δύο αντιστάσεων που συνδέονται σε σειρά.**

Μονάδες 10

2. **Δύο αντιστάσεις R_1, R_2 με $R_1 = 2R_2$ συνδέονται, η κάθε μία, με πηγή πολικής τάσης V. Βρείτε το πηλίκο $\frac{P_1}{P_2}$ της ισχύος στην αντίσταση R_1 προς την ισχύ στην αντίσταση R_2.**

Μονάδες 10

3. **Να δώσετε τον ορισμό του ηλεκτρικού ρεύματος και της έντασης χρονικά σταθερού ηλεκτρικού ρεύματος που διαρρέει έναν αγωγό.**

Μονάδες 5

ΘΕΜΑ 3ο

Στο κύκλωμα του σχήματος βρείτε:

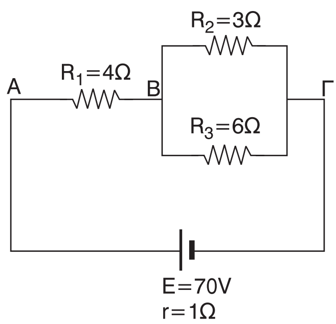
α. την ισοδύναμη αντίσταση στο εξωτερικό κύκλωμα

Μονάδες 5

β. την ένταση του ρεύματος που διαρρέει την αντίσταση R_2.

Μονάδες 8

γ. την ισχύ που αναπτύσσεται στην αντίσταση R_2.



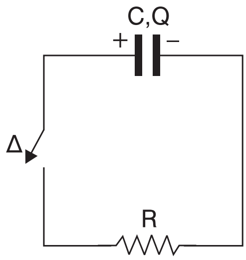
Μονάδες 7

δ. την ισχύ που δίνει η πηγή σ' όλο το κύκλωμα.

Μονάδες 5

ΘΕΜΑ 4ο

Ο πυκνωτής στο κύκλωμα του σχήματος έχει χωρητικότητα C = 4 μF και φορτίζεται με φορτίο Q = 32 μC. Τη χρονική στιγμή t = 0 κλείνουμε το διακόπτη και ο πυκνωτής αρχίζει μέσω της αντίστασης R



α. Βρείτε την τάση στα άκρα της αντίστασης τη στιγμή που το φορτίο του πυκνωτή είναι ίσο με 16 μC.

Μονάδες 10

β. Υπολογίστε τη θερμότητα που αναπτύχθηκε στην αντίσταση R από τη στιγμή t = 0 μέχρι τη στιγμή που το φορτίο στον πυκνωτή είναι ίσο με 8 μC.

Μονάδες 15

4Ο ΚΡΙΤΗΡΙΟ ΑΞΙΟΛΟΓΗΣΗΣ

ΘΕΜΑ 1ο

Στις ερωτήσεις 1-3 βάλτε σε κύκλο το γράμμα με τη σωστή απάντηση.

1. Η ΗΕΔ μιας ηλεκτρικής πηγής

α. εξαρτάταιι από την εσωτερική αντίσταση της πηγής.
β. ισούται με την πολική τάση αν η πηγή είναι ιδανική.
γ. είναι πάντα μεγαλύτερη από την πολική τάση της πηγής.
δ. μετριέται σε J στο S.I.

Μονάδες 5

2. Η αντίσταση ενός μεταλλικού αγωγού σταθερών διαστάσεων

α. αυξάνεται γραμμικά με τη θερμοκρασία.
β. είναι ανάλογη της θερμοκρασίας σε βαθμούς Κελσίου.
γ. είναι ανεξάρτητη της θερμοκρασίας.
δ. μειώνεται καθώς αυξάνεται η θερμοκρασία.

Μονάδες 5

3. Ο νόμος του Ohm για κλειστό κύκλωμα

α. δεν ισχύει αν η ηλεκτρική πηγή είναι ιδανική.
β. δεν ισχύει αν το κύκλωμα περιέχει ανεμιστήρα που στρέφεται.
γ. δεν ισχύει αν το κύκλωμα περιέχει μόνο αντιστάτες.
δ. ισχύει μόνο αν η ηλεκτρική πηγή είναι ιδανική.

Μονάδες 5

4. Χαρακτηρίστε με Σ τις παρακάτω προτάσεις, αν είναι σωστές, και με Λ, αν είναι λανθασμένες.

α. Το 1 KW μετράει ενέργεια όπως και 1 KWh.

β. Ισχύει 1 KWh = $3{,}6 \cdot 10^6$ cal.

γ. Οι μετρητές της Δ.Ε.Η. μετράνε την ηλεκτρική ισχύ που καταναλώνουμε.

δ. Αν αυξήσουμε τη θερμοκρασία του κράματος μαγγανίση, η αντίστασή του μειώνεται.

ε. Οι ημιαγωγοί είναι αγωγοί μικρών διαστάσεων.

Μονάδες 5

5. Να αντιστοιχίσετε τα στοιχεία της στήλης Α με τα στοιχεία της στήλης Β.

Στήλη Α	Στήλη Β
α. πτώση τάσης	Α. V
β. ένταση ηλεκτρικού ρεύματος	Β.Α
γ. ωμική αντίσταση	Γ. Ω
δ. ηλεκτρική ισχύς	Δ. KW
ε. ηλεκτρική ενέργεια	Ε. KWh

Μονάδες 5

ΘΕΜΑ 2ο

1. Κλειστό κύκλωμα περιλαμβάνει πηγή με ΗΕΔ Ε και εσωτερική αντίσταση r.

i) Πότε λέμε ότι η πηγή είναι βραχυκυκλωμένη.

Μονάδες 3

ii) Να αποδείξετε ότι το ρεύμα βραχυκύκλωσης της ηλεκτρικής πηγής δίνεται από τη σχέση $I_\beta = \dfrac{E}{r}$.

Μονάδες 3

2. Υπολογίστε την ισοδύναμη (ολική) αντίσταση δύο αντιστάσεων που συνδέονται παράλληλα.

Μονάδες 5

3. Δύο αποδέκτες καταναλώνουν την ίδια ισχύ αλλά η απώλεια ισχύος στον δεύτερο αποδέκτη είναι διπλάσια από την απώλεια ισχύος στον πρώτο αποδέκτη. Αν ο συντελεστής απόδοσης του πρώτου αποδέκτη είναι α_1 και του δευτέρου α_2 να δείξετε ότι:

i) $\alpha_2 = 2\alpha_1 - 1$ ***Μονάδες 7***

ii) $0{,}5 < \alpha_1 < 1$ ***Μονάδες 7***

ΘΕΜΑ 3ο

Ανεμιστήρας που στρέφεται διαρρέεται από ρεύμα έντασης Ι = 2Α, και έχει εσωτερική αντίσταση R = 6,875 Ω. Αν και η απόδοση του ανεμιστήρα είναι 75% να βρείτε:

α. την απώλεια ισχύος στον ανεμιστήρα.

Μονάδες 5

β. την τάση στα άκρα του ανεμιστήρα.

Μονάδες 20

ΘΕΜΑ 4ο

Τρεις αντιστάσεις R_1 = 12 Ω, R_2 = 1 Ω και R_3 = 6 Ω συνδέονται έτσι ώστε να προκύπτει ισοδύναμη αντίσταση R = 5 Ω. Συνδέουμε τη συνδεσμολογία αυτή στα άκρα ηλεκτρικής πηγής με ΗΕΔ Ε = 100 V και εσωτερική αντίσταση r.

α. Βρείτε τον τρόπο σύνδεσης των τριών αντιστάσεων R_1, R_2, R_3 και εξηγείστε.

Μονάδες 5

β. Αν η πολική τάση της πηγής είναι 50 V;

i) Βρείτε την αντίσταση r.

Μονάδες 5

ii) την ηλεκτρική ισχύ στο εξωτερικό κύκλωμα

Μονάδες 5

iii) την ηλεκτρική ισχύ στην αντίσταση R_2.

Μονάδες 5

iv) την ισχύ που δίνει η πηγή σ' όλο το κύκλωμα.

Μονάδες 5

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 3

ΗΛΕΚΤΡΟΜΑΓΝΗΤΙΣΜΟΣ

3.3 ΗΛΕΚΤΡΟΜΑΓΝΗΤΙΣΜΟΣ

ΣΤΟΙΧΕΙΑ ΘΕΩΡΙΑΣ

3.3.1. Μαγνητικό Πεδίο

Σε αντιστοιχία με τον ορισμό του ηλεκτρικού πεδίου, μπορούμε να ορίσουμε και το μαγνητικό πεδίο ως εξής:

«Μαγνητικό πεδίο ονομάζεται ο χώρος μέσα στον οποίο, αν βρεθεί κάποιος μαγνήτης, θα ασκηθεί πάνω του μαγνητική δύναμη».

Τι είναι όμως οι μαγνήτες;

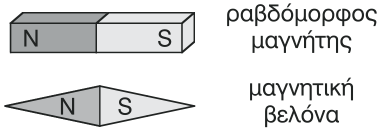
Οι μαγνήτες είναι εκείνα τα σώματα που έχουν την ιδιότητα να έλκουν διάφορα μέταλλα όπως σίδηρο (Fe), κοβάλτιο (Co), νικέλιο (Ni) κλπ. Το όνομά τους προέρχεται από την πόλη Μαγνησία της Μ. Ασίας στην οποία υπάρχει σε μεγάλες ποσότητες το ορυκτό του σιδήρου που ονομάζεται **επιτεταρτοξείδιο του σιδήρου (Fe_3O_4)** ή αλλιώς **μαγνητίτης**. Το ορυκτό αυτό αποτελεί ένα φυσικό μαγνήτη και διαφέρει από τους τεχνητούς μαγνήτες που κατασκευάζονται από τον άνθρωπο χρησιμοποιώντας διάφορα κράματα μετάλλων.

Σε όλους του μαγνήτες, ανεξάρτητα από το σχήμα τους, παρατηρούνται δύο περιοχές όπου οι μαγνητικές ιδιότητες εμφανίζονται πιο έντονες. Οι περιοχές αυτές ονομάζονται **πόλοι του μαγνήτη.** Αν ο μαγνήτης έχει το σχήμα μιας ράβδου ή της βελόνας μιας πυξίδας, οι μαγνητικοί πόλοι βρίσκονται στα άκρα του μαγνήτη.

Αν κρεμάσουμε μια μαγνητική βελόνα (ή ένα ραβδόμορφο μαγνήτη) με τη βοήθεια κατακόρυφου νήματος που είναι δεμένο στο μέσο της, αυτή θα ισορροπήσει ώστε το ένα άκρο της να δείχνει, περίπου, το γεωγραφικό Βορρά και το άλλο το γεωγραφικό Νότο. Εκτρέποντας τη βελόνα από τη θέση ισορροπίας της αυτή θα ισορροπήσει πάλι ώστε τα ίδια άκρα, όπως και πριν, να δείχνουν προς τον Βορρά και το Νότο, αντίστοιχα.

Κατά σύμβαση, το άκρο που δείχνει το γεωγραφικό Βορρά το ονομάζουμε **βόρειο μαγνητικό πόλο**, και το άκρο που δείχνει το γεωγραφικό Νότο το ονομάζουμε **νότιο μαγνητικό πόλο**. Ο βόρειος μαγνητικός πόλος συμβολίζεται με το γράμμα **N** (από την αγγλική λέξη North) και ο νότιος μαγνητικός πόλος συμβολίζεται με το γράμμα **S** (από την αγγλική λέξη South).

Στο σχήμα 1 σημειώνονται ενδεικτικά οι μαγνητικοί πόλοι σ' ένα ραβδόμορφο μαγνήτη και σε μια μαγνητική βελόνα.



Σχήμα 1

Εκτός από τον νόμο που περιγράφει την ηλεκτρική δύναμη μεταξύ δύο σημειακών φορτίων, ο Coulomb είχε διατυπώσει και έναν αντίστοιχο νόμο που περιέγραφε τη μαγνητική δύναμη μεταξύ δύο σημειακών «μαγνητικών ποσοτήτων».

Ως **μαγνητική ποσότητα** ο Coulomb εννοούσε ένα απομονωμένο μαγνητικό πόλο, βόρειο ή νότιο.

Η σχέση που έδινε τη μαγνητική δύναμη μεταξύ δύο μαγνητικών ποσοτήτων είχε την ίδια μορφή με τη σχέση που δίνει την ηλεκτρική δύναμη μεταξύ δύο ηλεκτρικών φορτίων. Στις μέρες μας ο νόμος αυτός δεν χρησιμοποιείται γιατί δεν μπορούμε να απομονώσουμε έναν νότιο ή βόρειο μαγνητικό πόλο. Άρα δεν μπορούμε να έχουμε μια μαγνητική ποσότητα.

Αν κόψουμε έναν ραβδόμορφο μαγνήτη ακριβώς στο μέσο του προσπαθώντας να απομονώσουμε τους δύο μαγνητικούς πόλους, θα παρατηρήσουμε ότι σε κάθε κομμάτι που θα προκύψει εμφανίζονται, εκ νέου, στα άκρα του βόρειος και νότιος μαγνητικός πόλος. Το ίδιο θα συμβεί αν ακολουθήσουμε την ίδια διαδικασία για τα κομμάτια που προκύπτουν. Άρα:

Στη φύση δεν υπάρχουν απομονωμένοι μαγνητικοί πόλοι (μαγνητικοί μονόπολα) αλλά μόνο ζεύγη βόρειου και νότιου μαγνητικού πόλου (μαγνητικά δίπολα).

Άλλωστε δεχόμαστε σήμερα ότι τα μαγνητικά πεδία δημιουργούνται από ηλεκτρικά ρεύματα και όχι από μαγνητικές ποσότητες, όπως θα δούμε και στη συνέχεια.

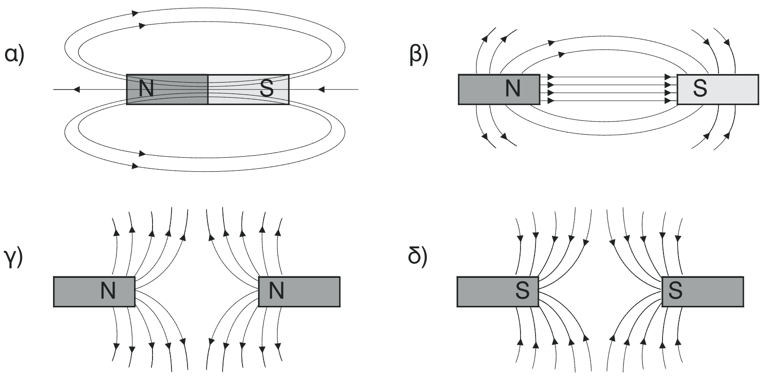
Το μέγεθος εκείνο που μας δείχνει το «πόσο ισχυρό» είναι το πεδίο στα διάφορα σημεία του είναι **η ένταση $\vec{B}$ του μαγνητικού πεδίου** η οποία ονομάζεται και **μαγνητική επαγωγή.**

Όμως, δεν μπορούμε να ορίσουμε την ένταση $\vec{B}$ του μαγνητικού πεδίου ως «πηλίκο δύναμης προς υπόθεμα» όπως στο ηλεκτρικό πεδίο διότι δεν υφίσταται η έννοια της μαγνητικής ποσότητας που θα αποτελούσε το υπόθεμα για το μαγνητικό πεδίο. Έτσι ο ορισμός της έντασης $\vec{B}$ θα γίνει με τη βοήθεια άλλων φυσικών μεγεθών όπως θα δούμε στη συνέχεια.

Μπορούμε όμως να ορίσουμε τη δυναμική γραμμή ενός μαγνητικού πεδίου ως εξής:

«Δυναμική γραμμή ενός μαγνητικού πεδίου ονομάζεται εκείνη η νοητή γραμμή στην οποία η ένταση του πεδίου εφάπτεται σε κάθε σημείο της».

Στο σχήμα 2 φαίνονται οι δυναμικέ γραμμές διαφόρων μαγνητικών πεδίων που παράγονται από μαγνήτες.



Σχήμα 2

Ιδιότητες των δυναμικών γραμμών

Οι δυναμικές γραμμές ενός μαγνητικού πεδίου χαρακτηρίζονται από τις εξής ιδιότητες:

α. Οι δυναμικές γραμμές είναι **κλειστές.** Για την περίπτωση ραβδόμορφου μαγνήτη, στο εξωτερικό του μαγνήτη οι δυναμικές γραμμές κατευθύνονται από το βόρειο προς το νότιο μαγνητικό πόλο ενώ στο εσωτερικό του μαγνήτη κατευθύνονται από το νότιο προς το βόρειο μαγνητικό πόλο.

β. Στις περιοχές του πεδίου που οι δυναμικές γραμμές είναι πιο πυκνές, το πεδίο είναι πιο ισχυρό, δηλαδή, η ένταση του πεδίου έχει μεγαλύτερο μέτρο.

γ. Οι δυναμικές γραμμές **δεν τέμνονται** ούτε και **εφάπτονται** σε κάποιο σημείο.

Ομογενές μαγνητικό πεδίο

«Ομογενές ονομάζεται κάθε μαγνητικό πεδίο στο οποίο η ένταση είναι η ίδια (κατά διεύθυνση φορά και μέτρο) σε κάθε σημείο του».

Σε κάθε ομογενές μαγνητικό πεδίο, όπως και στο ομογενές ηλεκτρικό πεδίο, οι δυναμικές του γραμμές είναι **παράλληλες με ίδια φορά και ισαπέχουσες.**

Ομογενές μαγνητικό πεδίο δημιουργείται, για παράδειγμα, στο εσωτερικό ενός ραβδόμορφου μαγνήτη, με τις δυναμικές γραμμές να κατευθύνονται από το νότιο προς το βόρειο μαγνητικό πόλο όπως στο σχήμα 2α ή μεταξύ ενός βόρειου και ενός νότιου μαγνητικού πόλου μεταξύ δύο όμοιων ραβδόμορφων μαγνητών, με τις δυναμικές γραμμές να κατευθύνονται από το βόρειο προς το νότιο μαγνητικό πόλο όπως στο σχήμα 2β.

Σημείωση

1. Μεταξύ δύο **ομώνυμων** μαγνητικών πόλων (βόρειος με βόρειο, νότιος με νότιο) αναπτύσσονται **απωστικές** μαγνητικές δυνάμεις ενώ μεταξύ δύο **ετερώνυμων** μαγνητικών πόλων (βόρειος με νότιο) αναπτύσσονται **ελκτικές** μαγνητικές δυνάμεις.
2. Μονάδα της έντασης $\vec{B}$ του μαγνητικού πεδίου στο SI είναι το **1 Tesla** (1 Τέσλα). Ο ορισμός του ενός Tesla θα δοθεί στη συνέχεια μαζί με τον ορισμό της έντασης $\vec{B}$.

Πείραμα του Oersted – Το ηλεκτρικό ρεύμα παράγει μαγνητικό πεδίο

Γνωρίζουμε ήδη ότι ένα ηλεκτρικό φορτίο, ακίνητο ή κινούμενο, δημιουργεί γύρω του **ηλεκτρικό πεδίο.** Το 1820 ο Christian Oersted απέδειξε, με το περίφημο πείραμά του. ότι γύρω από αγωγό που διαρρέεται από ηλεκτρικό ρεύμα, άρα γύρω από κινούμενο ηλεκτρικό φορτίο, δημιουργείται μαγνητικό πεδίο. Ο Oersted στο πείραμά του τοποθέτησε έναν ευθύγραμμο αγωγό πάνω από μια μαγνητική βελόνα παράλληλα στον άξονα βόρειου – νότιου μαγνητικού πόλου και στο ίδιο κατακόρυφο επίπεδο με τον άξονα.

Η μαγνητική βελόνα μπορούσε να στρέφεται ελεύθερα σε οριζόντιο επίπεδο γύρω από κατακόρυφο άξονα που διερχόταν από το κέντρο της (σχήμα 3).

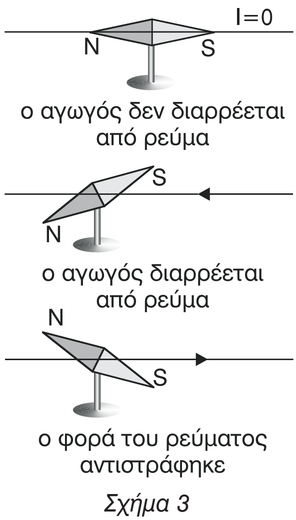
Κατά τη διάρκεια του πειράματος παρατηρήθηκαν τα εξής:

α. Όταν ο ευθύγραμμος αγωγός δεν διαρρεόταν από ρεύμα, η βελόνα ισορροπούσε με τον μεγάλο άξονά της παράλληλα στον αγωγό.

β. Όταν ο ευθύγραμμος αγωγός διαρρεόταν από ρεύμα (σταθερής έντασης), η βελόνα εκτρεπόταν από την αρχική της θέση και ισορροπούσε σε μια νέα θέση.

γ. Όταν μηδενιζόταν το ρεύμα που διέρεε τον αγωγό, η βελόνα επέστρεφε και ισορροπούσε στην αρχική της θέση.

δ. Αλλάζοντας τη φορά του ρεύματος στον αγωγό άλλαζε και η φορά εκτροπής της μαγνητικής βελόνας.



Σχήμα 3

ε. Αυξάνοντας την ένταση του ρεύματος στον αγωγό αυξανόταν, όχι όμως ανάλογα, και η γωνία εκτροπής της μαγνητικής βελόνας, (ο άξονας της βελόνας τείνει να γίνει κάθετος στον αγωγό).

Από τις προηγούμενες παρατηρήσεις προκύπτουν τα ακόλουθα συμπεράσματα.

Αφού η μαγνητική βελόνα εκτρέπεται συμπεραίνουμε ότι δέχεται κάποια μαγνητική δύναμη, δηλαδή δύναμη από μαγνητικό πεδίο.

Όμως, η απουσία κάποιου μαγνήτη κοντά στη μαγνητική βελόνα που θα δικαιολογούσε την ύπαρξη μαγνητικού πεδίου μας οδηγεί στο συμπέρασμα ότι το μαγνητικό πεδίο, που προκαλεί την εκτροπή της βελόνας προέρχεται από το **ρευματοφόρο αγωγό.** Άρα γύρω από κάθε ευθύγραμμο ρευματοφόρο αγωγό δημιουργείται μαγνητικό πεδίο. Στη συνέχεια, από αντίστοιχα πειράματα με το πείραμα του Oersted, όπου χρησημοποιήθηκαν αγωγοί διαφόρων σχημάτων οδηγηθήκαμε στο συμπέρασμα ότι τα **μαγνητικά πεδία προέρχονται από ηλεκτρικά ρεύματα, δηλαδή από κινούμενα ηλεκτρικά φορτία.**

Ακόμη και τα μαγνητικά πεδία που δημιουργούν οι μαγνήτες προέρχονται τελικά από ηλεκτρικά ρεύματα, αφού στις μέρες μας δεχόμαστε ότι:

Εξαιτίας της περιστροφής των ηλεκτρονίων γύρω από τον άξονά τους, κατά κύριο λόγο, και πολύ λιγότερο εξαιτίας της περιστροφής τους γύρω από τους πυρήνες των ατόμων, δημιουργούνται κλειστά στοιχειώδη ηλεκτρικά ρεύματα που με τη σειρά τους δημιουργούν στοιχειώδη μαγνητικά πεδία που αντιστοιχούν σε στοιχειώδη (πάρα πολύ μικρά) μαγνητικά δίπολα. Στα υλικά που δεν είναι μαγνήτες αλλά ούτε μπορούν να μαγνητιστούν ο προσανατολισμός των στοιχειωδών μαγνητικών διπόλων είναι τέτοιος ώστε τα στοιχειώδη μαγνητικά πεδία να αλληλοεξουδετερώνονται και τελικά το υλικό να μην συμπεριφέρεται σαν μαγνήτης.

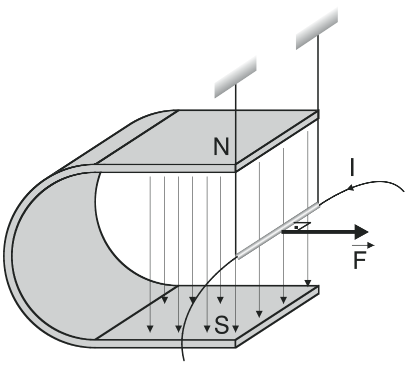
Στα υλικά που μπορούν να γίνουν μαγνήτες, τα στοιχειώδη μαγνητικά δίπολα δημιουργούν στο εσωτερικό τους τις λεγόμενες **μαγνητικές περιοχές ή περιοχές Weiss** που έχουν διαστάσεις από 10^{-2} mm έως 10^{-4} mm και αποτελούνται από 10^{10} άτομα περίπου. Όταν τα υλικά αυτά δεν έχουν γίνει ακόμη μαγνήτες, ούτε δέχονται την επίδραση κάποιου εξωτερικού μαγνητικού πεδίου τότε ο προσανατολισμός των μαγνητικών αυτών περιοχών είναι τυχαίος με αποτέλεσμα τα υλικά να μην συμπεριφέρονται σαν μαγνήτες. Όταν όμως τα υλικά αυτά βρεθούν μέσα σε κάποιο εξωτερικό μαγνητικό πεδίο ή έχουν μετατραπεί ήδη σε μαγνήτες τότε ο προσανατολισμός των μαγνητικών περιοχών γίνεται συγκεκριμένος και τα υλικά αποκτούν μαγνητικές ιδιότητες, μόνιμες ή παροδικές. Δηλαδή εμφανίζονται σ' αυτά βόρειος και νότιος μαγνητικός πόλος, και γύρω τους δημιουργείται μαγνητικό πεδίο.

Αξιοσημείωτο είναι το φαινόμενο κατά το οποίο, θερμαίνοντας ένα μαγνητισμένο υλικό (σιδηρομαγνητικό) πάνω από κάποια θερμοκρασία, το υλικό χάνει τις μαγνητικές του ιδιότητες. Η θερμοκρασία αυτή ονομάζεται **θερμοκρασία Curie** και είναι χαρακτηριστική για κάθε υλικό. Αυτό οφείλεται στο ότι με τη θέρμανση του υλικού αυξάνεται η θερμική (άτακτη) κίνηση των ατόμων των μαγνητικών περιοχών των οποίων καταστρέφεται ο συγκεκριμένος προσανατολισμός, όταν ξεπεράσουμε τη θερμοκρασία Curie. Τη κατάργηση των μαγνητικών ιδιοτήτων ενός μαγνήτη μπορούμε να πετύχουμε και αν χτυπήσουμε δυνατά (σφυρηλατήσουμε) τον μαγνήτη καταστρέφοντας, μ' αυτόν τον τρόπο, το συγκεκριμένο προσανατολισμό των μαγνητικών περιοχών Weiss.

Τέλος, τυλίγοντας ένα μαγνήτη με ρευματοφόρο αγωγό του οποίου η ένταση του ρεύματος μειώνεται συνεχώς ενώ ταυτόχρονα αναστρέφεται περιοδικά η φορά του, καταφέρνουμε να απομαγνητίσουμε τον μαγνήτη.

Διαπιστώσαμε, επανερχόμενοι στο πείραμα του Oersted, ότι ένας ρευματοφόρος αγωγός ασκεί, μέσω του μαγνητικού πεδίου που δημιουργεί γύρω του, δύναμη σε κάποιο μαγνήτη (μαγνητική βελόνα). Άρα, λόγω δράσης αντίδρασης, αναμένουμε και ο μαγνήτης, μέσω του δικού του μαγνητικού πεδίου, να ασκεί δύναμη σε κάποιο ρευματοφόρο αγωγό.

Πράγματι, όπως φαίνεται στο σχήμα 4, αν τοποθετήσουμε ένα ρευματοφόρο αγωγό κάθετα στις δυναμικές γραμμές ενός ομογενούς μαγνητικού πεδίου που δημιουργείται μεταξύ των πόλων στο εσωτερικό ενός πεταλοειδούς μαγνήτη, θα διαπιστώσουμε εκτροπή του αγωγού ως αποτέλεσμα της δύναμης ($\vec{F}$) που δέχεται από το μαγνητικό πεδίο του μαγνήτη. Αν όμως ο αγωγός τοποθετηθεί παράλληλα στις δυναμικές γραμμές του μαγνητικού πεδίου τότε δεν παρατηρείται εκτροπή του αγωγού που σημαίνει ότι δεν δέχεται δύναμη από το μαγνητικό πεδίο του μαγνήτη. Επίσης, εκτροπή από τη διεύθυνση στην οποία κινούνται παρατηρείται όταν φορτισμένα σωματίδια εισέρχονται σε μαγνητικό πεδίο, όχι παράλληλα στις δυναμικές γραμμές του, ως αποτέλεσμα της δύναμης που δέχονται από το πεδίο. Συμπέρασμα:



Σχήμα 4
Το μαγνητικό πεδίο του μαγνήτη ασκεί δύναμη $\vec{F}$ στο ρευματοφόρο αγωγό.

Οι ρευματοφόροι αγωγοί, δηλαδή το κινούμενο ηλεκτρικό φορτίο, δημιουργούν γύρω τους μαγνητικό πεδίο ασκώντας έτσι δύναμη σε κάποιο μαγνήτη που θα βρεθεί μέσα σ' αυτό και αντίστροφα, οι μαγνήτες ασκούν δύναμη σε ρευματοφόρο αγωγό ή σε κινούμενο ηλεκτρικό φορτίο που θα βρεθεί μέσα στο μαγνητικό τους πεδίο.

Τρόποι μαγνήτισης υλικών

Στην προηγούμενη ενότητα είδαμε τρόπους με τους οποίους μπορούμε να **απομαγνητίσουμε** κάποιο μαγνήτη. Ας αναφερθούμε και σε ορισμένους τρόπους με τους οποίους μπορούμε να **μαγνητίσουμε** κάποιο σώμα, αρκεί βέβαια να είναι φτιαγμένο από υλικό που μπορεί να μαγνητιστεί.

1ος τρόπος: Με επαφή

Διατηρώντας σε επαφή τον πόλο ενός μαγνήτη με κάποιο αντικείμενο από μαλακό σίδηρο το αντικείμενο αυτό αποκτά την ικανότητα να έλκει διάφορα μεταλλικά αντικείμενα. Δηλαδή το αντικείμενο από μαλακό σίδηρο μαγνητίζεται. Η μαγνήτιση όμως είναι παροδική γιατί μετά την απομάκρυνση του μαγνήτη αυτό χάνει τις μαγνητικές του ιδιότητες. Αν το αντικείμενο ήταν από χάλυβα τότε η μαγνήτισή του θα ήταν μόνιμη. Στην περιοχή του αντικειμένου που έρχεται σε επαφή με τον πόλο του μαγνήτη εμφανίζεται ετερώνυμος μαγνητικός πόλος.

2ος τρόπος: Με επαγωγή

Αν πλησιάσουμε στον πόλο ενός μαγνήτη κάποιο αντικείμενο από μαλακό σίδηρο ή χάλυβα παρατηρούμε πάλι ότι το αντικείμενο μαγνητίζεται είτε παροδικά (μαλακός σίδηρος) είτε μόνιμα (χάλυβας). Στην περιοχή του αντικειμένου που έρχεται σε επαφή με τον πόλο του μαγνήτη εμφανίζεται πάλι **ετερώνυμος μαγνητικός πόλος.**

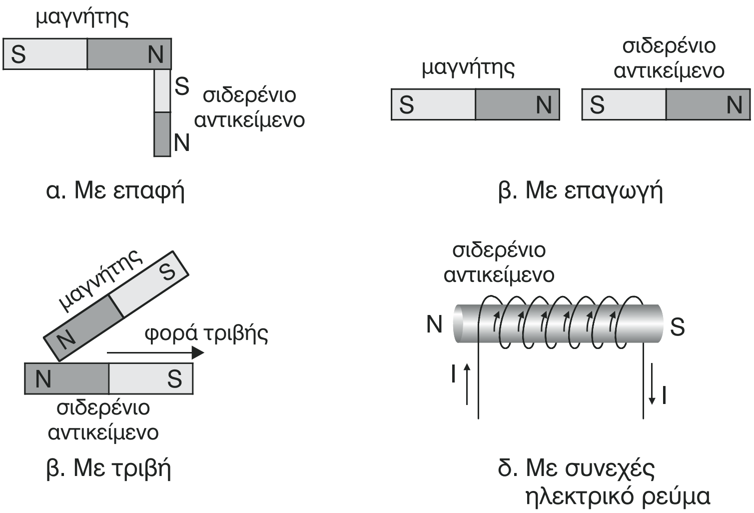
3ος τρόπος: Με τριβή

Αν τρίψουμε τον πόλο ενός μαγνήτη πάνω σε κάποιο αντικείμενο από μαλακό σίδηρο ή χάλυβα, κατά την ίδια πάντα φορά, θα παρατηρήσουμε ότι το αντικείμενο μαγνητίζεται πάλι παροδικά ή μόνιμα. Στην περιοχή του αντικειμένου από την οποία αρχίσαμε την τριβή με τον πόλο του μαγνήτη, εμφανίζεται **ομώνυμος** μαγνητικός πόλος.

4ος τρόπος: Με τριβή

Αν γύρω από μια κυλινδρική ράβδο, από μαλακό σίδηρο ή χάλυβα, τυλίξουμε με τη μορφή σπειρών έναν μονωμένο αγωγό που διαρρέεται από ρεύμα, θα παρατηρήσουμε ότι η ράβδος μαγνητίζεται παροδικά ή μόνιμα.

Η μαγνήτιση ενός αντικείμενου με τους παραπάνω τρόπους πραγματοποιείται επειδή, κατά τη διάρκεια της μαγνήτισης οι μαγνητικές περιοχές, που ήταν τυχαία προσανατολισμένες, αποκτούν όλες τον ίδιο προσανατολισμό με αποτέλεσμα το αντικείμενο να μαγνητίζεται. Αν η μαγνήτιση είναι μόνιμη ο προσανατολισμός των μαγνητικών περιοχών διατηρείται και μετά το τέλος της διαδικασίας της μαγνήτισης ενώ, αν είναι παροδική ο προσανατολισμός των μαγνητικών περιοχών καταργείται όταν σταματήσει η διαδικασία της μαγνήτισης.

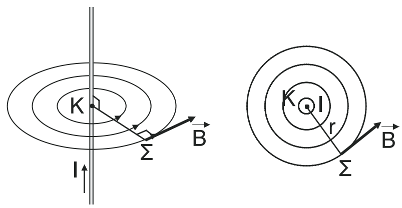


Σχήμα 5
Τρόποι μαγνήτισης

3.3.2. Μαγνητικο Πεδιο Ρευματοφορων Αγωγων

α. Μαγνητικό πεδίο γύρω από ευθύγραμμο ρευματοφόρο αγωγό

Γύρω από ευθύγραμμο αγωγό που διαρρέεται από ρεύμα δημιουργείται μαγνητικό πεδίο. Οι δυναμικές γραμμές του πεδίου είναι ομόκεντροι κύκλοι με το κέντρο τους να είναι ένα σημείο του αγωγού. Οι δυναμικές γραμμές βρίσκονται σε επίπεδο κάθετο στον αγωγό και κάθε σημείο του αγωγού αποτελεί κέντρο των ομόκεντρων κυκλικών δυναμικών γραμμών οι οποίες εκτείνονται σε αντίστοιχο επίπεδο. Η φορά των δυναμικών γραμμών καθορίζεται με τον κανόνα του δεξιού χεριού. Σύμφωνα με αυτόν, τοποθετούμε τη δεξιά παλάμη στον αγωγό με τον αντίχειρα να δείχνει τεντωμένος, την ένταση του ρεύματος που διαρρέει τον αγωγό, και τα υπόλοιπα δάχτυλα να σφίγγουν τον αγωγό. Μ’ αυτόν τον τρόπο τα υπόλοιπα δάχτυλα δείχνουν τη φορά των δυναμικών γραμμών.



Σχήμα 6
Η διεύθυνση του $\vec{B}$ είναι κάθετη στο επίπεδο που ορίζεται από τον αγωγό και την απόσταση r.

Στο σχήμα 6 φαίνονται οι απεικονίσεις του μαγνητικού πεδίου ενός ευθύγραμμου αγωγού που διαρρέεται από ρεύμα έντασης I οι δυναμικές γραμμές του οποίου εκτείνονται σε επίπεδο κάθετο στον αγωγό. Η ένταση $\vec{B}$ του μαγνητικού πεδίου έχει διεύθυνση εφαπτόμενη σε κάθε σημείο των δυναμικών γραμμών και φορά ίδια με τη φορά των δυναμικών γραμμών. Το μέτρο B της έντασης του μαγνητικού πεδίου σ' ένα σημείο Σ που απέχει απόσταση r από το σημείο K του αγωγού, το οποίο είναι και το κέντρο των δυναμικών γραμμών, αποδεικνύεται ότι δίνεται από τη σχέση:

$$B = K_\mu \frac{2I}{r} \quad (1) \qquad ή \qquad B = \frac{\mu_0 I}{2\pi r} \quad (2)$$

όπου $K_\mu = 10^{-7}\,\frac{N}{A^2} = 10^{-7}\,\frac{Tm}{A}$ η μαγνητική σταθερά και

$\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}\,\frac{N}{A^2} = 4\pi \cdot 10^{-7}\,\frac{Tm}{A}$ η απόλυτη μαγνητική διαπερατότητα του κενού

Ισχύει $\boxed{K_\mu = \frac{\mu_0}{4\pi}}$ (3)

Στο σχήμα 6α, ο αγωγός βρίσκεται στο επίπεδο της σελίδας του βιβλίου και οι δυναμικές γραμμές σε επίπεδο κάθετο στον αγωγό τέμνοντάς τον στο σημείο K.

Στο σχήμα 6β, ο αγωγός είναι κάθετος στο επίπεδο της σελίδας του βιβλίου και το ρεύμα I έχει φορά από το βιβλίο προς τον αναγνώστη, ενώ οι δυναμικές γραμμές βρίσκονται στο επίπεδο της σελίδας.

ΠΑΡΑΤΗΡΗΣΗ

1. *Οι σχέσεις (1) και (2) ισχύουν με την προϋπόθεση ότι ο αγωγός έχει άπειρο, ή κατά προσέγγιση, πολύ μεγάλο μήκος. Αν ο αγωγός έχει πεπερασμένο μήκος ℓ τότε πρέπει η απόσταση r να είναι πολύ μικρότερη από το ℓ και το σημείο Σ στο οποίο θέλουμε να υπολογίσουμε το μέτρο B της έντασης του μαγνητικού πεδίου να βρίσκεται σε επίπεδο κάθετο στον αγωγό που διέρχεται περίπου από το μέσο του αγωγού.*

2. *Το σύμβολο $\odot$ δηλώνει ότι ένα διανυσματικό μέγεθος έχει διεύθυνση κάθετη στο επίπεδο της σελίδας του βιβλίου και φορά από τη σελίδα προς τον αναγνώστη.*

Το σύμβολο $\otimes$ δηλώνει ότι ένα διανυσματικό μέγεθος έχει διεύθυνση κάθετη στο επίπεδο της σελίδας του βιβλίου και φορά από τον αναγνώστη προς τη σελίδα.

3. *Ανάμεσα στην ηλεκτρική σταθερά κ και στη μαγνητική σταθερά K_μ ισχύει η σχέση* $\boldsymbol{\frac{\kappa}{K_\mu} = C^2}$ ***(4), όπου*** $\boldsymbol{C = 3 \cdot 10^8\,\frac{m}{s}}$ ***η ταχύτητα διάδοσης του φωτός στο κενό ή κατά προσέγγιση στον αέρα.***

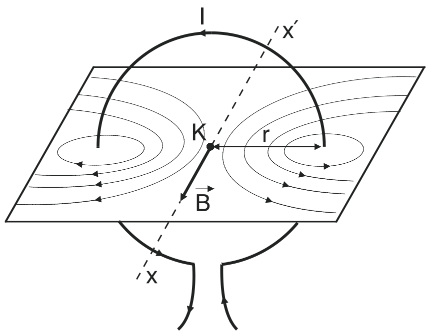
Αντικαθιστώντας στη σχέση (4) τις σχέσεις $\kappa = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}$ *και* $K_\mu = \frac{\mu_0}{4\pi}$ *προκύπτει ότι* $\frac{1}{\mu_0\varepsilon_0} = C^2$ ***(5), όπου*** μ_0 ***η απόλυτη μαγνητική διαπερατότητα του κενού και*** ε_0 ***η απόλυτη διηλεκτρική σταθερά του κενού.***

4. *Η ένταση* $\vec{B}$ *σ' ενα σημείο του μαγνητικού πεδίου που δημιουργείται από δύο η περισσότερους ευθύγραμμους ρευματοφόρους αγωγούς ισούται με το διανυσματικό άθροισμα των εντάσεων* $\vec{B}_1$, $\vec{B}_2$, *... στο σημείο εκείνο, εξ' αιτίας του κάθε αγωγού. Δηλαδή:*

$$\vec{B} = \vec{B}_1 + \vec{B}_2 + \ldots \qquad (6) \quad \textit{(Αρχή επαλληλίας)}$$

β. Μαγνητικό πεδίο κυκλικού ρευματοφόρου αγωγού

Γύρω από κυκλικό αγωγό που διαρρέεται από ρεύμα δημιουργείται μαγνητικό πεδίο του οποίου η μορφή είναι διαφορετική από αυτό που δημιουργεί ένας ευθύγραμμος αγωγός. Συγκεκριμένα, γύρω από κάθε στοιχειώδες τμήμα του κυκλικού ρευματοφόρου αγωγού, το οποίο μπορεί να θεωρηθεί ευθύγραμμο, η μορφή του πεδίου σε κοντινή απόσταση είναι ίδιο με τη μορφή του πεδίου (ομόκεντροι κύκλοι) γύρω από ευθύγραμμο αγωγό. Σε μεγαλύτερες αποστάσεις οι δυναμικές γραμμές είναι μεν **κλειστές** αλλά **όχι** ομόκεντροι κύκλοι. Στα πλαίσια αυτού του βιβλίου θα ασχοληθούμε με το μαγνητικό πεδίο που εκτείνεται σε επίπεδο κάθετο στο επίπεδο του κυκλικού αγωγού το οποίο διέρχεται από το κέντρο του κυκλικού αγωγού. Άρα, το επίπεδο αυτό θα περιέχει τον άξονα συμμετρίας xx΄ του αγωγού που είναι κάθετος στο επίπεδό του και διέρχεται από το κέντρο (Κ) του αγωγού. (σχήμα 7).



Σχήμα 7

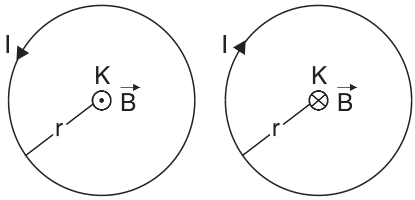
Η ένταση $\vec{B}$ του μαγνητικού πεδίου στο κέντρο **Κ** του κυκλικού αγωγού, ο οποίος έχει ακτίνα **r**, έχει **διεύθυνση** κάθετη στο επίπεδο του αγωγού και διέρχεται από το κέντρο του. Η **φορά** της έντασης καθορίζεται με τον κανόνα του δεξιού χεριού. Σύμφωνα μ' αυτόν, τοποθετούμε **τα δάχτυλα του δεξιού χεριού** ώστε να “αγκαλιάζουν” τον κυκλικό αγωγό δείχνοντας **τη φορά της έντασης I** του ρεύματος που διαρρέει τον αγωγό. Τότε **ο αντίχειρας,** τεντωμένος, δείχνει **τη φορά της έντασης $\vec{B}$** (σχήμα 7).

Το μέτρο B της έντασης του μαγνητικού πεδίου στο **κέντρο K** του κυκλικού αγωγού, ακτίνας **r**, ο οποίος διαρρέεται από ρεύμα έντασης **I** αποδεικνύεται ότι δίνεται από τη σχέση:

$$\mathbf{B = K_\mu \frac{2\pi I}{r}} \qquad \textbf{(7)} \qquad \textbf{ή} \qquad \mathbf{B = \frac{\mu_0 I}{2r}} \qquad \textbf{(8)}$$

$$\textbf{όπου } \mathbf{K_\mu = 10^{-7}\,\frac{N}{A^2} = 10^{-7}\,\frac{T\cdot m}{A}} \quad \textbf{και} \quad \mathbf{\mu_0 = 4\pi\cdot 10^{-7}\,\frac{N}{A^2} = 4\pi\cdot 10^{-7}\,\frac{T\cdot m}{A}}$$

Ένας άλλος τρόπος απεικόνισης της έντασης $\vec{B}$ στο κέντρο κυκλικού ρευματοφόρου αγωγού, εκτός από αυτόν του σχήματος 7, είναι αυτός που φαίνεται στο σχήμα 8.



Σχήμα 8

Ένταση $\vec{B}$ μαγνητικού πεδίου στο κέντρο K κυκλικού ρευματοφόρου αγωγού.

ΠΑΡΑΤΗΡΗΣΗ

Αν, αντί για έναν, διαθέτουμε N ομοεπίπεδους και ομόκεντρους κυκλικούς ρευματοφόρους αγωγούς ίδιας ακτίνας r τότε η ένταση $\vec{B}$ του μαγνητικού πεδίου των αγωγών στο κοινό τους κέντρο K, ισούται με το διανυσματικό άθροισμα των εντάσεων $\vec{B}_1$, $\vec{B}_2$, ... στο σημείο K, εξαιτίας του κάθε αγωγού. Δηλαδή:

$$\vec{B} = \vec{B}_1 + \vec{B}_2 + \dots \vec{B}_N \qquad (9) \qquad \text{(Αρχή επαλληλίας)}$$

α. *Αν οι N κυκλικοί αγωγοί διαρρέονται από ρεύματα ίδιας φοράς με εντάσεις I_1, I_2, ..., I_N αντίστοιχα τότε οι εντάσεις $\vec{B}_1$, $\vec{B}_2$, ..., $\vec{B}_N$ εκτός από ίδια διεύθυνση έχουν και ίδια φορά. Οπότε για το μέτρο της έντασης (B) από τη σχέση (4), προκύπτει:*

$$B = B_1 + B_2 + \dots + B_N \Rightarrow B = K_\mu \frac{2\pi I_1}{r} + K_\mu \frac{2\pi I_2}{r} + \dots + K_\mu \frac{2\pi I_N}{r} \qquad (10)$$

β. *Αν επιπλέον ισχύει $I_1 = I_2 = \dots = I_N = I$ τότε από τη σχέση (10) για το μέτρο της έντασης (B).*

$$B = \underbrace{K_\mu \frac{2\pi I_1}{r} + K_\mu \frac{2\pi I_2}{r} + ... + K_\mu \frac{2\pi I_N}{r}}_{\text{N προσθετέοι}} \Rightarrow B = NK_\mu \frac{2\pi I}{r} \qquad (11)$$

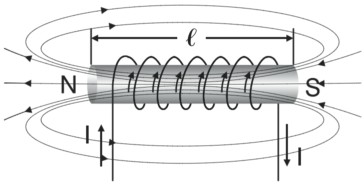
γ. *Αν οι εντάσεις των ρευμάτων I_1, I_2, ..., I_N δεν έχουν όλες την ίδια φορά τότε, ορίζουμε στην κοινή διεύθυνση του $\vec{B}_1$, $\vec{B}_2$, ..., $\vec{B}_N$ μία φορά ως θετική και η σχέση (10) για το μέτρο της έντασης (B) γίνεται:*

$$B = \left| \pm B_1 \pm B_2 \pm ... \pm B_N \right| = \left| \pm K_\mu \frac{2\pi I_1}{r} \pm K_\mu \frac{2\pi I_2}{r} \pm ... \pm K_\mu \frac{2\pi I_N}{r} \right| \qquad (12)$$

Το (+) στη σχέση (12) μπαίνει αν το αντίστοιχο διάνυσμα από $\vec{B}_1$, $\vec{B}_2$, ..., $\vec{B}_N$ έχει τη θετική φορά και το (–) αν έχει την αρνητική φορά. Αν η αλγεβρική τιμή του $\vec{B}_1$, η οποία προκύπτει από τη σχέση (12) χωρίς το απόλυτο, είναι θετική τότε το διάνυσμα $\vec{B}_1$, έχει τη θετική φορά ενώ αν είναι αρνητική, έχει την αρνητική φορά.

γ. Μαγνητικό πεδίο σωληνοειδούς

Αν ένα μεταλλικό αγωγό τον τυλίξουμε με τη μορφή σπειρών (όπως ένα ελατήριο) τότε θα δημιουργήσουμε ένα σωληνοειδές. Ένα σωληνοειδές το οποίο διαρρέεται από ρεύμα, δημιουργεί γύρω του, αλλά και στο εσωτερικό του, μαγνητικό πεδίο (σχήμα 9), ίδιας μορφής με το μαγνητικό πεδίο ενός ραβδόμορφου μαγνήτη (σχήμα 2α). Οι δυναμικές γραμμές του πεδίου είναι κλειστές και στο εξωτερικό του σωληνοειδούς έχουν φορά από το βόρειο προς το νότιο μαγνητικό πόλο, οι οποίοι εμφανίζονται στα άκρα του σωληνοειδούς, ενώ στο εσωτερικό του σωληνοειδούς έχουν φορά από το νότιο προς το βόρειο μαγνητικό πόλο.



Μαγνητικό πεδίο σωληνοειδούς
Σχήμα 9

Στο εσωτερικό του σωληνοειδούς το πεδίο είναι ομογενές με τις δυναμικές γραμμές να είναι παράλληλες προς τον άξονα του σωληνοειδούς. Η ένταση $\vec{B}$ του μαγνητικού πεδίου στο εσωτερικό του σωληνοειδούς έχει διεύθυνση παράλληλη στον άξονα του σωληνοειδούς και φορά που καθορίζεται με τον κανόνα του δεξιού χεριού. Σύμφωνα μ’ αυτόν, τοποθετούμε **τα δάχτυλα του δεξιού χεριού** ώστε να “αγκαλιάζουν” τις σπείρες του σωληνοειδούς δείχνοντας **τη φορά της έ-**

ντασης I του ρεύματος που τις διαρρέει. Τότε ο δείκτης, τεντωμένος, δείχνει τη φορά της έντασης $\vec{B}$ (σχήμα 9), και συγχρόνως το βόρειο μαγνητικό πόλο.

Το μέτρο B της έντασης του μαγνητικού πεδίου στο κέντρο του σωληνοειδούς, αλλά κατά προσέγγιση και σε κοντινά προς το κέντρο εσωτερικά σημεία του σωληνοειδούς, αποδεικνύεται ότι δίνεται από τη σχέση:

$$B = K_\mu\, 4\pi \frac{N}{\ell} I \tag{13}$$

$$\text{ή} \qquad B = \mu_0 \frac{N}{\ell} I \tag{14}$$

όπου, N το πλήθος των σπειρών, ℓ το μήκος του σωληνοειδούς, I η ένταση του ρεύματος που το διαρρέει,

$$K_\mu = 10^{-7} \frac{N}{A^2} = 10^{-7} \frac{T \cdot m}{A} \qquad \text{και}$$

$$\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \frac{N}{A^2} = 4\pi \cdot 10^{-7} \frac{T \cdot m}{A}$$

Το πηλίκο $\frac{N}{\ell} = n$ εκφράζει τον αριθμό των σπειρών ανά μονάδα μήκους του σωληνοειδούς, οπότε οι σχέσεις (13) και (14) γίνονται αντίστοιχα:

$$B = K_\mu 4\pi n I \ \ (15) \ \ \text{ή} \ \ B = \mu_0 n I \ \ (16).$$

Τέλος, αποδεικνύεται ότι το μέτρο B_1 της έντασης του μαγνητικού πεδίου στα άκρα του σωληνοειδούς είναι ίσο με το μισό του μέτρου της έντασης του μαγνητικού πεδίου στο κέντρο του σωληνοειδούς. Δηλαδή ισχύει:

$$B_1 = \frac{1}{2} K_\mu\, 4\pi \frac{N}{\ell} I \Rightarrow B_1 = K_\mu\, 2\pi \frac{N}{\ell} I \tag{17}$$

ή

$$B_1 = \frac{1}{2} \mu_0 \frac{N}{\ell} I \tag{18}$$

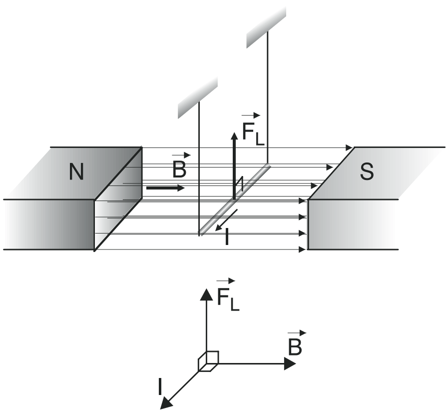
3.3.3. Ηλεκτρομαγνητική Δυναμη

α. Δύναμη σε ρευματοφόρο αγωγό από ομογενές μαγνητικό πεδίο

Στο κεφάλαιο 3.2 του παρόντος βιβλίου, στην ενότητα “πείραμα του Oersted – Το ηλεκτρικό ρεύμα παράγει μαγνητικό πεδίο” αναφέρθηκε ότι ένας ευθύγραμμος ρευματοφόρος αγωγός που βρίσκεται μέσα σε ομογενές μαγνητικό πεδίο, δέχεται από το πεδίο μια (ηλεκτρομαγνητική) δύναμη $\vec{F}$ (σχήμα 4). Η ηλεκτρομαγνητική αυτή δύναμη ονομάζεται δύναμη Laplace και συμβολίζεται με $\vec{F}_L$. Αποδεικνύεται πειραματικά ο ακόλουθος νόμος που είναι γνωστός ως νόμος του Laplace.

“Το μέτρο F_L της δύναμης Laplace είναι ανάλογο:

- **με το μέτρο B της έντασης του ομογενούς μαγνητικού πεδίου στο οποίο βρίσκεται ο αγωγός,**
- **με την ένταση I του ρεύματος που διαρρέει τον αγωγό**
- **με το μήκος ℓ του κομματιού του αγωγού, που βρίσκεται μέσα στο μαγνητικό πεδίο.**
- **με το ημίτονο (ημφ) της γωνίας φ που σχηματίζει ο αγωγός με τη διεύθυνση της ένταση $\vec{B}$ του μαγνητικού πεδίου. Δηλαδή,**
  $F_L = B \cdot I \cdot \ell \cdot ημφ$ (19)



Ηλεκτρομαγνητική δύναμη Laplace σε ευθύγραμμο ρευματοφόρο αγωγό
Σχήμα 10

- **η διεύθυνση της δύναμης Laplace είναι κάθετη στο επίπεδο που ορίζεται από τον αγωγό και τη διεύθυνση της έντασης του πεδίου,**
- **η φορά της καθορίζεται με τον κανόνα των τριών δακτύλων του δεξιού χεριού και**
- **το σημείο εφαρμογής είναι το μέσο, του κομματιού του αγωγού που βρίσκεται μέσα στο μαγνητικό πεδίο”**

Σύμφωνα με τον κανόνα των τριών δακτύλων, φέρουμε **τα τρία δάχτυλα του δεξιού χεριού (αντίχειρας, δείκτης, μέσος)** έτσι ώστε, ανά δύο, να είναι κάθετα μεταξύ τους και τα τοποθετούμε ώστε **ο αντίχειρας να δείχνει τη φορά της έντασης I** του ρεύματος που διαρρέει τον αγωγό και **ο δείκτης τη φορά της έντασης $\vec{B}$ του μαγνητικού πεδίου.** Τότε **ο μέσος δείχνει τη φορά της δύναμης**

Laplace $\vec{F}_L$. Εκτός από τον κανόνα των τριών δακτύλων του δεξιού χεριού υπάρχει και η μέθοδος της δεξιάς παλάμης για τον καθορισμό της φοράς της δύναμης Laplace.

Σύμφωνα με τη μέθοδο αυτή **τοποθετούμε ενωμένα και τεντωμένα τα τέσσερα δάχτυλα της παλάμης του δεξιού χεριού** ώστε να δείχνουν **τη φορά της έντασης $\vec{B}$ του μαγνητικού πεδίου** και **ο αντίχειρας να δείχνει τεντωμένος τη φορά της έντασης I** του ρεύματος που διαρρέει τον αγωγό. Τότε **η φορά της δύναμης Laplace είναι από το εξωτερικό προς το εσωτερικό μέρος της παλάμης.**

ΠΡΟΣΟΧΗ: Αν ο αγωγός σχηματίζει με την ένταση $\vec{B}$ γωνία $\varphi \neq 0$ και $\varphi \neq 90^\circ$ τότε αναλύουμε την ένταση $\vec{B}$ σε δύο συνιστώσες $\vec{B}_\Pi$ και $\vec{B}_K$ από τις οποίες η συνιστώσα $\vec{B}_\Pi$ είναι παράλληλη στον αγωγό και η $\vec{B}_K$, κάθετη στον αγωγό.

Στην εφαρμογή του κανόνα των τριών δαχτύλων και της μεθόδου της δεξιάς παλάμης χρησιμοποιούμε τη συνιστώσα $\vec{B}_K$ που είναι κάθετη στον αγωγό.

Χρησιμοποιώντας τη σχέση

$$F_L = BI\ell\eta\mu\varphi$$

διακρίνουμε τις εξής περιπτώσεις:

1. αν $\varphi = 0^\circ$ δηλαδή ο αγωγός είναι παράλληλος στις δυναμικές γραμμές, τότε

$$F_L = BI\ell\eta\mu 0 \Rightarrow F_L = BI\ell 0 \Rightarrow F_L = 0,$$

οπότε ο αγωγός δεν δέχεται δύναμη από το πεδίο.

2. αν $\varphi = 90^\circ$ δηλαδή ο αγωγός είναι κάθετος στις δυναμικές γραμμές, τότε

$$F_L = BI\ell\eta\mu 90^\circ \Rightarrow F_L = B \cdot I \cdot \ell \cdot 0 \Rightarrow F_L = BI\ell, \quad (20)$$

οπότε ο αγωγός δέχεται τη μέγιστη δύναμη από το πεδίο (αφού το ημφ παίρνει τη μέγιστη τιμή του που είναι το 1).

β. Ορισμός έντασης ομογενούς μαγνητικού πεδίου με τη βοήθεια του νόμου του Laplace

Από τη σχέση $F_L = BI\ell\eta\mu\varphi$ και για την περίπτωση που ο αγωγός είναι κάθετος στις δυναμικές γραμμές του πεδίου προκύπτει η σχέση $F_L = BI\ell$. Με τη βοήθεια της σχέσης αυτής μπορούμε να δώσουμε, για την ένταση ενός ομογενούς μαγνητικού πεδίου, τον εξής ορισμό:

Ένταση B ενός ομογενούς μαγνητικού πεδίου ονομάζεται το φυσικό διανυσματικό μέγεθος που έχει:

- **μέτρο, ίσο με το πηλίκο, του μέτρου F_L της δύναμης Laplace που δέχεται ευθύγραμμος ρευματοφόρος αγωγός, ο οποίος είναι κάθετος στις δυναμικές γραμμές του πεδίου, προς το γινόμενο $I \cdot \ell$, όπου I η ένταση τιου ρεύματος που διαρρέει τον αγωγό και ℓ το μήκος του τμήματος του αγωγού που βρίσκεται μέσα στο μαγνητικό πεδίο.**

  Δηλαδή,
  $$B = \frac{F_L}{I \cdot \ell} \qquad (20)$$
- **διεύθυνση, κάθετη στο επίπεδο που ορίζεται από τη διεύθυνση της δύναμης Laplace και τον αγωγό και**
- **φορά που καθορίζεται από τον κανόνα των τριών δαχτύλων του δεξιού χεριού.**

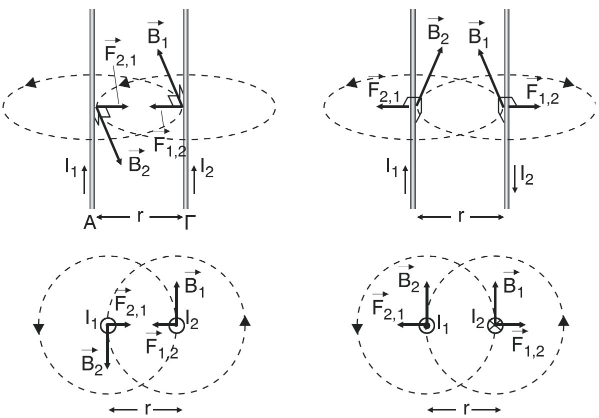
Με τη βοήθεια της σχέσης $B = \frac{F_L}{I \cdot \ell}$ μπορούμε να ορίσουμε το 1 Tesla (1T) που είναι η μονάδα έντασης μαγνητικού πεδίου στο S.I., ως εξής:

1 Tesla είναι η ένταση ενός ομογενούς μαγνητικού πεδίου το οποίο ασκεί δύναμη Laplace 1 N σε τμήμα ευθύγραμμου αγωγού μήκους 1 m που διαρρέεται από ρεύμα έντασης 1 A και βρίσκεται μέσα στο πεδίο κάθετα στις δυναμικές γραμμές του. Δηλαδή,

$$1\ T = 1\ \frac{N}{A \cdot m}$$

γ. Δύναμη μεταξύ ευθύγραμμων παράλληλων ρευματοφόρων αγωγών

Έστω δύο ευθύγραμμοι αγωγοί μεγάλου μήκους (σχήμα 11) Α και Γ, διαρρέονται από ομόρροπα ρεύματα έντασης I_1 και I_2 αντίστοιχα και είναι παράλληλοι μεταξύ τους απέχοντας ο ένας από τον άλλο απόστασης r. Σε όλα τα σημεία γύρω από τον αγωγό Α που απέχουν από αυτόν απόσταση r, η ένταση $\vec{B}_1$ του μαγνητικού πεδίου του



Σχήμα 11

αγωγού αυτού, είναι ίδια και έχει όπως γνωρίζουμε, μέτρο

$$B_1 = K_\mu \frac{2I_1}{r} \qquad (22)$$

Άρα, σε τμήμα μήκους ℓ του αγωγού Γ, σύμφωνα με το νόμο του Laplace, θα ασκηθεί, από το πεδίο του αγωγού Α, δύναμη Laplace μέτρου

$$F_{12} = B_1 \cdot I_2 \cdot \ell \overset{(22)}{\Rightarrow} F_{12} = K_\mu \frac{2I_1I_2}{r}\ell \qquad (23).$$

Η διεύθυνση της δύναμης $\vec{F}_{12}$ είναι κάθετη στον αγωγό Γ και βρίσκεται στο ίδιο επίπεδο που ορίζουν οι δύο αγωγοί ενώ η φορά της φαίνεται στο σχήμα 11 όπως προκύπτει από τον κανόνα των τριών δακτύλων του δεξιού χεριού.

Ομοίως, σε όλα τα σημεία γύρω από τον αγωγό Γ που απέχουν από αυτόν απόσταση r, η ένταση $\vec{B}_2$ του μαγνητικού πεδίου του αγωγού αυτού, είναι ίδια και έχει μέτρο

$$B_2 = K_\mu \frac{2I_2}{r} \qquad (24)$$

Άρα, σε τμήμα μήκος ℓ του αγωγού Α θα ασκηθεί από το πεδίο του αγωγού Γ, δύναμη Laplace, μέτρου

$$F_{21} = B_2 \cdot I_2 \cdot \ell \overset{(24)}{\Rightarrow} F_{21} = K_\mu \frac{2I_1I_2}{r}\ell \qquad (25).$$

Η διεύθυνση της δύναμης $\vec{F}_{21}$ είναι κάθετη στον αγωγό Γ, βρίσκεται στο επίπεδο που ορίζουν οι δύο αγωγοί και επομένως είναι ίδια με τη διεύθυνση της δύναμης $\vec{F}_{12}$. Η φορά της δύναμης $\vec{F}_{21}$ είναι αντίθετη από τη φορά της δύναμης $\vec{F}_{12}$ ενώ από τις σχέσεις (23) και (25) προκύπτει ότι οι δύο δυνάμεις έχουν ίσα μέτρα ($F_{12} = F_{21}$). Δηλαδή οι δυνάμεις $\vec{F}_{12}$ και $\vec{F}_{21}$ είναι αντίθετες ($\vec{F}_{12} = -\vec{F}_{21}$) κάτι που περιμέναμε άλλωστε σύμφωνα με το νόμο "δράσης - αντίδρασης".

Στην περίπτωση που εξετάσαμε τα ρεύματα που διέρρεαν του δύο παράλληλους αγωγούς ήταν **ομόρροπα** και είχαμε ως αποτέλεσμα η δύναμη μεταξύ των δύο αγωγών Α και Γ να είναι **ελκτική.** Αν τα ρεύματα που διαρρέουν τους δύο παράλληλους αγωγούς γίνουν **αντίρροπα** τότε η δύναμη μεταξύ των δύο αγωγών θα γίνει **απωστική.** Δηλαδή, **τα ομόρροπα ρεύματα έλκονται ενώ τα αντίρροπα απωθούνται.**

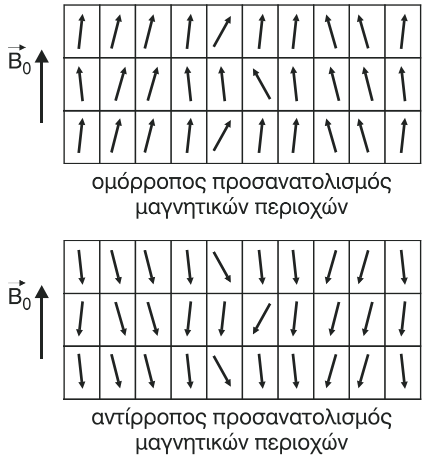
Με τη βοήθεια της σχέση $F = K_\mu \frac{2I_1I_2}{r}\ell$ που μας δίνει το μέτρο της δύναμης μεταξύ δύο παράλληλων ρευματοφόρων αγωγών, μπορούμε να ορίσουμε τη μονάδα μέτρησης της έντασης του ρεύματος στο S.I. Η μονάδα αυτή, όπως γνωρίζουμε, είναι το 1 Ampere (1 A) και μπορεί να οριστεί ως εξής:

1 A είναι η ένταση του σταθερού ηλεκτρικού ρεύματος που όταν διαρρέει δύο ευθύγραμμους παράλληλους αγωγούς απείρου μήκους, οι οποίοι βρίσκονται στο κενό (ή τον αέρα) και απέχουν μεταξύ τους απόσταση r = 1 m έχει ως αποτέλεσμα ο ένας αγωγός να ασκεί σε μήκος ℓ = 1 m του άλλου αγωγού, δύναμη μέτρου $F = 2 \cdot 10^{-7}$ N.

3.3.4. Η ΥΛΗ ΜΕΣΑ ΣΤΟ ΜΑΓΝΗΤΙΚΟ ΠΕΔΙΟ

Έχει παρατηρηθεί ότι αν στο χώρο όπου υπάρχει μαγνητικό πεδίο, έστω ομογενές, έντασης $\vec{B}_0$ προσθέσουμε κάποιο υλικό τότε η ένταση του μαγνητικού πεδίου μεταβάλλεται και γίνεται $\vec{B}$. Το πηλίκο του μέτρου B της έντασης του μαγνητικού πεδίου μετά την προσθήκη του υλικού προς το μέτρο B_0 της έντασης, του μαγνητικού πεδίου στο κενό ή τον αέρα ονομάζεται (σχετική) μαγνητική διαπερατότητα μ του υλικού.

Δηλαδή $\mu = \dfrac{B}{B_0}$ (26)



Σχήμα 12

Η μεταβολή στην ένταση του μαγνητικού πεδίου μετά την προσθήκη του υλικού οφείλεται στον προσανατολισμό των μαγνητικών περιοχών στο εσωτερικό του υλικού όταν αυτό βρεθεί μέσα στο μαγνητικό πεδίο.

Αν οι μαγνητικές περιοχές προσανατολίζονται ομόρροπα ή σχεδόν ομόρροπα με την ένταση $\vec{B}_0$ του μαγνητικού πεδίου, τότε έχουμε αύξηση στην ένταση του πεδίου με αποτέλεσμα η νέα ένταση $\vec{B}$ του πεδίου να έχει μέτρο $B > B_0$. Δηλαδή στο ήδη υπάρχον πεδίο προστίθεται και το μαγνητικό πεδίο του υλικού.

Αν οι μαγνητικές περιοχές προσανατολίζονται αντίρροπα ή σχεδόν αντίρροπα με την ένταση $\vec{B}_0$ του μαγνητικού πεδίου, τότε έχουμε μείωση στην ένταση του πεδίου με αποτέλεσμα η νέα ένταση $\vec{B}$ του πεδίου να έχει μέτρο $B < B_0$.

Από τη σχέση $\mu = \dfrac{B}{B_0}$ προκύπτει ότι η μαγνητική διαπερατότητα ενός υλικού, ως πηλίκο ομοειδών μεγεθών, είναι καθαρός αριθμός.

- Αν η μαγνητική διαπερατότητα ενός υλικού είναι πολύ μεγαλύτερη της μονάδας ($\mu >> 1$) τότε προκύπτει ότι

$$\frac{B}{B_0} >> 1 \Rightarrow B >> B_0.$$

Τα υλικά μ’ αυτήν την ιδιότητα ονομάζονται **σιδηρομαγνητικά** και η προσθήκη τους σε κάποιο μαγνητικό πεδίο, αυξάνει πάρα πολύ την ένταση του πεδίου. Τέτοια υλικά είναι κυρίως ο σίδηρος (Fe), το κοβάλτιο (Co), το νικέλιο (Ni) και ορισμένα κράματα αυτών. Πρέπει να τονίσουμε ότι η τιμή της μαγνητικής διαπερατότητας των σιδηρομαγνητικών υλικών εξαρτάται από την τιμή B_0 της έντασης του μαγνητικού πεδίου που προκάλεσε τη μαγνήτισή τους. Επίσης, τα σιδηρομαγνητικά υλικά χάνουν τις μαγνητικές τους ιδιότητες αν η θερμοκρασία τους ξεπεράσει κάποια τιμή, όπως έχουμε αναφέρει (κεφ. 3.3.1), που ονομάζεται **θερμοκρασία Curie.**

Αν η μαγνητική διαπερατότητα ενός υλικού είναι λίγο μεγαλύτερη της μονάδας ($\mu > 1$) τότε προκύπτει ότι

$$\frac{B}{B_0} > 1 \Rightarrow B > B_0.$$

Τα υλικά μ’ αυτήν την ιδιότητα ονομάζονται **παραμαγνητικά** και η προσθήκη τους σε κάποιο μαγνητικό πεδίο αυξάνει λίγο την ένταση του πεδίου. Τέτοια υλικά είναι κυρίως το αργίλιο (Al), το χρώμιο (Cr), ο λευκόχρυσος (Pt) καθώς επίσης και το υγρό ή στερεό οξυγόνο (O_2).

- Αν η μαγνητική διαπερατότητα ενός υλικού είναι μικρότερη της μονάδας ($\mu < 1$) τότε προκύπτει ότι

$$\frac{B}{B_0} < 1 \Rightarrow B < B_0.$$

Τα υλικά μ’ αυτή την ιδιότητα ονομάζονται **διαμαγνητικά** και η προσθήκη τους σε κάποιο μαγνητικό πεδίο μειώνει την ένταση του πεδίου. Τέτοια υλικά είναι κυρίως το βισμούθιο (Bi), ο άνθρακας (C), ο χαλκός (Cu) και το νερό (H_2O).

Αν, για παράδειγμα, στο εσωτερικό ενός σωληνοειδούς που διαρρέεται από ρεύμα η ένταση του μαγνητικού πεδίου έχει μέτρο $B_0 = K_\mu 4\pi \frac{N}{\ell} I$, μετά την προσθήκη κάποιου υλικού με μαγνητική διαπερατότητα μ, η ένταση του μαγνητικού πεδίου θα έχει μέτρο $B = \mu B_0 \Rightarrow B = \mu K_\mu 4\pi \frac{N}{\ell} I$ (27)

- Η (σχετική) μαγνητική διαπερατότητα του κενού ή του αέρα είναι ίση με ένα ($\mu = 1$)

3.3.5. Εφαρμογες Ηλεκτρομαγνητικων Δυναμεων

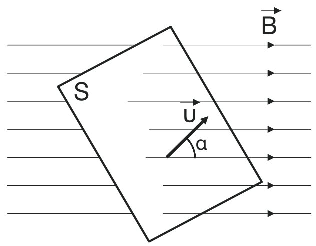
Η άσκηση ηλεκτρομαγνητικών δυνάμεων Laplace σε ρευματοφόρους αγωγούς από μαγνητικά πεδία βρίσκει πολλές εφαρμογές στη λειτουργία συσκευών, οργάνων και διατάξεων όπως:

- στους ηλεκτρικούς κινητήρες (αυτοκινήτων, ηλεκτρικών συσκευών κ.λπ.)
- στα βολτόμετρα και τα αμπερόμετρα
- στα όργανα που περιέχουν στρεφόμενο μεταλλικό πλαίσιο.

3.3.6. Ηλεκτρομαγνητικη Επαγωγη

α. Μαγνητική ροή

Ας υποθέσουμε ότι μια επίπεδη επιφάνεια εμβαδού **S** βρίσκεται μέσα σε μαγνητικό πεδίο έντασης $\vec{B}$, και ένα διάνυσμα $\vec{u}$ είναι κάθετο στην επιφάνεια σχηματίζοντας με την ένταση του πεδίου γωνία, έστω, **α.** Τότε:



Μαγνητική ροή μέσα από επίπεδη επιφάνεια
Σχήμα 12

> **Μαγνητική ροή Φ που διέρχεται μέσα από μια επίπεδη επιφάνεια ονομάζεται το μονόμετρο φυσικό μέγεθος που ισούται με το γινόμενο, του μέτρου B της έντασης του μαγνητικού πεδίου, στο οποίο βρίσκεται η επιφάνεια επί το εμβαδό S της επιφάνειας επί το συνημίτονο της γωνίας α που σχηματίζει το κάθετο διάνυσμα $\vec{u}$ στην επιφάνεια, με την ένταση του μαγνητικού πεδίου. Δηλαδή:**
>
> $$\Phi = B \cdot S\sigma\upsilon\nu\alpha \qquad (27)$$

Για την τιμή της μαγνητικής ροής διακρίνουμε τις παρακάτω περιπτώσεις για διάφορες τιμές της γωνίας α.

- αν $\alpha = 0^\circ$, δηλαδή η επιφάνεια είναι κάθετη στις δυναμικές γραμμές, τότε $\Phi = B \cdot S \cdot \sigma\upsilon\nu 0 \Rightarrow \Phi = B \cdot S \cdot 1 \Rightarrow \Phi = BS = max$ (μέγιστη).
- αν $\alpha = 90^\circ$ ή $\alpha = 270^\circ$, δηλαδή η επιφάνεια είναι παράλληλη στις δυναμικές γραμμές, τότε $(\Phi = B \cdot S \cdot \sigma\upsilon\nu 90$ ή $\Phi = B \cdot S \cdot \sigma\upsilon\nu 270) \Rightarrow \Phi = B \cdot S \cdot 0 \Rightarrow \Phi = 0$
- αν $\alpha = 180^\circ$ δηλαδή η επιφάνεια είναι κάθετη στις δυναμικές γραμμές, τότε $\Phi = B \cdot S \cdot \sigma\upsilon\nu 180 \Rightarrow \Phi = B \cdot S \cdot (-1) \Rightarrow \Phi = B \cdot S = min$ (ελάχιστη)

ΠΑΡΑΤΗΡΗΣΗ

1. *Η γωνία που σχηματίζει το διάνυσμα $\vec{u}$, που είναι κάθετο στην επιφάνεια, με την ένταση $\vec{B}$ του πεδίου μετριέται με αρχή το διάνυσμα $\vec{B}$ και θετική φορά διαγραφής την αντίθετη από τη φορά περιστροφής των δεικτών του ρολογιού.*

2. *Αν $0 < α < 90^\circ$ τότε συνα > 0 και $Φ = B \cdot Sσυνα > 0$*

Αν $90^\circ < α < 270^\circ$ τότε συνα < 0 και $Φ = B \cdot Sσυνα < 0$

Αν $270^\circ < α < 360^\circ$ τότε συνα > 0 και $Φ = B \cdot Sσυνα > 0$

3. *Η τιμή της μαγνητικής ροής κυμαίνεται από – BS έως BS ($-B \cdot S \leq Φ \leq B \cdot S$), όμως χωρίς να λάβουμε υπόψην μας το πρόσημο (δηλαδή κατ' απόλυτη τιμή) ισχύει $0 \leq |Φ| \leq B \cdot S$*

4. *Η μαγνητική ροή εκφράζει το πλήθος των δυναμικών γραμμών που διέρχονται μέσα από μια επιφάνεια.*

Από τη σχέση F = BS (αν $α = 0^\circ$) μπορούμε να ορίσουμε τη μονάδα μέτρησης της μαγνητικής ροής στο S.I., που είναι το 1 Weber (1 Wb) ως εξής:

1 Wb είναι η μαγνητική ροή που διέρχεται μέσα από μία επίπεδη επιφάνεια εμβαδού 1 m² η οποία βρίσκεται μέσα σε ομογενές μαγνητικό πεδίο έντασης 1 T κάθετα στις δυναμικές γραμμές του πεδίου. Δηλαδή

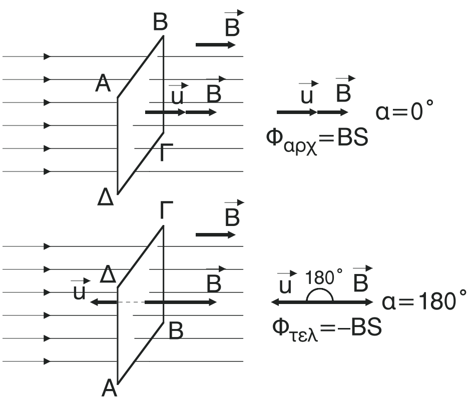
$$1\ \text{Wb} = 1\ \text{T} \cdot \text{m}^2 \qquad (28)$$

ΠΡΟΣΟΧΗ

Στο διπλανό σχήμα 14 η μαγνητική ροή που διέρχεται αρχικά μέσα από την επίπεδη επιφάνεια ΑΒΓΔ είναι $Φ_{αρχ}=BS$. Αν η επιφάνεια στραφεί κατά 180° γύρω από τον άξονα ψψ΄ τότε η μαγνητική ροή που διέρχεται τελικά από την επιφάνεια γίνεται $Φ_{τελ} = -BS$.

($Φ_{αρχ} = BSσυν0 \Rightarrow Φ_{αρχ} = BS$ ενώ

$Φ_{τελ} = BSσυν180 \Rightarrow Φ_{τελ} = -BS$



Σχήμα 14

Από τη σχέση $\Phi = BS\sigma\upsilon\nu\alpha$ βγάζουμε το συμπέρασμα ότι η μαγνητική ροή Φ που διέρχεται από μία επιφάνεια θα μεταβάλλεται αν μεταβάλλεται το μέτρο B της έντασης του μαγνητικού πεδίου ή το εμβαδό S της επιφάνειας ή η γωνία α που σχηματίζουν το διάνυσμα $\vec{u}$ που είναι κάθετο στην επιφάνεια με την ένταση $\vec{B}$.

β. Μεταβολή της μαγνητικής ροής - Ρυθμός μεταβολής της μαγνητικής ροής (η ταχύτητα μεταβολής της μαγνητικής ροής)

Έστω ένα μονόμετρο μέγεθος M έχει κάποια χρονική στιγμή t_1 τιμή ίση με M_1 και μεταβάλλεται αποκτώντας τη χρονική στιγμή t_2 τιμή ίση με M_2. Τότε, ως μεταβολή ΔΜ του μεγέθους ονομάζουμε τη διαφορά της αρχικής από την τελική τιμή. Δηλαδή,

$$\Delta M = M_2 - M_1 \qquad (29)$$

Αν το μέγεθος είναι διανυσματικό τότε η μεταβολή του μεγέθους είναι επίσης διανυσματικό μέγεθος και ισχύει:

$$\Delta\vec{M} = \vec{M}_2 - \vec{M}_1 = \vec{M}_2 + (-\vec{M}_1) \qquad (30)$$

Δηλαδή για να υπολογίσουμε τη μεταβολή $\Delta\vec{M}$ ενός διανυσματικού μεγέθους πρέπει στο τελικό διάνυσμα $\vec{M}_2$ να προσθέσουμε το αντίθετο διάνυσμα του αρχικού διανύσματος $\vec{M}_1$, δηλαδή το $-\vec{M}_1$.

Αντίστοιχα για τη μεταβολή ΔΦ της μαγνητικής ροής, η οποία είναι μονόμετρο μέγεθος, θα έχουμε

$$\Delta\Phi = \Phi_2 - \Phi_1 \qquad (31)$$

όπου Φ_1, Φ_2 η αρχική και τελική τιμή, αντίστοιχα, της μαγνητικής ροής.

Επίσης, το πηλίκο της μεταβολής του μεγέθους ΔΜ (η $\Delta\vec{M}$ αν είναι διανυσματικό) προς τη χρονική διάρκεια $\Delta t = t_2 - t_1$ στην οποία έχει συμβεί αυτή η μεταβολή, δηλαδή το πηλίκο $\frac{\Delta M}{\Delta t}$ $\left(ή\ \frac{\Delta\vec{M}}{\Delta t}\right)$, ονομάζεται **μέσος ρυθμός μεταβολής** του μεγέθους M (ή $\vec{M}$).

Το όριο προς το οποίο τείνει το πηλίκο $\frac{\Delta M}{\Delta t}$ $\left(ή\ \frac{\Delta\vec{M}}{\Delta t}\right)$, όταν το Δt τείνει στο μηδέν (δηλαδή η χρονική διάρκεια Δt τείνει να γίνει χρονική στιγμή) ονομάζεται **στιγμιαίος ρυθμός μεταβολής του μεγέθους και συμβολίζεται με $\frac{dM}{dt}$ $\left(ή\ \frac{d\vec{M}}{dt}\right)$.**

Αν ο στιγμιαίος ρυθμός μεταβολής είναι σταθερός

$$\left(\frac{dM}{dt} = \text{σταθερό} \;\; \text{ή} \;\; \frac{d\vec{M}}{dt} = \text{σταθερό}\right)$$

τότε ισούται με το μέσο ρυθμό μεταβολής. Δηλαδή.

$$\text{Αν } \frac{dM}{dt} = \text{σταθερό τότε } \frac{dM}{dt} = \frac{\Delta M}{\Delta t} \;\; \text{ή} \;\; \left(\text{αν } \frac{d\vec{M}}{dt} = \text{σταθερό τότε } \frac{d\vec{M}}{dt} = \frac{\Delta\vec{M}}{\Delta t}\right)$$

Αντίστοιχα για το μέσο και στιγμιαίο ρυθμό της μεταβολής της μαγνητικής ροής θα ισχύει:

$$\text{Αν } \frac{d\Phi}{dt} = \text{σταθερό τότε } \frac{d\Phi}{dt} = \frac{\Delta\Phi}{\Delta t}$$

Η μονάδα μέτρησης του ρυθμού μεταβολής της μαγνητικής ροής, στο S.I. είναι το $1\,\frac{Wb}{s}$ το οποίο, όμως θα δούμε στη συνέχεια, είναι ίσο με 1 Volt $\left(1\,\frac{Wb}{s} = 1\,V\right)$.

γ. Υπολογισμός του μέσου και του στιγμιαίου ρυθμού μεταβολής της μαγνητικής ροής.

Ο μέσος ρυθμός μεταβολής $\frac{\Delta\Phi}{\Delta t}$ της μαγνητικής ροής αναφέρεται σε κάποια χρονική διάρκεια Δt μεταξύ μιας αρχικής χρονικής στιγμή t_1 και μιας τελικής χρονικής στιγμής $t_2 = t_1 + \Delta t$ στις οποίες η μαγνητική ροή έχει τιμή Φ_1 και Φ_2 αντίστοιχα.

Έτσι έχουμε: $$\frac{\Delta\Phi}{\Delta t} = \frac{\Phi_2 - \Phi_1}{t_2 - t_1} \qquad (32)$$

Ο στιγμιαίος ρυθμός μεταβολής $\frac{d\Phi}{dt}$ της μαγνητικής ροής αναφέρεται σε κάποια χρονική διάρκεια Δt, η οποία τείνει στο μηδέν $(\Delta t \to 0)$ και συμβολίζεται με dt, μεταξύ μιας αρχικής χρονικής στιγμής $t_1 = t$ και μιας τελικής χρονικής στιγμής $t_2 = t_1 + dt = t + dt$ στις οποίες η μαγνητική ροή έχει τιμή Φ_1 και Φ_2 αντίστοιχα. Όπως είναι φανερό, επειδή η χρονική διάρκεια dt τείνει στο μηδέν, οι χρονικές στιγμές $t_1 = t$ και $t_2 = t + dt$ είναι πάρα πολύ κοντά η μία στην άλλη ώστε τελικά ο ρυθμός $\frac{d\Phi}{dt}$ να αναφέρονται στη χρονική στιγμή t.

Πρέπει να τονίσουμε ότι στη γλώσσα των μαθηματικών ο στιγμιαίος ρυθμός $\frac{d\Phi}{dt}$ δεν είναι τίποτε άλλο παρά η πρώτη παράγωγος του Φ ως προς t. Όμως, η χρήση της παραγώγου είναι έξω από τις γνώσεις των μαθητών αυτής της τάξης.

΄Ετσι για τον υπολογισμό του στιγμιαίου ρυθμού $\frac{d\Phi}{dt}$, διακρίνουμε τις παρακάτω περιπτώσεις με βάση τη μορφή της χρονικής εξίσωσης της μαγνητικής ροής, δηλαδή της εξίσωσης της μαγνητικής ροής σε συνάρτηση με το χρόνο.

1η περίπτωση: Αν **Φ = 0,** τότε,

$$\frac{d\Phi}{dt} = \frac{\Phi_2 - \Phi_1}{dt} = \frac{0-0}{dt} \Rightarrow \boxed{\frac{d\Phi}{dt} = 0}$$

2η περίπτωση: Αν **Φ = C ≠ 0, όπου C μια σταθερή τιμή,** τότε,

$$\frac{d\Phi}{dt} = \frac{\Phi_2 - \Phi_1}{dt} = \frac{C-C}{dt} = 0 \Rightarrow \boxed{\frac{d\Phi}{dt} = 0}$$

3η περίπτωση: Αν **Φ = αt + β,** όπου α, β σταθερές με α ≠ 0, τότε

$$\frac{d\Phi}{dt} = \frac{\Phi_2 - \Phi_1}{dt} = \frac{\alpha t_2 + \beta - (\alpha t_1 + \beta)}{dt} = \frac{\alpha t_2 + \beta - \alpha t_1 - \beta}{dt} =$$

$$= \frac{\alpha t_2 - \alpha t_1}{dt} = \frac{\alpha(t_2 - t_1)}{dt} = \frac{\alpha dt}{dt} = \alpha \Rightarrow \boxed{\frac{d\Phi}{dt} = \alpha}$$

Αν είναι α > 0 η μαγνητική ροή Φ θα αυξάνεται ενώ
αν είναι α < 0 η μαγνητική ροή Φ θα μειώνεται.

β΄ τρόπος

Από τα μαθηματικά γνωρίζουμε ότι το πηλίκο $\frac{d\Phi}{dt}$ ισούται με την κλίση της καμπύλης της γραφικής παράστάσης του Φ σε συνάρτηση με το t για τις διάφορες τιμές του t. Όταν Φ = αt + β η γραφική παράσταση είναι ευθεία και η κλίση της ισούται με το συντελεστή διεύθυνσης της ευθείας που είναι το α.

Άρα $\boxed{\frac{d\Phi}{dt} = \alpha}$. Είναι φανερό ότι, αφού η ευθεία έχει σταθερή κλίση και ο ρυθμός $\frac{d\Phi}{dt}$ θα είναι σταθερός, κάτι που αποδείχτηκε αφού είναι ίσος με α.

4η περίπτωση: Αν **Φ = αt όπου α = σταθ. με α ≠ 0,** τότε:
όπως και στην 3η περίπτωση για β = 0 προκύπτει είτε με τον α΄ τρόπο είτε με τον β΄ τρόπο ότι $\frac{d\Phi}{dt} = \alpha$.

5η περίπτωση: Αν **$\Phi = \alpha t^2 + \beta t + \gamma$ όπου α, β, γ με $\alpha \neq 0$,** τότε:

$$\frac{d\Phi}{dt} = \frac{\Phi_2 - \Phi_1}{dt} = \frac{\alpha t_2^2 + \beta t_2 + \gamma - (\alpha t_1^2 + \beta t_1 + \gamma)}{dt} =$$

$$= \frac{\alpha t_2^2 + \beta t_2 + \gamma - \alpha t_1^2 - \beta t_1 - \gamma}{dt} = \frac{\alpha(t_2^2 - t_1^2) + \beta(t_2 - t_1)}{dt} =$$

$$= \frac{\alpha(t_2 - t_1)\,(t_2 - t_1) + \beta(t_2 - t_1)}{dt} = \frac{\alpha(t_2 - t_1)\,(t_2 + t_1)}{dt} + \frac{\beta(t_2 - t_1)}{dt} =$$

$$= \frac{\alpha dt(t_2 + t_1)}{dt} + \frac{\beta dt}{dt} = \alpha(t_2 + t_1) + \beta \Rightarrow \frac{d\Phi}{dt} = \alpha(t_2 + t_1) + \beta.$$

Όμως, όπως αναφέραμε είναι $t_1 = t$ και $t_2 = t + dt$.

Άρα $\frac{d\Phi}{dt} = \alpha\,(t + dt + t) + \beta = \alpha(2t + dt) + \beta \Rightarrow \frac{d\Phi}{dt} = \alpha(2t + dt) + \beta.$

Επειδή $dt \to 0$ καταλήγουμε ότι

$$\frac{d\Phi}{dt} = \alpha \cdot 2t + \beta \Rightarrow \boxed{\frac{d\Phi}{dt} = 2\alpha t + \beta}$$

Δηλαδή στην περίπτωση αυτή ο στιγμιαίος ρυθμός δεν είναι σταθερός αλλά διαφορετικός για κάθε χρονική στιγμή t.

6η περίπτωση: Αν η μαγνητική ροή **Φ** είναι τριτοβάθμια, τεταρτοβάθμια κ.λπ. συνάρτηση του χρόνου **t**, τότε ο υπολογισμός του στιγμιαίου ρυθμού $\frac{d\Phi}{dt}$ γίνονται **μόνο** με τη χρήση παραγώγων.

ΠΑΡΑΤΗΡΗΣΗ

Στις περιπτώσεις 1, 2, 3, 4 που ο στιγμιαίος ρυθμός $\frac{d\Phi}{dt}$ είναι σταθερός θα ισούται, όπως αναφέραμε και με το μέσο ρυθμό $\frac{\Delta\Phi}{\Delta t}$ για οποιαδήποτε χρονική διάρκεια Δt, στην οποία εννοείται είναι $\frac{d\Phi}{dt}$ = σταθερό.

δ. Φαινόμενο ηλεκτρομαγνητικής επαγωγής - Ηλεκτρεγερτική δύναμη ($E_{\varepsilon\pi}$) από επαγωγή - Νόμος της επαγωγής ή νόμος του Faraday

Μετά τα πειράματα του Oersted, από τα οποία προέκυψε το συμπέρασμα ότι το ηλεκτρικό ρεύμα δημιουργεί μαγνητικό πεδίο, δημιουργήθηκε η ιδέα αν μπορεί να συμβεί και το αντίστροφο φαινόμενο, δηλαδή, αν το μαγνητικό πεδίο μπορεί να δημιουργήσει ηλεκτρικό ρεύμα.

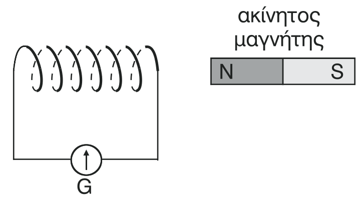
Αυτός που ασχολήθηκε, κυρίως με την επαλήθευση της παραπάνω ιδέας ήταν ο Άγγλος Michael Faraday, ο οποίος πραγματοποίησε μια σειρά πειραμάτων για το σκοπό αυτό, και ονόμασε το φαινόμενο της δημιουργίας ηλεκτρικού ρεύματος από μαγνητικό πεδίο ως ηλεκτρομαγνητική επαγωγή ή απλά επαγωγή. Ειδικότερα:

Ηλεκτρομαγνητική επαγωγή ή απλά επαγωγή ονομάζεται το φαινόμενο κατά το οποίο σ' ένα κύκλωμα αναπτύσσεται ηλεκτρεγερτική δύναμη από επαγωγή κάθε φορά που μεταβάλλεται η μαγνητική ροή που διέρχεται μέσα απ' αυτό και διαρκεί τόσο, όσο διαρκεί και η μεταβολή της μαγνητικής ροής.

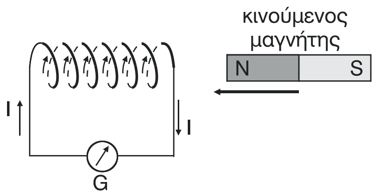
Ας δούμε μερικά από τα πειράματα του Faraday που αναφέρονται στο φαινόμενο της ηλεκτρομαγνητικής επαγωγής:

Έστω κύκλωμα το οποίο περιλαμβάνει ένα πηνίο (σωληνοειδές) συνδεδεμένο με ένα γαλβανόμετρο (G).

Το γαλβανόμετρο μπορεί να μετράει πολύ μικρά ρεύματα. Η ένδειξη του γαλβανομέτρου αρχικά είναι μηδέν που σημαίνει ότι το πηνίο δεν διαρρέεται από ρεύμα.

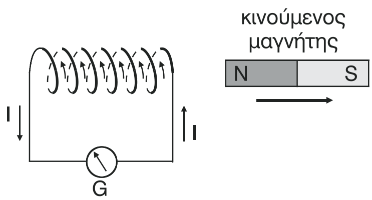


ένδειξη οργάνου μηδενική

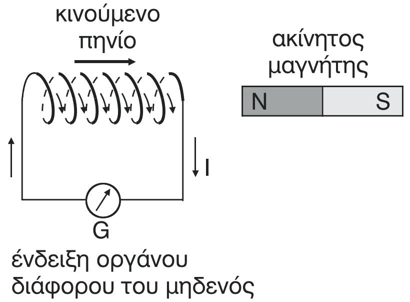


ένδειξη οργάνου διάφορη του μηδενός

- Αν δίπλα στο πηνίο τοποθετήσουμε, πάνω στον άξονα του πηνίου ένα ραβδόμορφου μαγνήτη και τον διατηρήσουμε ακίνητο θα δούμε ότι η ένδειξη του γαλβανομέτρου είναι πάλι μηδενική, όσο ο μαγνήτης είναι ακίνητος.



ένδειξη οργάνου διάφορου του μηδενός και απόκλιση του δείκτη προς την αντίθετη κατεύθυνση



- Πλησιάζουμε το μαγνήτη προς το πηνίο και παρατηρούμε ότι ο δείκτης του γαλβανομέτρου αποκλίνει δείχνοντας ένδειξη. Άρα, το κύκλωμα διαρρέεται από ρεύμα. Η αιτία όμως του ρεύματος είναι διαφορά δυναμικού. Ακινητοποιώντας το μαγνήτη παρατηρούμε πάλι ότι η ένδειξη του οργάνου μηδενίζεται. Επομένως, όσο διαρκεί η κίνηση του μαγνήτη στο κύκλωμα δημιουργείται κάποια διαφορά δυναμικού την οποία ονομάζουμε ηλεκτρεγερτική δύναμη από επαγωγή ($E_{επ}$), ή τάση από επαγωγή.

- Μετακινούμε πάλι το μαγνήτη απομακρύνοντάς τον τώρα από το πηνίο και παρατηρούμε ότι ο δείκτης του γαλβανομέτρου αποκλίνει προς την αντίθετη κατεύθυνση. Άρα, το ρεύμα έχει αποκτήσει αντίθετη φορά που σημαίνει ότι και η τάση από επαγωγή που αναπτύχθηκε στο κύκλωμα έχει αντίθετη πολικότητα σε σχέση με την προηγούμενη.

- Μετακινούμε το μαγνήτη πλησιάζοντάς τον ή απομακρύνοντάς από το πηνίο αλλά με μεγαλύτερη ταχύτητα απ’ ότι προηγουμένως και παρατηρούμε ότι η ένδειξη του οργάνου είναι τώρα πιο μεγάλη. Άρα, αυξήθηκε η ένταση του ρεύματος που διαρρέει το κύκλωμα οπότε θα έχει αυξηθεί και η τάση από επαγωγή που αναπτύχθηκε στο κύκλωμα.

- Κρατάμε ακίνητο το μαγνήτη και μετακινούμε τώρα το πηνίο. Παρατηρούμε ότι το γαλβανόμετρο δείχνει πάλι ένδειξη η οποία μεγαλώνει αν η μετακίνηση του πηνίου γίνει πιο γρήγορα.

- Μετακινούμε και το μαγνήτη και το πηνίο προς την ίδια κατεύθυνση και με την ίδια ταχύτητα και παρατηρούμε ότι η ένδειξη του γαλβανομέτρου είναι μηδενική.

- Εμφάνιση επαγωγικής τάσης παρατηρούμε επίσης αν αντί για μαγνήτη χρησιμοποιούμε ένα δεύτερο πηνίο που διαρρέεται από ρεύμα, και ακολουθούμε την ίδια διαδικασία όπως και με τον μαγνήτη.

- Αν στο αρχικό κύκλωμα προσθέσουμε μια πηγή συνεχούς τάσης και ένα ροοστάτη ώστε να μεταβάλλεται η ένταση του ρεύματος που διαρρέει το πηνίο, άρα και η ένταση του μαγνητικού πεδίου στο εσωτερικό του πηνίου θα παρατηρήσουμε στα άκρα του πηνίου ότι εμφανίζεται κάποια επαγωγική τάση όσο διαρκεί η μεταβολή της έντασης του ρεύματος.

Από τα συμπεράσματα των προηγούμενων πειραμάτων καταλήγουμε στις παρακάτω διαπιστώσεις και συμπεράσματα.

1. Επειδή το πηνίο βρίσκεται μέσα στο μαγνητικό πεδίο του μαγνήτη θα διέρχονται από τις σπείρες του κάποιες δυναμικές γραμμές και επομένως κάποια **μαγνητική ροή.**

2. Όταν ο μαγνήτης είναι ακίνητος, το μαγνητικό πεδίο στο οποίο βρίσκεται το επίσης ακίνητο πηνίο, είναι χρονικά σταθερό και η μαγνητική ροή που διέρχεται από τις σπείρες του πηνίου είναι και αυτή **χρονικά σταθερή.** Στην περίπτωση αυτή δεν αναπτύσσεται τάση από επαγωγή στο πηνίο. Άρα, όταν από το πηνίο διέρχεται χρονικά σταθερή μαγνητική ροή, δεν εμφανίζεται στο πηνίο επαγωγική τάση.

3. Όταν ο μαγνήτης κινείται ως προς το πηνίο (πλησιάζει ή απομακρύνεται από αυτό), το μαγνητικό πεδίο στο οποίο βρίσκεται το πηνίο μεταβάλλεται σε συνάρτηση με το χρόνο και η μαγνητική ροή που διέρχεται από τις σπείρες του πηνίου επίσης μεταβάλλεται. Στην περίπτωση αυτή στα άκρα του πηνίου αναπτύσσεται τάση από επαγωγή. Άρα η μεταβολή της μαγνητικής ροής που διέρχεται από το πηνίο δημιουργεί σ' αυτό τάση από επαγωγή.

4. Όταν η μετακίνηση του μαγνήτη είναι πιο γρήγορη η μεταβολή της μαγνητικής ροής που διέρχεται από τις σπείρες του πηνίου είναι επίσης πιο γρήγορη. Στην περίπτωση αυτή η επαγωγική τάση έχει μεγαλύτερη τιμή. Άρα η τιμή της επαγωγικής τάσης είναι ανάλογη με το ρυθμό (ταχύτητα) μεταβολής $\frac{d\Phi}{dt}$ της μαγνητικής ροής που διέρχεται από το πηνίο.

Τα παραπάνω συμπεράσματα περιέχονται γενικευμένα στον νόμο της επαγωγής ή νόμο του Faraday ο οποίος διατυπώνεται ως εξής: **Η ηλεκτρεγερτική δύναμη $E_{\varepsilon\pi}$ από επαγωγή που αναπτύσσεται σε κάποιο κύκλωμα είναι ανάλογη με το ρυθμό μεταβολής $\frac{d\Phi}{dt}$ της μαγνητικής ροής που διέρχεται από το κύκλωμα. Δηλαδή:**

$$E_{\varepsilon\pi} = -\frac{d\Phi}{dt} \qquad (33)$$

Το πρόσημο (–) στη σχέση (33) εκφράζει τον **κανόνα του Lenz** στον οποίο θα αναφερθούμε πιο κάτω.

Όταν ψάχνουμε την επαγωγική τάση που αναπτύσσεται σε μια χρονική διάρκεια και όχι σε μια χρονική στιγμή δηλαδή την μέση τιμή της επαγωγικής τάσης θα χρησιμοποιούμε το μέσο ρυθμό μεταβολής της μαγνητικής ροής και θα γράφουμε:

$$E_{\varepsilon\pi} = -\frac{\Delta\Phi}{\Delta t} \quad (34).$$

Εννοείται ότι αν η μαγνητική ροή μεταβάλλεται με σταθερό ρυθμό, δηλαδή

$$\frac{d\Phi}{dt} = \text{σταθερό},$$

θα ισχύει

$$E_{\varepsilon\pi} = -\frac{d\Phi}{dt} = -\frac{\Delta\Phi}{\Delta t}.$$

Όταν θα πρέπει να κάνουμε τη γραφική παράσταση της επαγωγική τάσης σε συνάρτηση με το χρόνο, τότε θα χρησιμοποιούμε τη σχέση (33)

$$E_{\varepsilon\pi} = -\frac{d\Phi}{dt}$$

που μας δίνει την επαγωγική τάση στις διάφορες χρονικές στιγμές.

Όταν θέλουμε να υπολογίσουμε το μέτρο της επαγωγικής τάσης χωρίς να μα ενδιαφέρει η πολικότητα τότε θα γράφουμε:

$$E_{\varepsilon\pi} = \frac{|d\Phi|}{dt} \quad (35) \quad \text{ή} \quad E_{\varepsilon\pi} = \frac{|\Delta\Phi|}{\Delta t} \quad (36)$$

ανάλογα με το αν ζητάμε τη στιγμιαία ή τη μέση επαγωγική τάση αντίστοιχα. Ειδικότερα, όταν θέλουμε να υπολογίσουμε την επαγωγική τάση, στιγμιαία ή μέση, που αναπτύσσεται σ' ένα πηνίο με Ν σπείρες, εκτός από τη σχέση

$$E_{\varepsilon\pi} = -\frac{d\Phi}{dt} \left(\text{ή } E_{\varepsilon\pi} = -\frac{\Delta\Phi}{\Delta t}\right)$$

μπορούμε να χρησιμοποιήσουμε και τη σχέση

$$E_{\varepsilon\pi} = -N\frac{d\Phi_\Sigma}{dt} \quad (37) \quad \text{ή} \quad E_{\varepsilon\pi} = -N\frac{\Delta\Phi_\Sigma}{\Delta t} \quad (38),$$

όπου Φ_Σ η μαγνητική ροή που διέρχεται από κάθε σπείρα του πηνίου. Η μαγνητική ροή Φ που διέρχεται από ολόκληρο το πηνίο είναι $\Phi = N \cdot \Phi_\Sigma$.

Από τη σχέση (35) προκύπτει ότι το 1 Volt που είναι μονάδα της επαγωγικής τάσης στο S.I. ισούται με $\frac{1\ \text{Wb}}{\text{s}}$.

Δηλαδή $1\ \text{V} = 1\ \frac{\text{Wb}}{\text{S}}$ (39).

Από τη σχέση (34) προκύπτει και ο παρακάτω δεύτερος ορισμός για την μονάδα μέτρησης της μαγνητικής ροής στο S.I. που είναι το 1 Wb, ως εξής:

1 Wb είναι η μαγνητική ροή η οποία όταν διέρχεται από ένα κύκλωμα και μειώνεται, με σταθερό ρυθμό, μέχρι που μηδενίζεται μέσα σε χρόνο 1 s, στο κύκλωμα αναπτύσσει ηλεκτρεγερτική δύναμη από επαγωγή ίση με 1 V. Δηλαδή:

$$1\ \mathrm{Wb} = 1\ \mathrm{V} \cdot \mathrm{s} \qquad (40)$$

ε. Κανόνας του Lenz

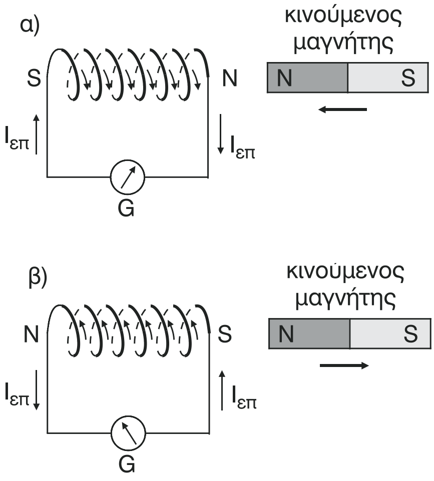
Ο κανόνας του Lenz, όπως θα δούμε στη συνέχεια, αποτελεί άμεση συνέπεια μιας γενικότερης αρχής, **της αρχής διατήρησης της ενέργειας,** και διατυπώνεται ως εξής:

“Το επαγωγικό ρεύμα έχει τέτοια φορά ώστε, το ίδιο ή τ’ αποτελέσματά του, να αντιστέκεται στην αιτία που το δημιούργησε”.

Ας δούμε πώς εφαρμόζεται ο κανόνας του Lenz σε κάποια από τα πειράματα του Faraday που εξετάσαμε στην προηγούμενη ενότητα.

Καθώς πλησιάζουμε (ή απομακρύνουμε) το μαγνήτη προς το πηνίο μεταβάλλεται η μαγνητική ροή που διέρχεται από τις σπείρες του. Έτσι στα άκρα του πηνίου αναπτύσσεται ΗΕΔ από επαγωγή $E_{επ}$ και αφού το κύκλωμα είναι κλειστό θα έχουμε δημιουργία επαγωγικού ρεύματος $I_{επ}$.

Το επαγωγικό ρεύμα δημιουργεί με τη σειρά του μαγνητικό πεδίο στο πηνίο. Σύμφωνα με τον κανόνα του Lenz, η φορά του επαγωγικού ρεύματος είναι τέτοια ώστε το μαγνητικό πεδίο του πηνίου να αντιστέκεται στην αιτία που το δημιούργησε. Έτσι:



Σχήμα 16

1. όταν ο μαγνήτης πλησιάζει προς το πηνίο, στο άκρο του πηνίου που είναι κοντά στο μαγνήτη, εμφανίζεται βόρειος μαγνητικός πόλος ώστε να αντιστέκεται στο πλησίασμα του μαγνήτη που ήταν η αιτία της δημιουργίας του επαγωγικού ρεύματος και του μαγνητικού πεδίου στο πηνίο. Στη συνέχεια με τον κανόνα του δεξιού χεριού προσδιορίζουμε τη φορά του επαγωγικού ρεύματος (σχήμα 16α.)

2. όταν ο μαγνήτης απομακρύνεται από το πηνίο, στο άκρο του πηνίου που είναι κοντά στο μαγνήτη, εμφανίζεται τώρα νότιος μαγνητικός πόλος ώστε να αντιστέκεται στην απομάκρυνση του μαγνήτη η οποία δημιούργησε το επαγωγικό ρεύμα και το μαγνητικό πεδίο στο πηνίο (σχήμα 16β.).

Αν δεν ίσχυε ο κανόνας του Lenz και η φορά του επαγωγικού ρεύματος ήταν η αντίθετη τότε, κατά το πλησίασμα του μαγνήτη, στο άκρο του πηνίου που είναι κοντά στο μαγνήτη θα εμφανιζόταν νότιος μαγνητικός πόλος. Έτσι ο μαγνήτης θα ελκόταν από το πηνίο, η ταχύτητά του και άρα και η κινητική του ενέργεια θα αυξανόταν, χωρίς να χρειάζεται να δαπανήσουμε ενέργεια για τη μετακίνησή του. Δηλαδή, θα είχαμε παραγωγή ενέργειας από το μηδέν, κάτι που θα παραβίαζε την αρχή διατήρησης της ενέργειας.

Αντίστοιχα, κατά την απομάκρυνση του μαγνήτη, αν δεν ίσχυε ο κανόνας του Lenz, στο άκρο του πηνίου που είναι κοντά στο μαγνήτη θα εμφανιζόταν βόρειος μαγνητικός πόλος που θα απωθούσε το μαγνήτη αυξάνοντάς του πάλι την ταχύτητα και άρα την κινητική του ενέργεια. Έτσι θα είχαμε πάλι παραβίαση της αρχής διατήρησης της ενέργειας.

στ. Υπολογισμός του επαγωγικού ρεύματος - Υπολογισμός του επαγωγικού φορτίου (Νόμος του Neuman)

Ας υποθέσουμε ότι σ’ ένα κύκλωμα που εμφανίζει ωμική αν΄τισταση R αναπτύσσεται, λόγω επαγωγής ΗΕΔ $E_{επ}$ με $E_{επ} = \frac{|d\Phi|}{dt}$. Τότε η ένταση $I_{επ}$ του επαγωγικού ρεύματος από το νόμο του Ohm θα είναι:

$$I_{επ} = \frac{E_{επ}}{R} \Rightarrow I_{επ} = \frac{\frac{|d\Phi|}{dt}}{R} \Rightarrow \boxed{\mathbf{I_{επ} = \frac{1}{R}\frac{|d\Phi|}{dt}}} \quad (41)$$

Η σχέση (41) μας δίνει **τη στιγμιαία ένταση του επαγωγικού ρεύματος.** Αν η επαγωγική τάση αναφέρεται σε μία χρονική διάρκεια θα είναι:

$$E_{επ} = \frac{|\Delta\Phi|}{\Delta t} \text{ και } \frac{E_{επ}}{R} \Rightarrow I_{επ} = \frac{\frac{|\Delta\Phi|}{\Delta t}}{R} \Rightarrow \boxed{\mathbf{I_{επ} = \frac{1}{R}\frac{|\Delta\Phi|}{\Delta t}}} \quad (42)$$

Η σχέση (42) μας δίνει **τη μέση τιμή του επαγωγικού ρεύματος.**

Έστω Q το φορτίο από επαγωγή που διέρχεται από μια διατομή ενός αγωγού του κυκλώματος εξαιτίας του επαγωγικού ρεύματος $I_{επ}$ που τον διαρρέει, μέσα σε χρόνο Δt στην οποία η μαγνητική ροή μεταβάλλεται κατά ΔΦ. Θα ισχύει:

$$I_{επ} = \frac{Q}{\Delta t} \overset{(42)}{\Rightarrow} \frac{1}{R}\frac{|\Delta\Phi|}{\Delta t} = \frac{Q}{\Delta t} \Rightarrow \boxed{\mathbf{Q = \frac{|\Delta\Phi|}{R}}} \quad (43)$$

Με τη βοήθεια της σχέσης (43) προκύπτει ο νόμος του Neuman ο οποίος διατυπώνεται ως εξής:

Το ηλεκτρικό φορτίο που μετακινείται σ' ένα κύκλωμα, όταν μεταβάλλεται η μαγνητική ροή που διέρχεται από αυτό, δεν εξαρτάται από τη χρονική διάρκεια στην οποία συμβαίνει η μεταβολή της μαγνητικής ροής.

ΠΑΡΑΤΗΡΗΣΗ

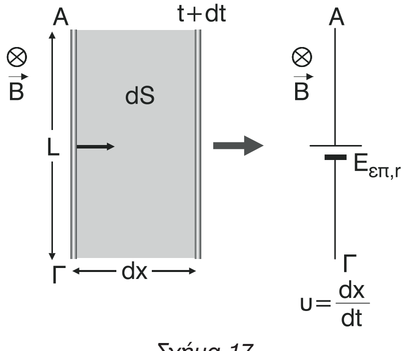
Όταν θέλουμε να κάνουμε τη γραφική παράσταση του επαγωγικού ρεύματος σε συνάρτηση με το χρόνο θα χρησιμοποιούμε τγ σχέση $I_{επ} = -\frac{1}{R}\frac{d\Phi}{dt}$ *(44) η οποία μας δίνει την τιμή του ρεύματος στις διάφορες χρονικές στιγμές, και αφού περιέχει και το πρόσημο (–), λόγω του κανόνα του Lenz, θα προκύπτει και η αλλαγή της φοράς του όταν κάτι τέτοιο θα συμβαίνει.*

Η σχέση (44) προκύπτει ως εξής:

$$\left.\begin{array}{l} I_{επ} = \dfrac{E_{επ}}{R} \\ E_{επ} = -\dfrac{d\Phi}{dt} \end{array}\right| \Rightarrow I_{επ} = \frac{-\dfrac{d\Phi}{dt}}{R} \Rightarrow I_{επ} = -\frac{1}{R}\frac{d\Phi}{dt}$$

στ. Μεταφορική κίνηση μεταλλικής ράβδου μέσα σε ομογενές μαγνητικό πεδίο

Έστω μεταλλική ράβδος ΑΓ έχει μήκος L (σχήμα 17) εκτελεί μεταφορική κίνηση μέσα σε ομογενές μαγνητικό πεδίο έντασης $\vec{B}$ (ένα στερεό σώμα εκτελεί μεταφορική κίνηση όταν όλα τα σημεία του σώματος έχουν κάθε στιγμή την ίδια ταχύτητα, κατά μέτρο και κατεύθυνση). Αναφερόμαστε στην περίπτωση που είναι $\vec{B} \perp L$, $\vec{u} \perp L$ και $\vec{B} \perp \vec{u}$. Αν τη χρονική στιγμή t η ταχύτητα της ράβδου έχει μέτρο **u**, τότε μέσα σε στιοιχειώδη χρόνο **dt** διανύει στοιχειώδη μετατόπιση **dx** διαγράφοντας στοιχειώδη επιφάνεια εμβαδού **dS = L · dx.** Έτσι, με την πάραδο του χρόνου η επιφάνεια που διαγράφει η ράβδος αυξάνεται με αποτέλεσμα να αυξάνεται και η μαγνητική ροή που διέρχεται



Σχήμα 17

μέσα από τη διαγραφόμενη επιφάνεια. Η αύξηση **dΦ** της μαγνητικής ροής μέσα στο στοιχειώδη χρόνο **dt**, είναι **$d\Phi = B \cdot ds$.**

Έτσι στη ράβδο αναπτύσσεται ΗΕΔ από επαγωγή, μέτρου

$$E_{\varepsilon\pi} = \frac{|d\Phi|}{dt} \overset{d\varphi>0}{=\!=\!=} \frac{d\Phi}{dt} = \frac{B \cdot ds}{dt} = \frac{B \cdot Ldx}{dt} \overset{\frac{dx}{dt}=\upsilon}{\Longrightarrow} \boxed{E_{\varepsilon\pi} = B\upsilon L} \qquad (45)$$

Αν το μέτρο υ της ταχύτητας της ράβδου είναι σταθερό και το μέτρο $E_{\varepsilon\pi}$ της επαγωγικής ΗΕΔ, θα είναι σταθερό. Αν το μέτρο υ της ταχύτητας της ράβδου μεταβάλλεται, και το μέτρο της επαγωγικής ΗΕΔ επίσης θα μεταβάλλεται. Η ράβδος λοιπόν θα συμπεριφέρεται σαν μια “υποθετική” πηγή με ΗΕΔ ίση με $E_{\varepsilon\pi}$ και εσωτερική αντίσταση την ωμική αντίσταση έστω r που μπορεί να έχει. Η πολική τάση της “υποθετικής” αυτής πηγής θα αντιστοιχεί στη διαφορά δυναμικού μεταξύ του θετικού και του αρνητικού της πόλου.

Πώς προσδιορίζεται όμως η πολικότητα αυτής της “υποθετικής” πηγής; Για το σκοπό αυτό τοποθετούμε τα τρία δάχτυλα του δεξιού χεριού (αντίχειρα, δείκτη, μεσαίο) ανά δύο κάθετα μεταξύ τους έτσι ώστε ο δείκτης να δείχνει την κατεύθυνση της έντασης $\vec{B}$ του μαγνητικού πεδίου και ο αντίχειρας την κατεύθυνση της ταχύτητας $\vec{\upsilon}$ της ράβδου. Τότε, ο μεσαίος θα δείχνει το θετικό πόλο της “υποθετικής” πηγής (σχήμα 17).

Αν, τώρα, συνδέσουμε αγώγιμα τα άκρα της ράβδου θα έχουμε εμφάνιση επαγωγικού ρεύματος και ταυτόχρονα στη ράβδο θα ασκηθεί από το πεδίο δύναμη Laplace.

- Στην περίπτωση που είναι **$\vec{B}$ // L ή $\vec{\upsilon}$ // L ή $\vec{B}$ // $\vec{\upsilon}$,** τότε στη ράβδο δεν αναπτύσσεται επαγωγική ΗΕΔ. Δηλαδή $E_{\varepsilon\pi} = 0$, αφού η τυχόν διαγραφόμενη επιφάνεια δεν τέμνεται από δυναμικές γραμμές.
- Στην περίπτωση που είναι **$\vec{\upsilon}$ // L** και **$\vec{B}$ // $\vec{\upsilon}$,** αλλά η ράβδος σχηματίζει με την ένταση του μαγνητικού πεδίου οξεία γωνία φ, αναλύουμε την ένταση $\vec{B}$ σε δύο συνιστώσες $\vec{B}_\Pi$ και $\vec{B}_K$ όπου **$\vec{B}_\Pi$ // L και $\vec{B}_K \perp$ L.** Τότε η επαγωγική ΗΕΔ δίνεται από τη σχέση

$$\boxed{E_{\varepsilon\pi} = B_L \cdot \upsilon \cdot L}.$$

- Στην περίπτωση που είναι **$\vec{B} \perp$ L** και **$\vec{B} \perp \vec{\upsilon}$** αλλά η ράβδος σχηματίζει με την ταχύτητα οξεία γωνία φ, αναλύουμε την ταχύτητα $\vec{\upsilon}$ σε δύο συνιστώσες **$\vec{\upsilon}_\Pi$ και $\vec{\upsilon}_K$** όπου **$\vec{\upsilon}_\Pi$ // L** και **$\vec{\upsilon}_K \perp$ L.** Τότε η επαγωγική ΗΕΔ δίνεται από τη σχέση **$E_{\varepsilon\pi} = B \cdot \upsilon_K \cdot L$.**

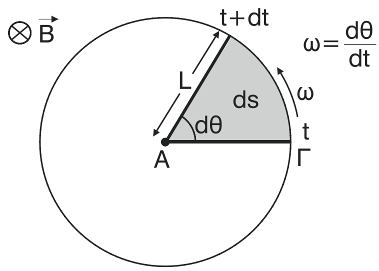
- Στην περίπτωση που είναι $\vec{B} \perp L$ και $\vec{υ} \perp L$ αλλά η ταχύτητα σχηματίζει με τις δυναμικές γραμμές οξεία γωνία φ, αναλύουμε την ταχύτητα $\vec{υ}$ σε δύο συνιστώσες $\vec{υ}_Π$ **και** $\vec{υ}_K$ όπου $\vec{υ}_Π \mathbin{//} \vec{B}$ και $\vec{υ}_K \perp \vec{B}$.

  Τότε η επαγωγική ΗΕΔ δίνεται από τη σχέση $\boxed{E_{επ} = B \cdot υ_K \cdot L}$.

  Μπορούμε αντί για την ταχύτητα, να αναλύσουμε την ένταση $\vec{B}$ σε δύο συνιστώσες $\vec{B}_Π$ και $\vec{B}_K$ όπου $\vec{B}_Π \mathbin{//} \vec{υ}$ και $\vec{B}_K \perp \vec{υ}$. Τότε η επαγωγική ΗΕΔ δίνεται από τη σχέση $\boxed{E_{επ} = B_K \cdot υ \cdot L}$.

ζ. Περιστροφική κίνηση μεταλλικής ράβδου μέσα σε ομογενές μαγνητικό πεδίο

Έστω μεταλλική ράβδος ΑΓ έχει μήκος L (σχήμα 18) και περιστρέφεται μέσα σε ομογενές μαγνητικό πεδίο έντασης $\vec{B}$ γύρω από άξονα που είναι παράλληλος στις δυναμικές γραμμές και διέρχεται από το άκρο Α έτσι ώστε η επιφάνεια που διαγράφει η ράβδος να είναι κάθετη στις δυναμικές γραμμές. Αν τη χρονική στιγμή t η γωνιακή ταχύτητα της ράβδου έχει μέτρο ω, τότε μέσα σε στοιχειώδη χρόνο dt διαγράφει επίκεντρη γωνία dθ και στοιχειώδη κυκλικό τομέα εμβαδού $ds = \frac{L^2 dθ}{2}$. Έτσι με την πάροδο του χρόνου η επιφάνεια που διαγράφει η ράβδος αυξάνεται και η μαγνητική ροή, που διέρχεται μέσα από τη διαγραφόμενη επιφάνεια, αυξάνεται επίσης. Η αύξηση dΦ της μαγνητικής ροής μέσα στο στοιχειώδη χρόνο dt, είναι $dΦ = B \cdot ds$. Έτσι στη ράβδο αναπτύσσεται ΗΕΔ από επαγωγή, μέτρου



Σχήμα 18

$$E_{επ} = \frac{|dΦ|}{dt} \overset{dΦ>0}{=\!=} \frac{dΦ}{dt} = \frac{Bds}{dt} = \frac{1}{2} BL^2 \frac{dθ}{dt} \xrightarrow{\frac{dθ}{dt}=ω} \boxed{E_{επ} = \frac{1}{2} Bω \cdot L^2} \qquad (46)$$

Η σχέση (46) μας δίνει το μέτρο της επαγωγικής ΗΕΔ είτε στην περίπτωση που το μέτρο ω της γωνιακής ταχύτητας είναι σταθερό είτε στην περίπτωση που μεταβάλλεται.

Αν το ω είναι σταθερό και το μέτρο της $E_{επ}$ θα είναι σταθερό ενώ αν το ω μεταβάλλεται και το μέτρο της $E_{επ}$ θα μεταβάλλεται. Η πολικότητα της “υποθετικής” πηγής που εμφανίζεται στη ράβδο προσδιορίζεται όπως και στην περίπτωση της μεταφορικής κίνησης της προηγούμενης ενότητας.

ΕΡΩΤΗΣΕΙΣ ΑΝΟΙΚΤΟΥ – ΚΛΕΙΣΤΟΥ ΤΥΠΟΥ

Ερωτησεισ Πολλαπλησ Επιλογησ

Βάλτε σε κύκλο το γράμμα με τη σωστή απάντηση.

1. **Το μαγνητικό πεδίο:**
   α. δεν μπορεί να παραχθεί από φυσικούς μαγνήτες
   β. παράγεται μόνο από φυσικούς μαγνήτες
   γ. μπορεί να παραχθεί και από φυσικούς μαγνήτες
   δ. μπορεί να παραχθεί και από ακίνητα ηλεκτρικά φορτία

2. **Το μαγνητικό πεδίο ενός ραβδόμορφου μαγνήτη:**
   α. είναι παντού ομογενές
   β. είναι ανομοιογενές στο εξωτερικό του μαγνήτη
   γ. είναι παντού ανομοιογενές
   δ. είναι πιο ισχυρό στην περιοχή κοντά στο μέσο του μαγνήτη

3. **Σ' ένα μαγνήτη που έχει τη μορφή κέρματος:**
   α. ο ένας μαγνητικός πόλος βρίσκεται από τη μία του όψη και ο άλλος από την άλλη του όψη
   β. δεν υπάρχουν μαγνητικοί πόλοι
   γ. οι μαγνητικοί πόλοι βρίσκονται σε δύο απέναντι περιοχές στην περιφέρειά του
   δ. δεν υπάρχει νότιος μαγνητικός πόλος

4. **Ο βόρειος μαγνητικός πόλος μιας μαγνητικής βελόνας:**
   α. αν προσανατολιστεί ελεύθερα δείχνει ακριβώς το κέντρο της γης
   β. αν προσανατολιστεί ελεύθερα δείχνει περίπου το βόρειο γεωγραφικό πόλο εξαιτίας του μαγνητικού πεδίου του ήλιου
   γ. αν προσανατολιστεί ελεύθερα δείχνει ακριβώς το βόρειο γεωγραφικό πόλο
   δ. αν προσανατολιστεί ελεύθερα δείχνει περίπου το βόρειο γεωγραφικό πόλο εξαιτίας του γήινου μαγνητικού πεδίου

5. **Οι μαγνητικές δυναμικές γραμμές:**
   α. ξεκινούν από βόρειους και καταλήγουν σε νότιους μαγνητικούς πόλους
   β. ξεκινούν από νότιους και καταλήγουν σε βόρειους μαγνητικούς πόλους
   γ. είναι πάντα παράλληλες μεταξύ τους
   δ. είναι κλειστές

6. Με το πείραμα του Oersted αποδείχτηκε ότι:

α. το ηλεκτρικό ρεύμα δημιουργεί γύρω του μαγνητικό πεδίο
β. το μαγνητικό πεδίο ασκεί δύναμη σε ρευματοφόρους αγωγούς
γ. ο βόρειος πόλος μιας μαγνητικής βελόνας, δείχνει προς το βορρά
δ. τα ακίνητα ηλεκτρικά φορτία δημιουργούν γύρω τους και ηλεκτρικό και μαγνητικό πεδίο

7. Σε μαγνήτες μπορούν να μετατραπούν:

α. όλα τα μεταλλικά αντικείμενα
β. μόνο τα σιδερένια αντικείμενα
γ. κάποια μεταλλικά αντικείμενα όπως ο σίδηρος
δ. όλα τα σώματα

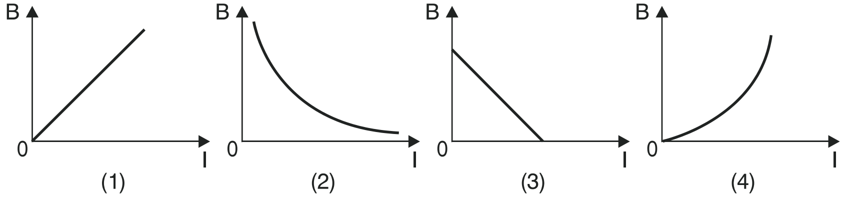
8. Αν φέρουμε σε επαφή ένα σιδερένιο αντικείμενο με το μαγνητικό πόλο ενός μαγνήτη:

α. ο μαγνήτης απομαγνητίζεται
β. το σιδερένιο αντικείμενο απωθείται από το μαγνήτη
γ. το σιδερένιο αντικείμενο μαγνητίζεται
δ. το σιδερένιο αντικείμενο μαγνητίζεται και απωθείται από το μαγνήτη

9. Γύρω από ευθύγραμμο ρευματοφόρο αγωγό άπειρου μήκους:

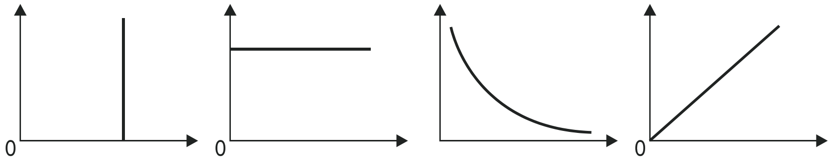
α. δημιουργείται μαγνητικό πεδίο του οποίου οι δυναμικές γραμμές είναι ομόκεντροι κύκλοι
β. δημιουργείται μαγνητικό πεδίο του οποίου οι δυναμικές γραμμές είναι ευθείες παράλληλες στον αγωγό
γ. δεν δημιουργείται μαγνητικό πεδίο
δ. δημιουργείται μαγνητικό πεδίο έντασης ίδιου μέτρου σε όλα τα σημεία του πεδίου

10. Η γραφική παράσταση του μέτρου B της έντασης του μαγνητικού πεδίου γύρω από ευθύγραμμο αγωγό άπειρου μήκους σε σχέση με την ένταση I του ρεύματος που διαρρέει τον αγωγό για σταθερή απόσταση r από αυτόν, είναι η:



α. (1) β. (2) γ. (3) δ. (4)

11. Για τις παρακάτω γραφικές παραστάσεις ισχύει:



(1) (2) (3) (4)

α. η (1) μπορεί να είναι η γραφική παράσταση του μέτρου B της έντασης του μαγνητικού πεδίου ενός ευθύγραμμου αγωγού άπειρου μήκους που διαρρέεται από ρεύμα σταθερής έντασης I, σε σχέση με την ένταση I, για σταθερή απόσταση r από αυτόν.

β. η (3) μπορεί να είναι η γραφική παράσταση του μέτρου B της έντασης του μαγνητικού πεδίου ενός ευθύγραμμου αγωγού άπειρου μήκους, σε σχέση με την ένταση I του ρεύματος που τον διαρρέει, για σταθερή απόσταση r από τον αγωγό.

γ. η (4) μπορεί να είναι η γραφική παράσταση του μέτρου B της έντασης του μαγνητικού πεδίου ενός ευθύγραμμου αγωγού άπειρου μήκους που διαρρέεται από ρεύμα σταθερής έντασης I, σε σχέση με την απόσταση r από τον αγωγό.

δ. η (2) μπορεί να είναι η γραφική παράσταση του μέτρου B της έντασης του μαγνητικού πεδίου ενός ευθύγραμμου ρευματοφόρου αγωγού άπειρου μήκους, σε σχέση με τη μάζα m του αγωγού.

12. Ευθύγραμμος αγωγός άπειρου μήκους δημιουργεί γύρω του μαγνητικό πεδίο. Το γινόμενο B · r του μέτρου B της έντασης του πεδίου επί την απόσταση r από τον αγωγό:

α. αυξάνεται, αν η ένταση I του ρεύματος που διαρρέει τον αγωγό, μειώνεται

β. μεταβάλλεται γραμμικά σε σχέση με την ένταση I του ρεύματος που διαρρέει τον αγωγό

γ. παραμένει σταθερό ανεξάρτητα από την μεταβολή της έντασης I του ρεύματος που διαρρέει τον αγωγό

δ. είναι αντιστρόφως ανάλογο της έντασης I του ρεύματος που διαρρέει τον αγωγό

13. Η σχέση $\frac{B \cdot r}{I} = 2\ K\mu$ αναφέρεται στο μαγνητικό πεδίο:

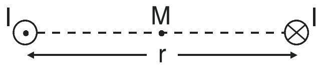
α. ενός πηνίου, στο εσωτερικό του

β. ενός κυκλικού αγωγού, στο κέντρο του

γ. ενός ευθύγραμμου αγωγού

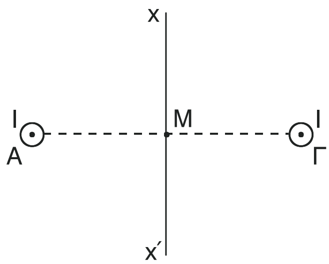
δ. ενός ραβδόμορφου μαγνήτη

14. Στο μέσο Μ της απόστασης r μεταξύ των ευθύγραμμων ρευματοφόρων αγωγών του διπλανού σχήματος, το μέτρο Β της έντασης του μαγνητικού πεδίου, είναι:



α. $B = 2\,K\mu \frac{I}{r}$ β. $B = 8\,K\mu \frac{I}{r}$ γ. $B = 0$ δ. $B = 4\,K\mu \frac{I}{r}$

15. Σε όλα τα σημεία της μεσοκαθέτου xx΄ του τμήματος ΑΓ στο διπλανό σχήμα, η ένταση $\vec{B}$ του μαγνητικού πεδίου:



α. έχει μέτρο ίσο με μηδέν
β. έχει μέτρο διάφορο του μηδενός
γ. έχει διεύθυνση παράλληλη στην ΑΓ και μέτρο διάφορο του μηδενός
δ. έχει διεύθυνση κάθετη στην xx΄ εκτός από ένα σημείο στο οποίο είναι ίση με μηδέν

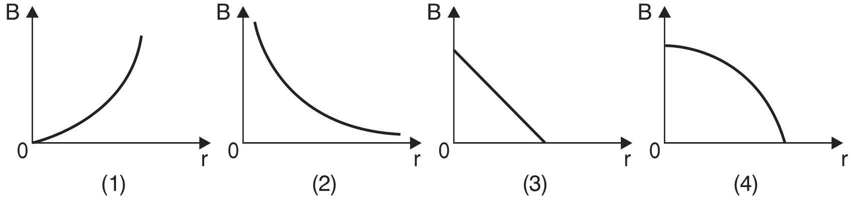
16. Το μαγνητικό πεδίο ενός κυκλικού ρευματοφόρου αγωγού:

α. είναι το ίδιο με το μαγνητικό πεδίο ενός ρευματοφόρου ευθύγραμμου αγωγού
β. είναι το ίδιο με το μαγνητικό πεδίο ενός ραβδόμορφου μαγνήτη
γ. είναι το ίδιο με το μαγνητικό πεδίο ενός πηνίου
δ. είναι ανομοιογενές

17. Η σχέση $B = K\mu \frac{2\pi I}{r}$ δίνει το μέτρο της έντασης του μαγνητικού πεδίου:

α. στο κέντρο ενός κυκλικού ρευματοφόρου αγωγού
β. στην περιφέρεια ενός κυκλικού ρευματοφόρου αγωγού
γ. στο κέντρο ενός σωληνοειδούς
δ. σε απόσταση r από έναν ευθύγραμμο ρευματοφόρο αγωγό άπειρου μήκους

18. Η γραφική παράσταση του μέτρου Β της έντασης του μαγνητικού πεδίου στο κέντρο κυκλικού ρευματοφόρου αγωγού σε σχέση με την ακτίνα του r:



α. είναι η καμπύλη (1) ή η καμπύλη (3)
β. είναι η καμπύλη (3) ή η καμπύλη (4)
γ. είναι η καμπύλη (4) ή η καμπύλη (2)
δ. είναι η καμπύλη (3) και η καμπύλη (2)

19. Στο κέντρο κυκλικού μεταλλικού σύρματος ακτίνας r, που διαρρέεται από ρεύμα έντασης I, η ένταση του μαγνητικού πεδίου έχει μέτρο B. Διπλώνουμε το σύρμα δημιουργώντας δύο όμοια ομόκεντρα κυκλικά σύρματα. Τότε, η ένταση του μαγνητικού πεδίου στο κέντρο των δύο συρμάτων ίση με:

α. 4B β. 2B γ. B δ. $\frac{B}{2}$

20. Κυκλικό μεταλλικό σύρμα αντίστασης R συνδέεται στους πόλους πηγής με ΗΕΔ και εσωτερική αντίσταση r = 0 οπότε η ένταση του μαγνητικού πεδίου στο κέντρο του κυκλικού σύρματος είναι B. Κόβουμε το σύρμα στη μέση και δημιουργούμε νέο κυκλικό αγωγό τον οποίο συνδέουμε στους πόλους της ίδιας πηγής. Τότε η ένταση του μαγνητικού πεδίου στο κέντρο του νέου αγωγού γίνεται ίση με:

α. $\frac{B}{4}$ β. $\frac{B}{2}$ γ. B δ. 4B

21. Κυκλικό μεταλλικό σύρμα αντίστασης R συνδέεται στους πόλους πηγής με ΗΕΔ E και εσωτερική αντίσταση r = 0 οπότε η ένταση του μαγνητικού πεδίου στο κέντρο του κυκλικού σύρματος είναι B. Διπλώνουμε το σύρμα στη μέση και με το διπλό σύρμα δημιουργούμε νέο κυκλικό αγωγό τον οποίο συνδέουμε στους πόλους της ίδιας πηγής. Τότε το ποσοστό % της μεταβολής της έντασης του μαγνητικού πεδίου στο κέντρο του κυκλικού αγωγού είναι ίση με:

α. 200% β. 700% γ. 800% δ. 400%

22. Η σχέση $B = K_\mu 4\pi \frac{N}{\ell} \cdot I$ μας δίνει το μέτρο της έντασης του μαγνητικού πεδίου:

α. στο κέντρο κυκλικού ρευματοφόρου αγωγού που αποτελείται από N σπείρες
β. στο κέντρο ενός σωληνοειδούς
γ. στα άκρα ενός σωληνοειδούς
δ. στο εσωτερικό ενός ραβδόμορφου μαγνήτη.

23. Στο κέντρο σωληνοειδούς με μήκος ℓ και αριθμό σπειρών N η ένταση του μαγνητικού πεδίου είναι B. Συμπιέζουμε τα άκρα του πηνίου ώστε το μή-

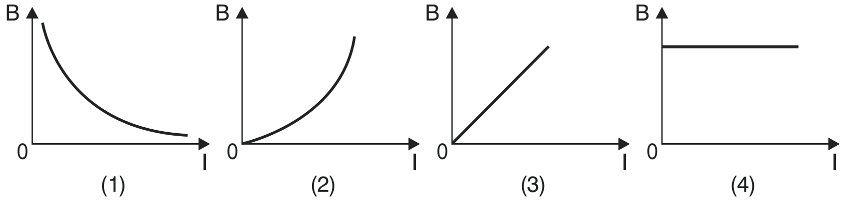
κος του να μειωθεί κατά το $\frac{1}{4}$ του αρχικού μήκους. Τότε η μεταβολή της έντασης του μαγνητικού πεδίου στο κέντρο του σωληνοειδούς είναι ίση με:

α. $\frac{4}{3}$ B β. 4B γ. $\frac{3}{4}$ B δ. $\frac{1}{3}$ B

24. Σωληνοειδές με αντίσταση R, μήκος ℓ και αριθμό σπειρών N συνδέεται στους πόλους πηγής με ΗΕΔ E και μηδενική εσωτερική αντίσταση με αποτέλεσμα η ένταση του μαγνητικού πεδίου στο κέντρο του σωληνοειδούς να είναι B. Κόβουμε το σωληνοειδές στα δύο και συνδέουμε το ένα κομμάτι στους πόλους της ίδιας πηγής. Τότε η ένταση του μαγνητικού πεδίου στο κέντρο του σωληνοειδούς γίνεται ίση με:

α. $\frac{B}{2}$ β. B γ. 2B δ. 4B

25. Η γραφική παράσταση του μέτρου B της έντασης του μαγνητικού πεδίου στο κέντρο ενός σωληνοειδούς, σε σχέση με την ένταση I του ρεύματος που το διαρρέει, είναι η:



α. (1) β. (2) γ. (3) δ. (4)

26. Στο κέντρο ενός πηνίου (σωληνοειδούς) η ένταση του μαγνητικού πεδίου έχει μέτρο ίσο με B. Με το σύρμα του πηνίου δημιουργούμε νέο πηνίο του οποίου οι σπείρες έχουν διπλάσια ακτίνα από αυτές του αρχικού πηνίου και απέχουν μεταξύ τους ίδια απόσταση με αυτή που απείχαν οι σπείρες του αρχικού πηνίου. Τότε η ένταση του μαγνητικού πεδίου στο κέντρο του νέου πηνίου είναι ίση με:

α. B β. 2B γ. $\frac{B}{2}$ δ. 4B

27. Αν στο εσωτερικό ενός πηνίου εισάγουμε πυρήνα από χαλκό, τότε:

α. η ένταση του μαγνητικού πεδίου στο εσωτερικό του πηνίου μειώνεται αφού ο χαλκός είναι σιδηρομαγνητικό υλικό.

β. η ένταση του μαγνητικού πεδίου στο εσωτερικό του πηνίου αυξάνεται αφού ο χαλκός είναι διαμαγνητικό υλικό.

γ. η ένταση του μαγνητικού πεδίου στο εσωτερικό του πηνίου αυξάνεται αφού ο χαλκός είναι παραμαγνητικό υλικό.
δ. η ένταση του μαγνητικού πεδίου στο εσωτερικό του πηνίου μειώνεται αφού ο χαλκός είναι διαμαγνητικό υλικό.

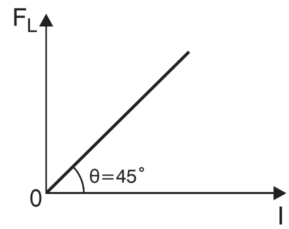
28. Αν ένας ευθύγραμμος ρευματοφόρος αγωγός βρεθεί μέσα σε ομογενές μαγνητικό πεδίο, τότε:
α. μπορεί να δεχτεί δύναμη από το πεδίο.
β. σίγουρα θα δεχτεί δύναμη από το πεδίο.
γ. σίγουρα δεν θα δεχτεί δύναμη από το πεδίο.
δ. δεν θα δεχτεί δύναμη από το πεδίο αν τοποθετηθεί κάθετα στις δυναμικές γραμμές.

29. Ευθύγραμμος ρευματοφόρος αγωγός βρίσκεται μέσα σε ομογενές μαγνητικό πεδίο, κάθετος στις δυναμικές γραμμές του. Αν η φορά των δυναμικών γραμμών και η φορά του ρεύματος αναστραφούν, τότε:
α. το μέτρο της δύναμης Laplace αυξάνεται.
β. η δύναμη Laplace δεν μεταβάλλεται (κατά διεύθυνση, φορά και μέτρο).
γ. η φορά της δύναμης Laplace αναστρέφεται
δ. δεν μπορούμε να γνωρίζουμε αν η δύναμη Laplace θα μεταβληθεί.

30. Ευθύγραμμος αγωγός μήκους ℓ αντίστασης R συνδέεται, με αγωγούς αμελητέας αντίστασης, με τους πόλους πηγής με ΗΕΔ Ε και εσωτερική αντίσταση r = 0. Ο αγωγός τοποθετείται κάθετα στις δυναμικές γραμμές ομογενούς μαγνητικού πεδίου και δέχεται από το πεδίο δύναμη μέτρου F_L. Κόβουμε τον ευθύγραμμο αγωγό στη μέση και συνδέουμε το ένα κομμάτι με την ίδια πηγή, τοποθετώντας τον πάλι κάθετα στις δυναμικές γραμμές του πεδίου. Τότε το μέτρο της δύναμης που δέχεται από το πεδίο είναι ίσο με:
α. $\frac{F_L}{2}$ β. $\frac{F_L}{4}$ γ. $2F_L$ δ. F_L

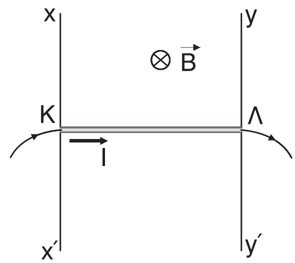
31. Αν ένας ευθύγραμμος ρευματοφόρος αγωγός δεν δέχεται ηλεκτρομαγνητική δύναμη Laplace τότε:
α. σίγουρα ο αγωγός δεν βρίσκεται μέσα σε μαγνητικο πεδίο.
β. σίγουρα ο αγωγός βρίσκεται μέσα σε μαγνητικο πεδίο.
γ. μπορεί ο αγωγός να βρίσκεται μέσα σε μαγνητικο πεδίο.
δ. σίγουρα ο αγωγός βρίσκεται μέσα σε μαγνητικο πεδίο παράλληλος στις δυναμικές γραμμές.

32. Στο διπλανό διάγραμμα φαίνεται η γραφική παράσταση της δύναμης Laplace F_L που δέχεται ευθύγραμμος αγωγός ο οποίος είναι κάθετος στις δυναμικές γραμμές ομογενούς μαγνητικού πεδίου έντασης 1T, σε σχέση με την ένταση I του ρεύματος που τον διαρρέει. Αν όλα τα μεγέθη είναι μετρημένα στα S.I. και η γωνία θ είναι θ = 45, τότε το μήκος ℓ του αγωγού μέσα στο μαγνητικό πεδίο είναι ίσο με:



α. 1 m β. 0,5 m γ. 2 m δ. 0,2 m

33. Στο διπλανό σχήμα ο αγωγος ΚΛ ισορροπεί οριζόντιος ανέμεσα στους δύο κατακόρυφους στύλους xx΄ και yy΄ και μπορεί να κινείται, εφαπτόμενος σ’ αυτούς, χωρίς τριβές, βρισκόμενος μέσα στο ομογενές μαγνητικό πεδίο του σχήματος. Αν η επιτάχυνση της βαρύτητας έχει μέτρο g, τότε,



i) αν αλλάξει η φορά του ρεύματος, ο αγωγός ΚΛ:

α. θα εξακολουθήσει να είναι ακίνητος
β. θα κινηθεί προς τα κάτω με σταθερή ταχύτητα
γ. θα κινηθεί προς τα πάνω με επιτάχυνση μέτρου 2g
δ. θα κινηθεί προς τα κάτω με επιτάχυνση μέτρου 2g

ii) αν διπλασιαστεί το μέτρο της έντασης του μαγνητικού πεδίου, ο αγωγός ΚΛ:

α. θα κινηθεί προς τα πάνω με επιτάχυνση μέτρου g
β. θα εξακολουθήσει να είναι ακίνητος
γ. θα κινηθεί προς τα κάτω με επιτάχυνση μέτρου g
δ. θα κινηθεί προς τα κάτω με σταθερή ταχύτητα

iii) αν η ένταση του ρεύματος μηδενιστεί, ο αγωγός ΚΛ:

α. θα κινηθεί προς τα κάτω με σταθερή ταχύτητα
β. θα κινηθεί προς τα κάτω με επιτάχυνση μέτρου $\frac{g}{2}$
γ. θα εκτελέσει ελεύθερη πτώση
δ. θα εξακολουθήσει να είναι ακίνητος

34. 1A είναι η ένταση του ρεύματος που όταν διαρρέει αγωγό μήκους 0,5 m ο οποίος βρίσκεται κάθετος στις δυναμικές γραμμές ομογενούς μαγνητικού πεδίου έντασης 1T έχει ως αποτέλεσμα ο αγωγός να δέχεται από το πεδίο δύναμη Laplace μέτρου:

α. 0,5 N β. 1 N γ. 2 N δ. 1,5 N

35. Μεταξύ δύο ευθύγραμμων και παράλληλων ρευματοφόρων αγωγών:

α. δεν αναπτύσσεται δύναμη

β. αναπτύσσεται ελκτική δύναμη όταν οι αγωγοί διαρρέονται από ομόρροπα ρεύματα.

γ. αναπτύσσεται απωστική δύναμη όταν οι αγωγοί διαρρέονται από ομόρροπα ρεύματα

δ. αναπτύσσεται πάντα απωστική δύναμη

36. Δύο ευθύγραμμοι και παράλληλοι ρευματοφόροι αγωγοί Α και Γ διαρρέονται από ρεύματα με εντάσεις I_A και I_Γ αντίστοιχα, με $I_A > I_\Gamma$. Τότε:

α. ο αγωγός Α ασκεί μεγαλύτερη δύναμη στον αγωγό Γ σε σχέση με αυτή που δέχεται από τον αγωγό Γ.

β. ο αγωγός Α ασκεί μικρότερη δύναμη στον αγωγό Γ σε σχέση με αυτή που δέχεται από τον αγωγό Γ.

γ. οι δυνάμεις που ασκούνται μεταξύ των δύο αγωγών είναι αντίθετες

δ. οι δυνάμεις που ασκούνται μεταξύ των δύο αγωγών είναι ομόρροπες.

37. Όταν μέσα σε ομογενές μαγνητικό πεδίο φέρουμε κάποιο υλικό, τότε η ένταση του μαγνητικού πεδίου:

α. αυξάνεται, αν το υλικό είναι σιδηρομαγνητικό

β. μειώνεται, αν το υλικό είναι παραμαγνητικό

γ. αυξάνεται, αν το υλικό είναι διαμαγνητικό

δ. δεν μεταβάλλεται, αν το υλικό είναι διαμαγνητικό

38. Η σχετική μαγνητική διαπερατότητα (μ) ενός υλικού:

α. μπορεί να πάρει και αρνητικές τιμές

β. παίρνει πάντοτε τιμές μεγαλύτερες της μονάδας

γ. είναι καθαρός αριθμός

δ. μετριέται στο S.I. σε $\frac{N}{A^2}$.

39. Η μαγνητική ροή που διέρχεται μέσα από επίπεδη επιφάνεια η οποία βρίσκεται μέσα σε μαγνητικό πεδίο:

α. εκφράζει το πόσο ισχυρό είναι το πεδίο

β. μετριέται στο S.I. σε Tesla
γ. δεν εξαρτάται από το εμβαδό της επιφάνειας
δ. εκφράζει το πλήθος των δυναμικών γραμμών που διέρχονται από την επιφάνεια

40. Κυκλικός αγωγός ακτίνας R βρίσκεται ολόκληρος μέσα σε ομογενές μαγνητικό πεδίο έντασης B με το επίπεδό του κάθετο στις δυναμικές γραμμές του πεδίου. Αν η ένταση του μαγνητικού πεδίου μηδενιστεί, τότε:
α. η μεταβολή της μαγνητικής ροής που διέρχεται από τον αγωγό είναι κατα απόλυτη τιμή ίση με $B \cdot \pi R^2$
β. η μεταβολή της μαγνητικής ροής που διέρχεται από τον αγωγό είναι κατα απόλυτη τιμή ίση με $2B \cdot \pi R$
γ. η μεταβολή της μαγνητικής ροής που διέρχεται από τον αγωγό είναι ίση με μηδέν
δ. η μαγνητική ροή που διέρχεται μέσα από τον αγωγό, δεν μεταβάλλεται.

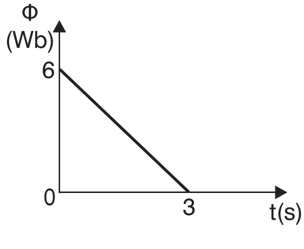
41. Κυκλικός αγωγός ακτίνας R βρίσκεται ολόκληρος μέσα σε ομογενές μαγνητικό πεδίο έντασης B με το επίπεδό του κάθετο στις δυναμικές γραμμές του πεδίου. Στρέφουμε τον αγωγό κατά 180° γύρω από μια διάμετρό του. Τότε, η μεταβολή της μαγνητικής ροής που διέρχεται από τον αγωγό είναι κατ' απόλυτη τιμή ίση με:
α. 0 β. $B\pi R^2$ γ. $2B\pi R^2$ δ. $4B\pi R$

42. Η μαγνητική ροή που διέρχεται μέσα από μια κλειστή επιφάνεια κύβου, με εμβαδόν έδρας S, η οποία βρίσκεται μέσα σε ομογενές μαγνητικό πεδίο έντασης B έτσι ώστε δύο απέναντι έδρες να είναι κάθετες στις δυναμικές γραμμές, είναι ίση με:
α. $2\,B \cdot S$ β. $B \cdot S$ γ. $6\,B \cdot S$ δ. 0

43. Η μαγνητική ροή Φ που διέρχεται μέσα από μια επιφάνεια μεταβάλλεται σε συνάρτηση με το χρόνο t σύμφωνα με τη σχέση $\Phi = 10t + 3$ (S.I.). Άρα:
α. η μαγνητική ροή που διέρχεται από την επιφάνεια τη χρονική στιγμή $t = 2$ s, είναι ίση με 23 T.
β. η μεταβολή της μαγνητικής ροής που διέρχεται από την επιφάνεια μεταξύ των χρονικών στιγμών $t_1 = 1$ s και $t_2 = 3$ s, είναι ίση με –20 Wb.
γ. ο ρυθμός μεταβολής της μαγνητικής ροής που διέρχεται από την επιφάνεια τη χρονική στιγμή $t = 2$ s, είναι ίσος με $\frac{23}{2}\,\frac{Wb}{s}$.
δ. ο ρυθμός μεταβολής της μαγνητικής ροής που διέρχεται από την επιφά-

νεια τη χρονική στιγμή t_1 = 5s καθώς και τη χρονική στιγμή t_2 = 5,23 s, είναι ίσος με 10 $\frac{Wb}{s}$.

44. Στο διπλανό διάγραμμα φαίνεται η γραφική παράσταση της μαγνητικής ροής Φ που διέρχεται μέσα από μια επιφάνεια, σε συνάρτηση με το χρόνο t. Επομένως:



α. ο ρυθμός μεταβολής της μαγνητικής ροής που διέρχεται από την επιφάνεια κάθε στιγμή είναι ίσος με –2 $\frac{Wb}{s}$

β. η μαγνητική ροή που διέρχεται από την επιφάνεια τη χρονική στιγμή t = 2s, είναι ίση με 5 Wb

γ. η μαγνητική ροή που διέρχεται από την επιφάνεια τη χρονική στιγμή t = 1s, είναι ίση με 4 $\frac{Wb}{s}$

δ. η μαγνητική ροή που διέρχεται από την επιφάνεια αυξάνεται με την πάροδο του χρόνου.

45. Επίπεδη επιφάνεια εμβαδού S βρίσκεται μέσα σε ομογενές μαγνητικό πεδίο έντασης B έτσι ώστε να σχηματίζει με τις δυναμικές γραμμές γωνία 30°. Τότε η μαγνητική ροή Φ που διέρχεται από την επιφάνεια είναι ίση με:

α. $B \cdot S$ β. $\frac{BS}{2}$ γ. $\frac{\sqrt{3}\,BS}{2}$ δ. 0

46. Επίπεδη επιφάνεια εμβαδού S βρίσκεται μέσα σε ομογενές μαγνητικό πεδίο έντασης B και η μαγνητική ροή που διέρχεται μέσα από αυτή είναι $\Phi = \frac{\sqrt{3}\,BS}{2}$. Τότε, οι δυναμικές γραμμές σχηματίζουν με την επιφάνεια γωνία ίση με:

α. 45° β. 30° γ. 90° δ. 60°

47. Σύμφωνα με το φαινόμενο της ηλεκτρομαγνητικής επαγωγής, σε ένα πηνίο αναπτύσσεται ΗΕΔ από επαγωγή:

α. όταν από το πηνίο διέρχεται σταθερή μαγνητική ροή

β. όταν το πηνίο βρίσκεται μέσα σε μαγνητικό πεδίο

γ. όταν μεταβάλλεται η μαγνητική ροή που διέρχεται από αυτό

δ. όταν το πηνίο διαρρέεται από σταθερό ρεύμα.

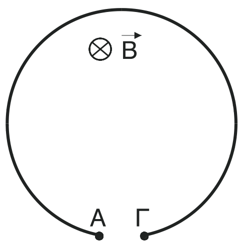
48. Όταν η μαγνητική ροή που διέρχεται από κάποιο κύκλωμα μεταβάλλεται με σταθερό ρυθμό τότε στο κύκλωμα:

α. αναπτύσσεται σταθερή ΗΕΔ από επαγωγή
β. δεν αναπτύσσεται ΗΕΔ από επαγωγή
γ. αναπτύσσεται ΗΕΔ από επαγωγή μόνο αν το κύκλωμα είναι κλειστό
δ. αναπτύσσεται ΗΕΔ από επαγωγή της οποίας η τιμή μεταβάλλεται

49. Ο κανόνας του Lenz αναφέρεται:

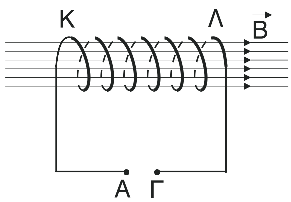
α. στο μέτρο της επαγωγικής τάσης
β. στη φορά του επαγωγικού ρεύματος και είναι συνέπεια του πρώτου κανόνα του Kirchhoff.
γ. στη φορά του επαγωγικού ρεύματος και είναι συνέπεια της αρχής διατήρησης της ενέργειας
δ. στο μέτρο της έντασης του επαγωγικού ρεύματος και είναι συνέπεια της αρχής διατήρησης του φορτίου.

50. Όταν μεταβάλλεται η μαγνητική ροή που διέρχεται από τον ανοιχτό κυκλικό αγωγό του διπλανού σχήματος, στα άκρα του Α και Γ.



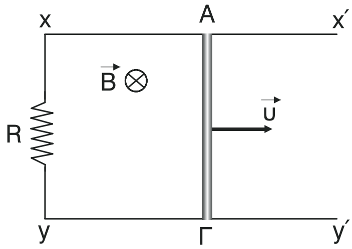
α. αναπτύσσεται τάση από επαγωγή αλλά ο αγωγός δεν διαρρέεται από ρεύμα
β. δεν αναπτύσσεται τάση από επαγωγή γιατί ο αγωγός δεν είναι κλειστός.
γ. αναπτύσσεται τάση από επαγωγή και ο αγωγός διαρρέεται από ρεύμα
δ. δεν αναπτύσσεται τάση από επαγωγή γιατί κάτι τέτοιο θα παραβίαζε την αρχή διατήρησης της ενέργειας

51. Αν η ένταση του μαγνητικού πεδίου, μέσα στο οποίο βρίσκεται το πηνίο του διπλανού σχήματος, αυξηθεί, τότε:



α. το πηνίο διαρρέονται από επαγωγικό ρεύμα
β. στο άκρο Κ του πηνίου δημιουργείται βόρειος μαγνητικός πόλος
γ. στο άκρο Λ του πηνίου δημιουργείται νότιος μαγνητικός πόλος
δ. μεταξύ των σημείων Α και Γ αναπτύσσεται ΗΕΔ από επαγωγή με το θετικό πόλο στο Γ και τον αρνητικό στο Α.

52. Η μεταλλική ράβδος ΑΓ του διπλανού σχήματος έχει αμελητεά αντίσταση και κινείται με σταθερή ταχύτητα $\vec{\upsilon}$ και χωρίς τριβές μέσα στο ομογενές μαγνητικό πεδίο έντασης $\vec{B}$ ολισθαίνοντας πάνω στους αγωγούς xx΄ και yy΄ οι οποίοι δεν έχουν ούτε αυτοί αντίσταση. Τότε:



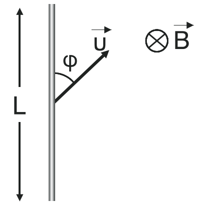
α. η ράβδος ΑΓ διαρρέεται από επαγωγικό ρεύμα με φορά από το Α στο Γ

β. στη ράβδο ΑΓ ασκείται δύναμη Laplace που είναι αντίρροπη της ταχύτητας

γ. στη ράβδο ΑΓ δεν είναι απαραίτητο να ασκείται κάποια εξωτερική δύναμη ώστε να κινείται με σταθερή ταχύτητα

δ. η επαγωγική ΗΕΔ που αναπτύσσεται στη ράβδο είναι $E_{επ} = \dfrac{B \cdot \upsilon \cdot (ΑΓ)}{R}$.

53. Στη μεταλλική ράβδο μήκους L του διπλανού σχήματος η ταχύτητα υ σχηματίζει με τη ράβδο γωνία φ. Τότε για την επαγωγική τάση $E_{επ}$ ισχύει:



α. $E_{επ} = B\upsilon L ημφ$

β. $E_{επ} = B\upsilon L$

γ. $E_{επ} = B\upsilon L συνφ$

δ. $E_{επ} = 0$

54. Η ένταση του επαγωγικού ρεύματος σ' ένα κύκλωμα:

α. είναι αντιστρόφως ανάλογη του ρυθμού μεταβολής της μαγνητικής ροής.

β. είναι ανάλογη της μαγνητικής ροής που διέρχεται από το κύκλωμα.

γ. είναι σταθερή, αν η μαγνητική ροή που διέρχεται από το κύκλωμα είναι σταθερή.

δ. είναι σταθερή, αν η μαγνητική ροή που διέρχεται από το κύκλωμα μεταβάλλεται με σταθερό ρυθμό.

55. Το ηλεκτρικό φορτίο λόγω επαγωγής:

α. είναι ανάλογο του ρυθμού μεταβολής της μαγνητικής ροής.

β. είναι ανάλογο της μεταβολής της μαγνητικής ροής.

γ. είναι αντιστρόφως ανάλογο της χρονικής διάρκειας στην οποία συμβαίνει η μεταβολή της μαγνητικής ροής.

δ. είναι ανάλογο του επαγωγικού ρεύματος.

56. Ο νόμος του Newmann:

α. αναφέρεται στη μαγνητική ροή που διέρχεται από τις σπείρες ενός πηνίου.

β. αναφέρεται στη φορά του επαγωγικού ρεύματος.

γ. αναφέρεται στην τιμή του επαγωγικού ηλεκτρικού φορτίου.

δ. αναφέρεται στην τιμή της επαγωγικής τάσης.

57. Το επαγωγικό ηλεκτρικό φορτίο που μετακινείται σ' ένα κύκλωμα μέσα σε 12s αν η μαγνητική ροή μεταβληθεί κατά 10Wb:

α. είναι διπλάσιο από αυτό που μετακινείται μέσα σε 6s λόγω ίδιας μεταβολής της μαγνητικής ροής.

β. είναι ίσο με αυτό που μετακινείται μέσα σε 6s αν η μαγνητική ροή μεταβληθεί κατά 5 Wb.

γ. είναι μισό αυτού που μετακινείται μέσα σε 24s αν η μαγνητική ροή μεταβληθεί κατά 5 Wb.

δ. είναι ίσο με 2C αν η αντίσταση του κυκλώματος είναι ίση με 10Ω.

Ερωτησεισ τυπου Σωστο – Λαθοσ.

Χαρακτηρίστε με Σ τις παρακάτω προτάσεις, αν είναι σωστές, και με Λ, αν είναι λανθασμένες.

1. Το μαγνητικό πεδίο παράγεται μόνο από φυσικούς μαγνήτες. Σ Λ

2. Τα ακίνητα ηλεκτρικά φορτία εκτός από ηλεκτρικό μπορούν να παράγουν και μαγνητικό πεδίο. Σ Λ

3. Οι δύο μαγνητικοί πόλοι εμφανίζονται σε κάθε μαγνήτη ανεξάρτητα από το σχήμα που έχει ο μαγνήτης. Σ Λ

4. Κόβοντας ένα ραβδόμορφο μαγνήτη στη μέση διαχωρίζουμε το βόρειο από το νότιο μαγνητικό πόλο. Σ Λ

5. Κοντά στους μαγνητικούς πόλους ενός μαγνήτη, το μαγνητικό πεδίο είναι πιο ισχυρό και οι δυναμικές γραμμές πιο αραιές. Σ Λ

6. Οι μαγνητικές δυναμικές γραμμές είναι πάντα κλειστές. Σ Λ

7. Οι μαγνητικές δυναμικές γραμμές είναι πάντα καμπυλόγραμμες. Σ Λ

8. Η φορά των μαγνητικών δυναμικών γραμμών είναι πάντα από το βόρειο προς το νότιο μαγνητικό πόλο. Σ Λ

9. Το άκρο της μαγνητικής βελόνας που προσανατολίζεται ελεύθερα προς το γεωγραφικό Βορρά το ονομάζουμε βόρειο μαγνητικό πόλο. Σ Λ

10. Στη φύση δεν υπάρχουν μαγνητικά μονόπολα. Σ Λ

11. Η ένταση του μαγνητικού πεδίου είναι κάθετη στις μαγνητικές δυναμικές γραμμές. Σ Λ

12. Επειδή οι μαγνητικές δυναμικές γραμμές είναι κλειστές, δεν υπάρχουν ομογενή μαγνητικά πεδία. Σ Λ

13. Στο εσωτερικό ενός ραβδόμορφου μαγνήτη το πεδίο είναι ομογενές και οι δυναμικές γραμμές κατευθύνονται από το νότιο προς το βόρειο μαγνητικό πόλο. Σ Λ

14. Με το πείραμα του Oersted αποδείχτηκε ότι γύρω από ρευματοφόρο αγωγό δημιουργείται μαγνητικό πεδίο. Σ Λ

15. Μαγνητικό πεδίο δημιουργείται μόνο γύρω από ευθύγραμμους αγωγούς. Σ Λ

16. Όλα τα μαγνητικά πεδία, ακόμη και των φυσικών μαγνητών, οφείλονται τελικά σε ηλεκτρικά ρεύματα. Σ Λ

17. Στα υλικά που δεν εμφανίζουν μαγνητικές ιδιότητες οι μαγνητικές περιοχές (περιοχές Weiss) έχουν τυχαίο προσανατολισμό. Σ Λ

18. Η θερμοκρασία Curie είναι η θερμοκρασία στην οποία αν βρεθεί ένας μαγνήτης, χάνει τις μαγνητικές του ιδιότητες και είναι ίδια για όλα τα υλικά. Σ Λ

19. Αν σφυρηλατήσουμε ένα μαγνήτη αυτός χάνει τις μαγνητικές του ιδιότητες. Σ Λ

20. Όλα τα υλικά που μπορούν να μαγνητιστούν, μαγνητίζονται μόνιμα. Σ Λ

21. Ο μόνος τρόπος για να μαγνητίσουμε μια σιδερένια ράβδο είναι να τη φέρουμε σε επαφή με κάποιο μαγνήτη. Σ Λ

22. Οι ομώνυμοι μαγνητικοί πόλοι απωθούνται ενώ οι ετερώνυμοι έλκονται. Σ Λ

23. Στο μαγνητικό πεδίο ενός ευθύγραμμου ρευματοφόρου αγωγού δεν δημιουργούνται μαγνητικοί πόλοι. Σ Λ

24. Στα σημεία μιας νοητής κυλινδρικής παράπλευρης επιφάνειας, στον άξονα της οποίας βρίσκεται ευθύγραμμος ρευματοφόρος αγωγός απείρου μήκους, η ένταση του μαγνητικού πεδίου έχει το ίδιο μέτρο. Σ Λ

25. Οι μαγνητικές δυναμικές γραμμές γύρω από ευθύγραμμο ρευματοφόρο αγωγό, είναι σταθερή κατά μήκος της ίδιας δυναμικής γραμμής. Σ Λ

26. Η ένταση του μαγνητικού πεδίου, ενός ευθύγραμμου ρευματοφόρου αγωγού, είναι ομόκεντροι κύκλοι με το επίπεδό τους κάθετο στην ένταση του μαγνητικού πεδίου. Σ Λ

27. Κατά την εφαρμογή του κανόνα του δεξιού χεριού, για τον προσδιορισμό της φοράς των δυναμικών γραμμών γύρω από ευθύγραμμο ρευματοφόρο αγωγό, ο αντίχειρας δείχνει τη φορά της έντασης του μαγνητικού πεδίου. Σ Λ

28. Αν διπλασιάσουμε την ένταση του ρεύματος που διαρρέει έναν ευθύγραμμο ρευματοφόρο αγωγό, η ένταση του μαγνητικού πεδίου σ' ένα συγκεκριμένο σημείο θα τετραπλασιαστεί σύμφωνα με τη σχέση $B=K\mu\dfrac{2I}{r}$. Σ Λ

29. Αν αντιστρέψουμε τη φορά του ρεύματος που διαρρέει έναν ευθύγραμμο ρευματοφόρο αγωγό τότε η φορά της έντασης του μαγνητικού πεδίου σ'ένα συγκεκριμένο σημείο, θα αντιστραφεί. Σ Λ

30. Το μέτρο B της έντασης του μαγνητικού πεδίου γύρω από έναν ευθύγραμμο ρευματοφόρο αγωγό μειώνεται γραμμικά σε σχέση με την απόσταση r από τον αγωγό. Σ Λ

31. Σε όλα τα σημεία μιας ευθείας που είναι παράλληλη σε ευθύγραμμο ρευματοφόρο αγωγό απείρου μήκους, η ένταση $\vec{B}$ του μαγνητικού πεδίου είναι ίδια. Σ Λ

32. Στο επίπεδο που ορίζεται από δύο παράλληλους αγωγούς μεγάλου μήκους οι οποίοι διαρρέονται από ρεύματα ίδιας φοράς και τιμής η ένταση του μαγνητικού πεδίου μηδενίζεται μόνο σε ένα σημείο. Σ Λ

33. Γύρω από 10 ευθύγραμμους μονωμένους αγωγούς απείρου μήκους που διαρρέονται από ρεύματα ίδιας έντασης και είναι ενωμένοι και παράλληλοι μεταξύ τους, δεν δημιουργείται μαγνητικό πεδίο αν οι 5 από αυτούς έχουν αντίθετη φορά από τους υπόλοιπους. Σ Λ

34. Ένας ευθύγραμμος αγωγός απείρου μήκους και ένας κυκλικός αγωγός ακτίνας r διαρρέονται από ρεύματα ίδιας έντασης. Τότε αποκλείεται, η ένταση του μαγνητικού πεδίου του ευθύγραμμου αγωγού σε απόσταση r από αυτόν, να έχει ίδιο μέτρο με την ένταση του μαγνητικού πεδίου στο κέντρο του κυκλικού αγωγού. Σ Λ

35. Δύο ευθύγραμμοι μονωμένοι ρευματοφόροι αγωγοί απείρου μήκους βρίσκονται στο ίδιο επίπεδο και είναι κάθετοι μεταξύ τους. Τότε το σύνολο των σημείων του επιπέδου στα οποία η ένταση του μαγνητικού πεδίου είναι ίση με μηδέν, βρίσκονται σε ευθεία που σχηματίζει γωνία 45° με τους δύο αγωγούς. Σ Λ

36. Ένας κυκλικός ρευματοφόρος αγωγός δημιουργεί μαγνητικό πεδίο μόνο στο επίπεδο που ορίζεται από αυτόν. Σ Λ

37. Αν μεταξύ δύο ευθύγραμμων μονωμένων ρευματοφόρων αγωγών παρεμβάλλουμε έναν κυκλικό ρευματοφόρο αγωγό που εφάπτεται στους δύο αγωγούς και βρίσκεται στο επίπεδό τους, τότε η ένταση του μαγνητικού πεδίου στο κέντρο του κυκλικού αγωγού είναι σίγουρα ίση με μηδέν. Σ Λ

38. Η ένταση του μαγνητικού στο κέντρο κυκλικού αγωγού έχει μέτρο που αυξάνεται καθώς αυξάνεται η ένταση του ρεύματος που διαρρέει τον αγωγό. Σ Λ

39. Αν διπλασιάσουμε την ένταση του ρεύματος που διαρρέει έναν κυκλικό αγωγό και ταυτόχρονα υποδιπλασιάσουμε την ακτίνα του, τότε η ένταση του μαγνητικού πεδίου στο κέντρο του αγωγού θα παραμείνει σταθερή. Σ Λ

40. Κυκλικός αγωγός Α έχει ακτίνα r και διαρρέεται από ρεύμα έντασης Ι. Ένας δεύτερος κυκλικός αγωγός Β είναι ομόκεντρος και ομοεπίπεδος με τον Α, έχει ακτίνα 2r και διαρρέεται από ρεύμα έντασης 2Ι που έχει αντίθετη φορά από το ρεύμα που διαρρέει τον αγωγό Α. Τότε, η ένταση του μαγνητικού πεδίου στο κέντρο των αγωγών είναι ίσο με μηδέν. Σ Λ

41. Αν στα κέντρα δύο κυκλικών ρευματοφόρων αγωγών οι εντάσεις των μαγνητικών πεδίων έχουν ίσα μέτρα, τότε οι αγωγοί σίγουρα διαρρέονται από ρεύματα ίδιας έντασης. Σ Λ

42. Το μαγνητικό πεδίο ενός σωληνοειδούς που διαρρέεται από ρεύμα είναι ίδιο με το μαγνητικό πεδίο ενός ευθύγραμμου ρευματοφόρου αγωγού καθώς και ενός ραβδομαγνήτη. Σ Λ

43. Η ένταση του μαγνητικού πεδίου στο κέντρο ενός σωληνοειδούς είναι ίδια με την ένταση στα άκρα του σωληνοειδούς. Σ Λ

44. Αν διπλασιάσουμε τον αριθμό των σπειρών ενός σωληνοειδούς διατηρώντας σταθερή την ένταση του ρεύματος και την απόσταση ανάμεσα στις διαδοχικές σπείρες του, τότε η ένταση του μαγνητικού πεδίου στο κέντρο του σωληνοειδούς θα διπλασιαστεί. Σ Λ

45. Αν στο εσωτερικό ενός σωληνοειδούς εισάγουμε κάποιο υλικό διαπιστώνουμε ότι η ένταση του μαγνητικού πεδίου στο εσωτερικό του σωληνοειδούς αυξήθηκε κατά 500%. Αυτό σημαίνει ότι η σχετική μαγνητική διαπερατότητα του υλικού είναι ίση με έξι (μ=6). Σ Λ

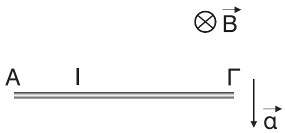
46. Η ένταση του μαγνητικού πεδίου στο εσωτερικό ενός σωληνοειδούς μετά την είσοδο ενός σιδηρομαγνητικού υλικού θα αυξηθεί. Το ίδιο θα συμβεί αν το υλικό είναι παραμαγνητικό. Σ Λ

47. Τμήμα 2 μέτρων ευθύγραμμου αγωγού συνολικού μήκους 3 μέτρων, βρίσκεται σε ομογενές μαγνητικό πεδίο έντασης B μέτρου B = 1T; κάθετα στις δυναμικές γραμμές. Αν ο αγωγός δέχεται από το πεδίο δύναμη Laplace F_L μέτρου F_L = 12N, τότε η ένταση του ρεύματος που τον διαρρέει είναι I = 4A. Σ Λ

48. Ευθύγραμμος αγωγός μήκους L = 0,5m βρίσκεται μέσα σε ομογενές μαγνητικό πεδίο ένταση B = 1T και δέχεται από το πεδίο δύναμη F_L = 1N. Τότε ο αγωγός διαρρέεται σίγουρα από ρεύμα έντασης I = 2A και είναι κάθετος στις δυναμικές γραμμές. Σ Λ

49. Όταν ένας ευθύγραμμος ρευματοφόρος αγωγός κινείται μέσα σε ομογενές μαγνητικό πεδίο βρισκόμενος συνεχώς κάθετος στις δυναμικές γραμμές δεν δέχεται δύναμη από το πεδίο. Σ Λ

50. Ο ρευματοφόρος αγωγός ΑΓ βάρους mg του διπλανού σχήματος κινείται κατακόρυφα προς τα κάτω με επιτάχυνση α<g. Άρα η φορά του ρεύματος I που διαρρέει τον αγωγό είναι από το Α στο Γ. Σ Λ



51. Η δύναμη Laplace που δέχεται ευθύγραμμος ρευματοφόρος αγωγός ο οποίος βρίσκεται ολόκληρος μέσα σε ομογενές μαγνητικό πεδίο έχει μερικές φορές ως σημείο εφαρμογής, το μέσο του αγωγού. Σ Λ

52. Η (σχετική) μαγνητική διαπερατότητα του κενού είναι ίση με ένα. Σ Λ

53. Αν η δύναμη Laplace που δέχεται ευθύγραμμος ρευματοφόρος αγωγός είναι η μέγιστη δυνατή τότε είναι κάθετος στις δυναμικές γραμμές. Σ Λ

54. Η (σχετική) μαγνητική διαπερατότητα το σιδήρου μετριέται στο SI σε $\frac{N}{A^2}$. Σ Λ

55. Η (σχετική) μαγνητική διαπερατότητα του κοβαλτίου είναι περίπου ίση με 0,3. Σ Λ

56. Η μαγνητική ροή στο SI μετριέται σε $T \cdot m^2$. Σ Λ

57. Η μαγνητική ροή, όπως και η ένταση του μαγνητικού πεδίου, είναι μέγεθος μονόμετρο. Σ Λ

58. Η μαγνητική ροή που διέρχεται από μια επίπεδη επιφάνεια είναι κάθετη στην επιφάνεια. Σ Λ

59. Μεταξύ δύο επίπεδων επιφανειών με διαφορετικά εμβαδά, οι οποίες βρίσκονται μέσα στο ίδιο ομογενές μαγνητικό πεδίο, μεγαλύτερη μαγνητική ροή θα διέρχεται σίγουρα από την επιφάνεια με το μεγαλύτερο εμβαδό. Σ Λ

60. Αν φ είναι η γωνία που σχηματίζει η ένταση $\vec{B}$ ομογενούς μαγνητικού πεδίου με μια επίπεδη επιφάνεια εμβαδού S που βρίσκεται μέσα σ' αυτό, τότε η μαγνητική ροή που διέρχεται μέσα από την επιφάνεια είναι $\Phi = B \cdot S\eta\mu\varphi$. Σ Λ

61. Επίπεδη επιφάνεια εμβαδού $0{,}2m^2$ βρίσκεται μέσα σε ομογενές μαγνητικό πεδίο έντασης 0,1T και σχηματίζει με τις δυναμικές γραμμές γωνία 30°. Στρέφουμε την επιφάνεια μέχρι να γίνει παράλληλη στις δυναμικές γραμμές οπότε η μεταβολή της μαγνητικής ροής είναι ίση με -10^{-2}Wb. Σ Λ

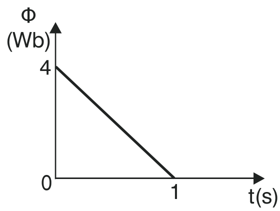
62. Επίπεδη επιφάνεια εμβαδού $0{,}2m^2$ βρίσκεται μέσα σε ομογενές μαγνητικό πεδίο έντασης 0,1T και σχηματίζει με τις δυναμικές γραμμές γωνία 90°. Στρέφουμε την επιφάνεια μέχρι να γίνει παράλληλη στις δυναμικές γραμμές οπότε η μείωση της μαγνητικής ροής είναι ίση με $2 \cdot 10^{-2}$Wb. Σ Λ

63. Το 1Wb είναι ίσο με $1\ \dfrac{T}{m^2}$. Σ Λ

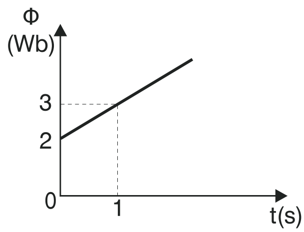
64. Κυκλικός αγωγός κινείται με σταθερή ταχύτητα μέσα σε ομογενές μαγνητικό πεδίο με το επίπεδο του συνεχώς κάθετο στις δυναμικές γραμμές. Τότε, η μαγνητική ροή που διέρχεται μέσα από τον αγωγό είναι σταθερή και διάφορη του μηδενός ενώ η μεταβολή της μαγνητικής ροής σε μια τυχαία χρονική διάρκεια είναι ίση με μηδέν. Σ Λ

65. Η μαγνητική ροή Φ που διέρχεται από μια επιφάνεια σε συνάρτηση με το χρόνο t δίνεται από τη σχέση Φ=2t + 1 (SI). Τότε, τη χρονική στιγμή t = 2s, η χρονική ροή είναι ίση με 5Wb ενώ ο ρυθμός μεταβολής της μαγνητικής ροής είναι ίσος με 2 Wb. Σ Λ

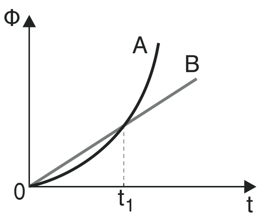
66. Με βάση τη διπλανή γραφική παράσταση Φ = f(t) συμπεραίνουμε ότι η μαγνητική ροή μειώνεται με σταθερό ρυθμό $\frac{d\Phi}{dt} = -4\ \frac{Wb}{s}$ και η μαγνητική ροή δίνεται από τη σχέση Φ = 4t + 4 (SI). Σ Λ



67. Με βάση τη γραφική παράσταση Φ = F(t) η μαγνητική ροή αυξάνεται με σταθερό ρυθμό $\frac{d\Phi}{dt} = 1\ \frac{Wb}{s}$ και τη χρονική στιγμή t = 3s είναι ίση με 5 Wb. Σ Λ

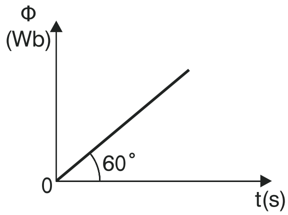


68. Στο σχήμα φαίνονται οι γραφικές παραστάσεις της μαγνητικής ροής Φ που διέρχονται από δύο επιφάνειες Α και Β, σε συνάρτηση με το χρόνο t. Τη χρονική στιγμή t_1, ο ρυθμός αύξησης της μαγνητικής ροής είναι μεγαλύτερος στην επιφάνεια Α. Σ Λ



69. Με βάση τη διπλανή γραφική παράσταση Φ = F(t) συμπεραίνουμε ότι η μαγνητική ροή τη χρονική στιγμή t = 0s είναι ίση με μηδέν και στη συνέχεια αυξάνεται με σταθερό ρυθμό

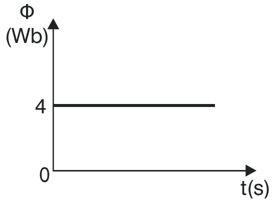
$$\frac{d\Phi}{dt} = \sqrt{3}\ \text{Wb/s}.$$



Σ Λ

70. Με βάση τη διπλανή γραφική παράσταση Φ = F(t) συμπεραίνουμε ότι ο ρυθμός μεταβολής της μαγνητικής ροής είναι

$$\frac{d\Phi}{dt} = 4\ \text{Wb/s}.$$

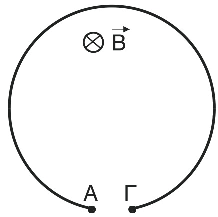


Σ Λ

71. Στα άκρα ενός πηνίου αναπτύσσεται τάση από επαγωγή, κάθε φορά που διέρχεται μαγνητική ροή από τις σπείρες του πηνίου. Σ Λ

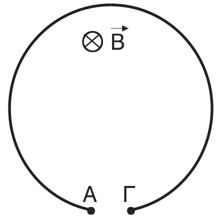
72. Το φαινόμενο της ηλεκτρομαγνητικής επαγωγής αναφέρεται στην εμφάνιση διαφοράς δυναμικού σε κάποιο κύκλωμα, όταν μεταβάλλεται η μαγνητική ροή που διέρχεται μέσα από αυτό. Σ Λ

73. Αν μεταβληθεί η μαγνητική ροή που διέρχεται από τον κυκλικό αγωγό του διπλανού σχήματος δεν θα αναπτυχθεί τάση από επαγωγή γιατί ο αγωγός δεν είναι κλειστός.



Σ Λ

74. Αν αυξηθεί η ένταση Β του μαγνητικού πεδίου στο διπλανό σχήμα τότε στα άκρα Α και Γ του κυκλικού αγωγού θα αναπτυχθεί ΗΕΔ από επαγωγή με το (+) στο Γ και το (-) στο Α.

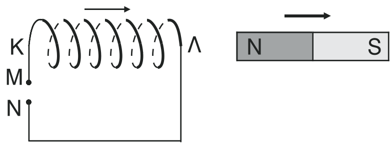


Σ Λ

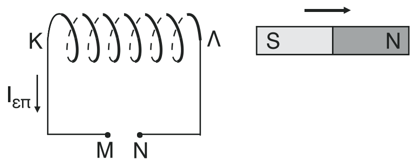
75. Η σχέση $E_{επ} = -\dfrac{dΦ}{dt}$ μας δίνει την ΗΕΔ από επαγωγή που αναπτύσσεται μόνο σε πηνία. Σ Λ

76. Το (–) στη σχέση $E_{επ} = -\dfrac{dΦ}{dt}$ εκφράζει τον κανόνα του Lenz από τον οποίο προκύπτει η αρχή διατήρησης της ενέργειας. Σ Λ

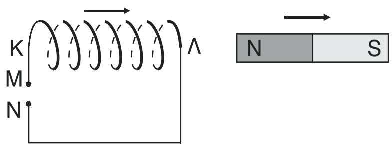
77. Κατά το πλησίασμα του μαγνήτη προς το ακίνητο πηνίο του διπλανού σχήματος, στο άκρο Κ θα εμφανιστεί νότιος μαγνητικός πόλος ενώ η φορά του επαγωγικού ρεύματος ($I_{επ}$) θα είναι από το Κ στο Μ. Σ Λ



78. Κατά την απομάκρυνση του μαγνήτη από το ακίνητο πηνίο του διπλανού σχήματος, στο άκρο Λ θα εμφανιστεί βόρειος μαγνητικός πόλος ενώ μεταξύ των σημείων Μ και Ν θα αναπτυχθεί επαγωγική ΗΕΔ με το (+) στο σημείο Μ. Σ Λ



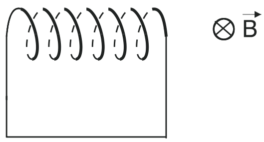
79. Η ταχύτητα του κινούμενου πηνίου του διπλανού σχήματος είναι μεγαλύτερη από την ταχύτητα του κινούμενου μαγνήτη. Έτσι μεταξύ των σημείων Μ και Ν αναπτύσσεται επαγωγική ΗΕΔ με το (–) στο σημείο Ν. Αν συνδέσουμε αγώγιμα τα σημεία Μ και Ν το επαγωγικό ρεύμα θα ακολουθεί τη διαδρομή ΜΚΛΝΜ. Σ Λ



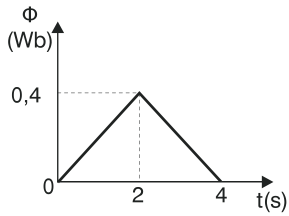
80. Αν σε χρόνο 0,5 s η μέση τάση από επαγωγή σ' ένα κύκλωμα είναι ίση με 10V τότε η μεταβολή της μαγνητικής ροής στο κύκλωμα είναι ίση με 5 T. Σ Λ

81. Αν το μέτρο της επαγωγικής τάσης σ' ένα κύκλωμα είναι σταθερό και ίσο με 3V τότε η μαγνητική ροή στο κύκλωμα, μεταβάλλεται με σταθερό ρυθμό μέτρου 3 $\frac{Wb}{s}$. Σ Λ

82. Το πηνίο του διπλανού σχήματος έχει Ν σπείρες και αντίσταση R. Μέσα σε χρόνο Δt περιστρέφουμε το πηνίο μέχρι το επίπεδο των σπειρών να γίνει κάθετο στις δυναμικές γραμμές του πεδίου. Έτσι στο κύκλωμα εμφανίζεται επαγωγικό ρεύμα του οποίου η ένταση έχει μέση τιμή $I_{επ}$. Αν κόψουμε το πηνίο στη μέση και επαναλάβουμε ακριβώς την ίδια διαδικασία χρησιμοποιώντας το ένα από τα δύο κομμάτια τότε το επαγωγικό ρεύμα που θα εμφανιστεί θα έχει ένταση με μέση τιμή $\frac{I_{επ}}{2}$. Σ Λ



83. Η διπλανή γραφική παράσταση της μαγνητικής ροής Φ σε συνάρτηση με το χρόνο t αναφέρεται σε κλειστό κύκλωμα αντίσταση R = 1Ω. Με τη βοήθεια του διαγράμματος προκύπτουν τα εξής συμπεράσματα:



α. Τη χρονική στιγμή t = 1s το μέτρο της επαγωγικής τάσης είναι ίσο με 0,2V και τη χρονική στιγμή t = 1,5 s το μέτρο της έντασης του επαγωγικού ρεύματος είναι ίσο με 0,2 Α. Σ Λ

β. Τη χρονική στιγμή t = 2,153 s το μέτρο της επαγωγικής τάσης είναι ίσο με 0,2V και τη χρονική στιγμή t = 3,429 s το μέτρο της έντασης του επαγωγικού ρεύματος είναι ίσο με 2 Α. Σ Λ

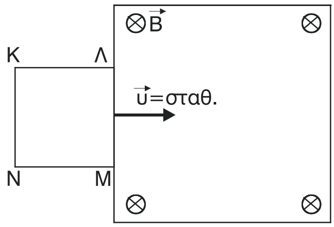
γ. Στο χρονικό διάστημα από 0s έως 2s η φορά του επαγωγικού ρεύματος δεν αλλάζει. Το ίδιο ισχύει και για το χρονικό διάστημα από 0s έως 4s. Σ Λ

δ. Το επαγωγικό φορτίο στο χρονικό διάστημα από 0s έως 2s είναι ίσο με 0,4 C και στο χρονικό διάστημα από 0s έως 4s είναι ίσο με 0 C. Σ Λ

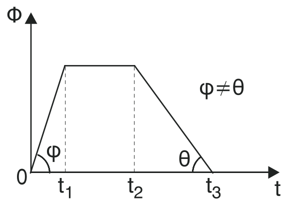
84. Η φορά του επαγωγικού ρεύματος σ' ένα συρμάτινο πλαίσιο αλλάζει, κάθε φορά που αλλάζει πρόσημο ο ρυθμός μεταβολής της μαγνητικής ροής που διέρχεται από το πλαίσιο. Σ Λ

85. Το μέτρο της έντασης του επαγωγικού ρεύματος σ΄ ένα συρμάτινο πλαίσιο αλλάζει, κάθε φορά που αλλάζει πρόσημο ο ρυθμός μεταβολής της μαγνητικής ροής που διέρχεται από το πλαίσιο. Σ Λ

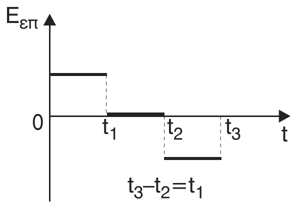
86. Το συρμάτινο πλαίσιο ΚΛΜΝ κινείται με σταθερή ταχύτητα και εισέρχεται μέσα στο οριοθετημένο ομογενές μαγνητικό πεδίο έντασης $\vec{B}$ του σχήματος. Τότε, για το χρονικό διάστημα, από τη στιγμή που το πλαίσιο εισέρχεται στο μαγνητικό πεδίο, μέχρι τη στιγμή που εξέρχεται ολόκληρο από αυτό:



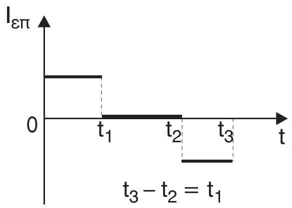
α. η γραφική παράσταση της μαγνητικής ροής Φ σε συνάρτηση με το χρόνο είναι αυτή που φαίνεται ποιοτικά στο διπλανό διάγραμμα. Σ Λ



β. η γραφική παράσταση της επαγωγικής ΗΕΔ Εεπ σε συνάρτηση με το χρόνο είναι αυτή που φαίνεται ποιοτικά στο διπλανό διάγραμμα. Σ Λ



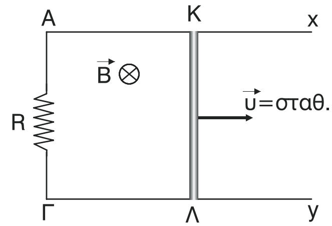
γ. η γραφική παράσταση της έντασης Ιεπ του επαγωγικού ρεύματος σε συνάρτηση με το χρόνο είναι αυτή που φαίνεται ποιοτικά στο διπλανό διάγραμμα. Σ Λ



δ. το συνολικό επαγωγικό φορτίο είναι ίσο με μηδέν. Σ Λ

87. Αν διπλασιάσουμε τη χρονική διάρκεια στην οποία συμβαίνει μια συγκεκριμένη μεταβολή της μαγνητικής ροής σ' ένα κλειστό κύκλωμα τότε το επαγωγικό φορτίο δεν θα μεταβληθεί ενώ η μέση τιμή της έντασης του επαγωγικού ρεύματος θα διπλασιαστεί. Σ Λ

88. Αν η μεταλλική ράβδος ΚΛ ολισθαίνει με σταθερή ταχύτητα πάνω στους αγωγούς Αx και Γψ χωρίς τριβές τότε:



α. η ράβδος ΚΛ διαρρέεται από ρεύμα σταθερής έντασης με φορά από το Κ στο Λ. Σ Λ

β. αν η ωμική αντίσταση της ράβδου ΚΛ είναι διάφορη του μηδενός τότε το μέτρο της επαγωγικής ΗΕΔ που αναπτύσσεται στη ράβδο ισούται με τη διαφορά δυναμικού $V_{ΚΛ}$. Σ Λ

γ. για να κινείται η ράβδος ΚΛ με σταθερή ταχύτητα πρέπει να ασκείται πάνω της μια σταθερή εξωτερική δύναμη, ομόρροπη της ταχύτητας. Σ Λ

δ. αν η ωμική αντίσταση της ράβδου ΚΛ είναι ίση με μηδέν τότε το επαγωγικό φορτίο είναι ανάλογο με την οριζόντια απόσταση που διανύει η ράβδος. Σ Λ

89. Όταν μια μεταλλική ράβδος εκτελεί μεταφορική κίνηση μέσα σε ομογενές μαγνητικό πεδίο, τότε στη ράβδο δεν αναπτύσσεται ΗΕΔ από επαγωγή, μόνο αν η ταχύτητα της ράβδου είναι παράλληλη στις δυναμικές γραμμές. Σ Λ

90. Όταν μια μεταλλική ράβδος περιστρέφεται μέσα σε ομογενές μαγνητικό πεδίο γύρω από άξονα που διέρχεται από το ένα της άκρο, και είναι κάθετος σ' αυτήν, τότε στην ράβδο θα εμφανιστεί σίγουρα ΗΕΔ από επαγωγή. Σ Λ

Ερωτησεισ Αντιστοιχισησ

Να αντιστοιχίσετε τα στοιχεία της αριστερής στήλης με αυτά της δεξιάς. Κάποιο στοιχείο σε μία από τις δύο στήλες μπορεί να περισσεύει.

1. Είδος αγωγού — **Μαθηματική σχέση**

Α. Ευθύγραμμος αγωγός απείρου μήκους

Β. Κυκλικός αγωγός Ν σπειρών

Γ. Σωληνοειδές

Δ. Κυκλικός αγωγός μιας σπείρας

α. $I = \dfrac{B\ell}{4\pi K\mu N}$

β. $\dfrac{B}{I} = \dfrac{2K\mu}{r}$

γ. $B \cdot r = 2I\pi K\mu \cdot N$

δ. $r = \dfrac{\pi I}{B}$

ε. $\pi = \dfrac{Br}{2K\mu I}$

2. Φυσικό μέγεθος και σταθερές — **Μονάδα μέτρησης**

Α. Ένταση μαγνητικού πεδίου

Β. Μαγνητική ροή

Γ. Επαγωγική ΗΕΔ

Δ. Μαγνητική σταθερά Κμ

Ε. Επαγωγικό φορτίο

ΣΤ. Ένταση επαγωγικού ρεύματος.

α. $\dfrac{Tm}{A}$

β. $\dfrac{Wb}{m^2}$

γ. $T \cdot m^2$

δ. $\dfrac{Wb}{\Omega}$

ε. $\dfrac{Wb}{s}$

3.

Στήλη Α	**Στήλη Β**
Α. Μαγνητικό πεδίο ευθύγραμμου πεδίου.	α. ΗΕΔ από επαγωγή
	β. Νόμος του Newmann
Β. Ρυθμός μεταβολής της μαγνητικής ροής.	γ. Ομόκεντροι κύκλοι
Γ. Επαγωγικό φορτίο	δ. $\Phi = B \cdot S$.
Δ. Δύναμη Laplace	ε. Ρευματοφόρος αγωγός μέσα σε μαγνητικό πεδίο.

4.

Φυσικό μέγεθος	**Είδος μεγέθους**
Α. Μαγνητική ροή	α. Μονόμετρο
Β. Μεταβολή μαγνητικής ροής	
Γ. Ρυθμός μεταβολής μαγνητικής ροής	β. Διανυσματικό
Δ. Δύναμη Laplace	
Ε. Επαγωγικό φορτίο	
ΣΤ. Ένταση μαγνητικού πεδίου.	

5.

Στήλη Α	**Στήλη Β**
Α. Δύναμη Laplace ίση με μηδέν	α. Ομογενές μαγνητικό πεδίο
Β. Επαγωγική ΗΕΔ ίση με μηδέν	β. Ευθύγραμμος αγωγός παράλληλος στις μαγνητικές δυναμικές γραμμές.
Γ. Μαγνητική ροή ίση με μηδέν	γ. Επιφάνεια παράλληλη στις μαγνητικές δυναμικές γραμμές.
Δ. Ένταση μαγνητικού πεδίου σταθερή	δ. Μαγνητική ροή σταθερή και διάφορη του μηδενός.
	ε. Ευθύγραμμος αγωγός κάθετος στις μαγνητικές δυναμικές γραμμές.

ΣΥΠΛΗΡΩΣΗ ΚΕΝΩΝ

Να συμπληρώσετε τα κενά με τις κατάλληλες λέξεις στις παρακάτω προτάσεις.

1. Οι μαγνητικές .... γραμμές είναι ...., σε αντίθεση με τις .... γραμμές που είναι ανοιχτές. Η .... των μαγνητικών δυναμικών γραμμών εκφράζει το πόσο ισχυρό είναι το .... πεδίο.

2. Οι δυναμικές γραμμές του .... πεδίου γύρω από ευθύγραμμο ρευματοφόρο αγωγό, είναι .... κύκλοι των οποίων η .... προσδιορίζεται με τον .... του .... χεριού.

3. 1Η .... Laplace που δέχεται ευθύγραμμος ρευματοφόρος ...., είναι .... και στον αγωγό και στην .... του .... πεδίου. Μονάδα μέτρησής της στο SI είναι το ....

4. Η .... ροή που διέρχεται μέσα από μία επίπεδη επιφάνεια εκφράζει το .... των μαγνητικών .... γραμμών που διέρχονται από την .... Μέσα από μία κλειστή ...., η μαγνητική ροή είναι ίση με ....

5. Η ΗΕΔ από .... που αναπτύσσεται σ' ένα κύκλωμα είναι .... με το .... της .... ροής που διέρχεται από το κύκλωμα και δίνεται από τη σχέση .... Το μείον (-) εκφράζει τον .... του ....

6. Το .... φορτίο λόγω επαγωγής, δεν εξαρτάται από τη .... στην οποία συμβαίνει μια συγκεκριμένη μεταβολή της .... ροής και δίνεται από τη σχέση ....

ΛΥΜΕΝΑ ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΑ

Πρόβλημα 1

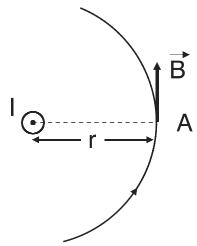
Ευθύγραμμος αγωγός πολύ μεγάλου (απείρου) μήκους διαρρέεται από σταθερό ρεύμα έντασης I και σε χρόνο t = 0,2 s από μια διατομή του διέρχεται φορτίο q = 0,4 C. Αν σ’ένα σημείο Α που απέχει από τον αγωγό απόσταση r, το μέτρο της έντασης του μαγνητικού πεδίου είναι $B = 10^{-5}T$, βρείτε την απόσταση r. Δίνεται ότι $K_\mu = 10^{-7}\dfrac{N}{A^2}$.

Λύση

Δεδομένα	*Ζητούμενα*
$q = 0{,}4\ C$	$r = ;$
$t = 0{,}2\ S$	
$B = 10^{-5}\ T$	
$K_\mu = 10^{-7}\dfrac{N}{A^2}$	

Γνωρίζουμε ότι $I = \dfrac{dq}{dt}$, και όταν I = σταθερό τότε

$$\frac{dq}{dt} = \frac{q}{t}.$$



Άρα θα ισχύει:

$$I = \frac{q}{t} \overset{S.I}{\Rightarrow} I = \frac{0{,}4}{0{,}2}\,A \Rightarrow \boxed{I = 2A}.$$

Για το μέτρο B της έντασης του μαγνητικού πεδίου ισχύει:

$$B = K\mu\,\frac{2I}{r} \Rightarrow B \cdot r = K\mu\,2I \Rightarrow r = \frac{K\mu 2I}{B} \Rightarrow$$

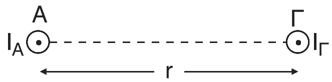
$$\Rightarrow r = \frac{10^{-7} \cdot 2 \cdot 2}{10^{-5}}\,m \Rightarrow \boxed{r = 4 \cdot 10^{-2}\ m}.$$

Πρόβλημα 2

Δύο ευθύγραμμοι παράλληλοι αγωγοί Α και Γ απείρου μήκους, απέχουν μεταξύ τους απόσταση r = 4cm και διαρρέονται από ομόρροπα ρεύματα ίδιας έντασης $I_A = I_\Gamma = I$. Βρείτε σε ποια σημεία η ένταση του μαγνητικού πεδίου των δύο αγωγών θα είναι ίση με μηδέν.

Λύση

Δεδομένα	***Ζητούμενα***
$I_A = I_\Gamma = I$	$r_1 = ;$
$r = 4cm$	$r_2 = ;$



Ο προσδιορισμός των σημείων (ή του σημείου) στα οποία η ένταση του μαγνητικού πεδίου των δύο αγωγών, είναι ίση με μηδέν, θα γίνει αν προσδιορίσουμε την απόσταση αυτών των σημείων από τους δύο αγωγούς. Σε κάθε σημείο, η ένταση B του μαγνητικού πεδίου θα είναι

$$\boxed{\vec{B} = \vec{B}_1 + \vec{B}_2} \qquad (1)$$

όπου $\vec{B}_1$, $\vec{B}_2$ οι εντάσεις σ' εκείνο το σημείο εξαιτίας των ρευμάτων I_A και I_Γ αντίστοιχα. Αν στο σημείο αυτό η ένταση είναι ίση με μηδέν, θα ισχύει

$$\vec{B} = 0 \overset{(1)}{\Rightarrow} \vec{B}_1 + \vec{B}_2 = 0 \Rightarrow \boxed{\vec{B}_1 = -\vec{B}_2} \qquad (2).$$

Δηλαδή οι εντάσεις $\vec{B}_1$ και $\vec{B}_2$ πρέπει να είναι **αντίθετες** οπότε πρέπει να ισχύουν οι εξής συνθήκες:

α. οι εντάσεις $\vec{B}_1$, $\vec{B}_2$ να έχουν ίδια διεύθυνση

β. οι εντάσεις $\vec{B}_1$, $\vec{B}_2$ να έχουν αντίθετη φορά.

γ. οι εντάσεις $\vec{B}_1$, $\vec{B}_2$ να έχουν ίδιο μέτρο ($B_1 = B_2$).

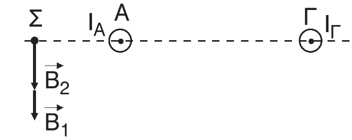
Αν οι αποστάσεις του σημείου από τους αγωγούς Α και Γ είναι r_1 και r_2 αντίστοιχα, γνωρίζουμε ότι η ένταση $\vec{B}_1$ είναι κάθετη στην r_1 και η $\vec{B}_2$ κάθετη στην r_2. Όμως επειδή τα $\vec{B}_1$, $\vec{B}_2$ πρέπει να βρίσκονται στην ίδια ευθεία αυτή πρέπει να είναι κάθετη ταυτόχρονα και στο r_1 και στο r_2. Επειδή τα $\vec{B}_1$, $\vec{B}_2$, r_1, r_2 βρίσκονται **στο ίδιο επίπεδο** (το κάθετο στους δύο αγωγούς), υποχρεωτικά τα r_1, r_2 πρέπει να είναι συνευθειακά αφού τα $\vec{B}_1$, $\vec{B}_2$ έχουν το ίδιο σημείο εφαρμογής.

Συμπέρασμα:

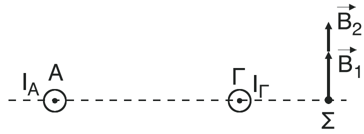
Το σημείο έστω Σ στο οποίο η ένταση B είναι ίση με μηδέν βρίσκεται πάνω σε ευθεία κάθετη στους δύο αγωγούς και βέβαια βρίσκεται σε επίπεδο κάθετο στους δύο αγωγούς.

Έτσι διακρίνουμε τις παρακάτω τρεις περιπτώσεις:

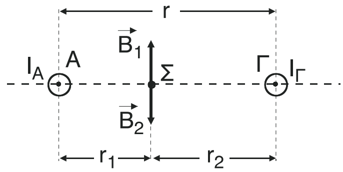
1η περίπτωση: Το σημείο Σ να βρίσκεται αριστερά του αγωγού Α. Η περίπτωση αυτή απορρίπτεται λόγω της συνθήκης β.



2η περίπτωση: Το σημείο Σ να βρίσκεται δεξιά του αγωγού Γ. Η περίπτωση αυτή απορρίπτεται λόγω της συνθήκης β.



3η περίπτωση: Το σημείο Σ να βρίσκεται μεταξύ των αγωγών Α και Γ. Στην περίπτωση αυτή ισχύει η συνθήκη β, οπότε αρκεί να ισχύει και η συνθήκη γ. Δηλαδή $B_1 = B_2$.



Αν το Σ απέχει από τον αγωγό Α απόσταση r_1 και από τον αγωγό Γ απόσταση r_2, θα ισχύει

$$r_1 + r_2 = r \Rightarrow r_2 = r - r_1.$$

Άρα:

$$B_1 = B_2 \Rightarrow K_\mu \frac{2I_A}{r_1} = K_\mu \frac{2I_Γ}{r_2} \Rightarrow K_\mu \frac{2I}{r_1} = K_\mu \frac{2I}{r - r_1} \Rightarrow \frac{1}{r_1} = \frac{1}{r - r_1} \Rightarrow$$

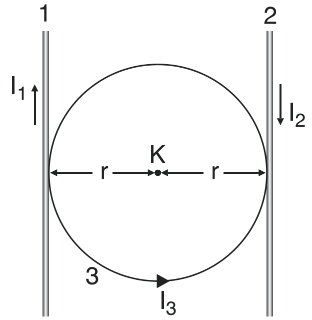
$$2r_1 = r \Rightarrow \boxed{r_1 = \frac{r}{2}} \Rightarrow r_1 = 4 = 2 \text{ cm} \Rightarrow \boxed{r_1 = 2\text{cm}}.$$

Οπότε $r_2 = r - r_1 \Rightarrow r_2 = 4\text{cm} - 2\text{cm} \Rightarrow \boxed{r_2 = 2\text{cm} = r_1}$.

Δηλαδή το σημείο Σ βρίσκεται στο μέσο της απόστασης r μεταξύ των δύο αγωγών. Όμως, αντίστοιχα σημεία με το Σ, στα οποία η ένταση του μαγνητικού είναι ίση με μηδέν, υπάρχουν σε όλα τα επίπεδα (ένα σημείο σε κάθε επίπεδο) που είναι κάθετα στο επίπεδο των δύο αγωγών, και είναι τέτοια τα σημεία αυτά, ώστε να βρίσκονται στο επίπεδο των αγωγών και να ισαπέχουν από αυτούς. Έτσι τα σημεία αυτά, (στα οποία ισχύει $\vec{B} = 0$), βρίσκονται πάνω σε μια ευθεία:

- που είναι παράλληλη στους δύο αγωγούς
- βρίσκεται στο επίπεδο των δύο αγωγών.
- διέρχεται από το μέσο της απόστασης r μεταξύ των αγωγών.

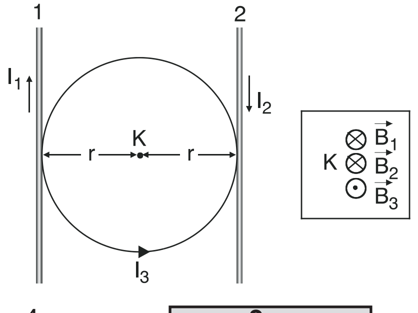
Πρόβλημα 3



Οι ευθύγραμμοι αγωγοί 1 και 2 του διπλανού σχήματος είναι παράλληλοι μεταξύ τους και διαρρέονται από αντίρροπα ρεύματα με εντάσεις I_1 = 2 A και I_2 = 4 A αντίστοιχα. Στο επίπεδο των αγωγών και εφαπτομενικά σ' αυτούς βρίσκεται κυκλικός αγωγός 3 ακτίνας r = 6cm ο οποίος διαρρέεται από ρεύμα έντασης $I_3 = \frac{6}{\pi}$ A με φορά όπως φαίνεται στο σχήμα. Αν $K_\mu = 10^{-7}\,\frac{N}{A^2}$, βρείτε την ένταση του μαγνητικού πεδίου των τριών αγωγών στο κέντρο K του κυκλικού αγωγού. Οι αγωγοί είναι καλυμένοι με μονωτικό υλικό, και βρίσκονται στο επίπεδο της σελίδας.

Λύση

Δεδομένα	*Ζητούμενα*
$I_1 = 2\,A$	B = ; (στο σημείο K).
$I_2 = 4\,A$	
$I_3 = \frac{6}{\pi}\,A$	
$r = 6cm = 6 \cdot 10^{-2}\,m$	
$K_\mu = 10^{-7}\,\frac{N}{A^2}$	



Για την ένταση $\vec{B}$ του μαγνητικού πεδίου στο σημείο K θα ισχύει:

$\boxed{\vec{B} = \vec{B}_1 + \vec{B}_2 + \vec{B}_3}$ (1), όπου $\vec{B}_1$, $\vec{B}_2$, $\vec{B}_3$ οι εντάσεις στο σημείο εξ αιτίας των αγωγών 1, 2, 3 αντίστοιχα. Για τα μέτρα των εντάσεων έχουμε:

$$B_1 = K_\mu \frac{2I_1}{r} \Rightarrow B_1 = 10^{-7}\,\frac{2\cdot 2}{6\cdot 10^{-2}}\,T \Rightarrow B_1 = \frac{4}{6}\cdot 10^{-5}\,T \Rightarrow \boxed{\mathbf{B_1 = \frac{2}{3}\cdot 10^{-5}\,T}},$$

$$B_2 = K_\mu \frac{2I_2}{r} \Rightarrow B_2 = 10^{-7}\,\frac{2\cdot 4}{6\cdot 10^{-2}}\,T \Rightarrow$$

$$\Rightarrow B_2 = \frac{8}{6} \cdot 10^{-5}T \Rightarrow \boxed{B_2 = \frac{4}{3} \cdot 10^{-5}\ T}$$

και $$B_3 = K_\mu \frac{2\pi I_3}{r} \Rightarrow B_3 = 10^{-7} \frac{2\pi\, 6/\pi}{6 \cdot 10^{-2}} T \Rightarrow$$

$$B_3 = 10^{-7} \frac{2 \cdot 6}{6 \cdot 10^{-2}} T \Rightarrow \boxed{B_3 = 2 \cdot 10^{-5}\ T}.$$

Οι διευθύνσεις των εντάσεων $\vec{B}_1$, $\vec{B}_2$ και $\vec{B}_3$ στο σημείο Κ (φαίνονται στο σχήμα) είναι κάθετες στο επίπεδο της σελίδας και τα $\vec{B}_1$, $\vec{B}_2$ είναι ομόρροπες μεταξύ τους και αντίρροπα με το $\vec{B}_3$. Επειδή και οι τρεις εντάσεις είναι συγγραμμικές η διανυσματική σχέση (1) γίνεται εύκολα αλγεβρική ορίζοντας ως θετική φορά των εντάσεων, έστω την προς τα μέσα. Έτσι έχουμε:

$$B = B_1 + B_2 - B_3 \Rightarrow B = \left(\frac{2}{3} \cdot 10^{-5} + \frac{4}{3} \cdot 10^{-5} - 2 \cdot 10^{-5}\right)T \Rightarrow$$

$$\Rightarrow B = (2 \cdot 10^{-5} - 2 \cdot 10^{-5})T \Rightarrow \boxed{B = 0T}.$$

Πρόβλημα 4

Κυκλικό πλαίσιο ακτίνας r_1 =10 cm αποτελείται από N = 4 σπείρες και παρουσιάζει ωμική αντίσταση R = 9Ω. Τα άκρα του πλαισίου συνδέονται στους πόλους πηγής με ΗΕΔ Ε = 12V και εσωτερική αντίσταση r, με αποτέλεσμα στο κέντρο του κυκλικού πλαισίου, η ένταση του μαγνητικού πεδίου να είναι $B = 96\pi \cdot 10^{-7}T$. Αν $K_\mu = 10^{-7}\ \frac{N}{A^2}$, βρείτε την εσωτερική αντίσταση r της πηγής.

Λύση

Δεδομένα	***Ζητούμενα***
$r_1 = 10cm = 10^{-1}m$	$r = ;$
$N = 4$ σπείρες	
$R = 9\Omega$	
$E = 12V$	
$B = 96\pi \cdot 10^{-7}T$	
$K_\mu = 10^{-7}\ \frac{N}{A^2}$	

Αν Ι η ένταση του ηλεκτρικού ρεύματος που διαρρέει το πλαίσιο, για το μέτρο Β της έντασης του μαγνητικού πεδίου ισχύει:

$$B = K_\mu \frac{2\pi I N}{r_1} \Rightarrow B - r_1 = K_\mu 2\pi I \cdot N \Rightarrow I = \frac{Br_1}{K_\mu\, 2\pi N} \overset{\text{S.I.}}{\Rightarrow}$$

$$\Rightarrow I = \frac{96\pi \cdot 10^{-7} \cdot 10^{-1}}{10^{-7} 2\pi \cdot 4} A \;\Rightarrow I = 12 \cdot 10^{-1}\, A \Rightarrow \boxed{I = 1{,}2\, A}$$

Από το νόμο του Ohm για κλειστό κύκλωμα έχουμε:

$$I = \frac{E}{R_{ολ}} \text{ με } R_{ολ} = R + r.$$

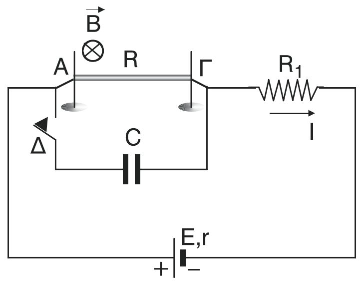
Άρα: $I = \dfrac{E}{R + r} \Rightarrow (R + r)\, I = E \Rightarrow R + r = \dfrac{E}{I} \Rightarrow$

$$r = \frac{E}{I} - R \Rightarrow r = \left(\frac{12}{1{,}2} - 9\right)\Omega \Rightarrow r = (10 - 9)\ \Omega \Rightarrow \boxed{r = 1\Omega}.$$

Πρόβλημα 5

Ο ευθύγραμμος ομογενής αγωγός ΑΓ του σχήματος έχει μήκος $l = 0{,}2m$, διατομή $S = 4 \cdot 10^{-7} m^2$, μάζα $m = 8 \cdot 10^{-4} Kgr$, αντίσταση $R = 0{,}05\Omega$ και είναι συνεχώς κάθετος σε δύο κατακόρυφους μονωτικούς στύλους, πάνω στους οποίους μπορεί να ολισθαίνει χωρίς τριβές. Ο αγωγός βρίσκεται μέσα στο πεδίο βαρύτητας και μέσα σε οριζόντιο ομογενές μαγνητικό πεδίο, έντασης Β κάθετο στο επίπεδο των δύο στύλων και με φορά όπως φαίνεται στο σχήμα.

Στον αγωγό συνδέεται σε σειρά ωμική αντίσταση $R_1 = 8{,}95\Omega$ και πηγή συνεχούς ρεύματος με ηλεκτρεγερτική δύναμη $E = 10V$ και εσωτερική αντίσταση $r = 1\Omega$. Στα άκρα του αγωγού ΑΓ συνδέεται παράλληλα προς τον αγωγό πυκνωτής χωρητικότητας $C = 10^{-7} F$ μέσω διακόπτη Δ. Στην αρχή ο διακόπτης Δ είναι ανοικτός, ο πυκνωτής αφόρτιστος και ο αγωγό ισορροπεί. (Δίνεται $g = 10m/s^2$).



α. Να υπολογιστεί η ειδική αντίσταση του υλικού του αγωγού.

β. Να υπολογιστεί η ένταση του ρεύματος Ι που διαρρέει το κύκλωμα.

γ. Να υπολογιστεί το μέτρο της έντασης Β του μαγνητικού πεδίου.

δ. Σταθεροποιούμε τον αγωγό στη θέση ισορροπίας του και κλείνουμε το διακόπτη Δ. Να υπολογιστεί η τελική τιμή της ενέργειας του πυκνωτή.

[Εξετάσεις 2002]

Λύση

Δεδομένα	***Ζητούμενα***
$l = 0{,}2m = 2 \cdot 10^{-1}m$	α. $\rho = ;$
$S = 4 \cdot 10^{-7}m^2$	β. $I = ;$
$m = 8 \cdot 10^{-4}\,Kg$	γ. $B = ;$
$R = 0{,}05\Omega = 5 \cdot 10^{-2}\,\Omega$	δ. $U = ;$
$R_1 = 8{,}95\,\Omega$	
$r = 1\Omega$	
$E = 10V$	
$C = 10^{-7}\,F$	
$g = 10\,\dfrac{m}{S^2}$	

α. Αν ρ η ειδική αντίσταση του υλικού αγωγού, από το νόμο της αντίστασης έχουμε:

$$R = \rho\,\frac{l}{S} \Rightarrow R \cdot S = \rho \cdot l \Rightarrow \rho = \frac{R \cdot S}{l} \Rightarrow \rho = \frac{5 \cdot 10^{-2} \cdot 4 \cdot 10^{-7}}{2 \cdot 10^{-1}}\,\Omega \cdot m \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \rho = \frac{10 \cdot 10^{-9}}{10^{-1}}\,\Omega \cdot m \Rightarrow \boxed{\rho = 10^{-7}\,\Omega \cdot m}$$

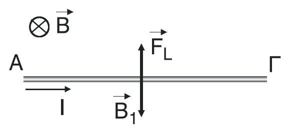
β. Για την ολική αντίσταση $R_{ολ}$ του κυκλώματος έχουμε:

$$R_{ολ} = R + R_1 + r \Rightarrow R_{ολ} = (0{,}05 + 8{,}95 + 1)\Omega \Rightarrow \boxed{R_{ολ} = 10\Omega}.$$

Αν I η ένταση του ρεύματος που διαρρέει το κύκλωμα, και επομένως και τον αγωγό ΑΓ, από το νόμο του Ohm για κλειστό κύκλωμα έχουμε:

$$I = \frac{E}{R_{ολ}} \Rightarrow I = \frac{10}{10}\,A \Rightarrow \boxed{I = 1\,A}.$$

γ. Στον αγωγό ΑΓ (στο μέσο του) ασκείται η δύναμη του βάρους του $\vec{B}_1$ και η δύναμη Laplace $\vec{F}_L$ από το μαγνητικό πεδίο, όπως φαίνεται στο διπλανό σχήμα. Για τα μέτρα των δυνάμεων αυτών έχουμε: $B_1 = m_1 g$ και $F_L = BI\ell$.

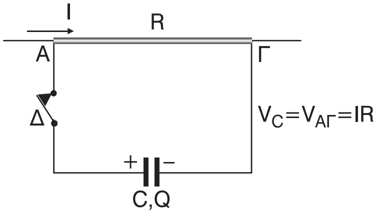


Αφού ο αγωγός ΑΓ ισορροπεί, θα ισχύει:

$$\Sigma F = 0 \Rightarrow F_L - B_1 = 0 \Rightarrow F_L = B_1 \Rightarrow BI\ell = mg \Rightarrow B = \frac{mg}{I \cdot \ell} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow B = \frac{8 \cdot 10^{-4} \cdot 10}{1 \cdot 2 \cdot 10^{-1}\,T} \Rightarrow \boxed{B = 4 \cdot 10^{-2}T}.$$

δ. Τη στιγμή που κλείνουμε το διακόπτη η ένταση του ρεύματος που διαρρέει τον αγωγό ΑΓ είναι Ι =1 Α. Για το πολύ μικρό χρονικό διάστημα που διαρκεί η φόρτιση του πυκνωτή θα έχουμε ρεύμα και στον κλάδο που βρίσκεται ο πυκνωτής. Όταν όμως ο πυκνωτής φορτιστεί πλήρως με φορτίο, έστω Q, η ένταση του ρεύματος που διαρρέει τον αγωγή ΑΓ γίνεται πάλι ίση με Ι =1 Α, αφού ο φορτισμένος πυκνωτής λειτουργεί ως ανοιχτός διακόπτης. Τότε η τάση, έστω V_C, στα άκρα του πυκνωτή είναι:



$$V_C = V_{ΑΓ} = = I \cdot R,$$

οπότε $V_C = I \cdot R \overset{S.I.}{\Rightarrow} V_C = 1 \cdot 5 \cdot 10^{-2}\ V \Rightarrow \boxed{\mathbf{V_C = 5 \cdot 10^{-2}\ V}}$.

Άρα, η τελική τιμή U της ενέργειας του πυκνωτή είναι:

$$U = \frac{1}{2} C \cdot V_C^2 \overset{S.I.}{\Rightarrow} U = \frac{1}{2} \cdot 10^{-7}(5 \cdot 10^{-2})^2\ J \overset{S.I.}{\Rightarrow} U = \frac{1}{2} \cdot 10^{-7} \cdot 25 \cdot 10^{-4} J \Rightarrow$$

$$\Rightarrow U = 12{,}5 \cdot 10^{-11} J \Rightarrow \boxed{\mathbf{U = 1{,}25 \cdot 10^{-10}\ J}}.$$

Αλλιώς υπολογίζουμε το φορτίο Q του πυκνωτή:

$$Q = C \cdot V \overset{S.I.}{\Rightarrow} Q = 10^{-7} \cdot 5 \cdot 10^{-2}\ C \Rightarrow \boxed{\mathbf{Q = 5 \cdot 10^{-9}\ C}}.$$

Άρα, για την τελική τιμή U της ενέργειας του πυκνωτή, έχουμε:

$$U = \frac{1}{2} Q \cdot V_C \overset{S.I.}{\Rightarrow} U = \frac{1}{2} 5 \cdot 10^{-9} \cdot 5 \cdot 10^{-2}\ J \Rightarrow \boxed{\mathbf{U = 1{,}25 \cdot 10^{-10}\ J}} \quad ή$$

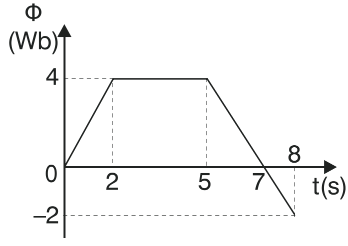
$$U = \frac{1}{2}\frac{1}{C} \cdot Q^2 \overset{S.I.}{\Rightarrow} U = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{10^{-7}} (5 \cdot 10^{-9})^2\ J \Rightarrow U = \frac{1}{2} \cdot \frac{25 \cdot 10^{-18}}{10^{-7}}\ J \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \boxed{\mathbf{U = 1{,}25 \cdot 10^{-10}\ J}}.$$

Πρόβλημα 6

Στο διπλανό διάγραμμα φαίνεται πως μεταβάλλεται η μαγνητική ροή Φ που διέρχεται από ένα κύκλωμα σε συνάρτηση με το χρόνο t. Αν η αντίσταση του κυκλώματος είναι R = 1Ω:

α. βρείτε τη σχέση Φ = F(t) για το χρονικό διάστημα από 0s έως 8 s.



β. βρείτε τη σχέση $E_{επ} = f(t)$ για το χρονικό διάστημα από 0 s έως 8 s και κάντε την αντίστοιχη γραφική παράσταση.

γ. βρείτε τη σχέση $I_{επ} = f(t)$ για το χρονικό διάστημα από 0 s έως 8 s και κάντε την αντίστοιχη γραφική παράσταση.

Λύση

Δεδομένο	***Ζητούμενο***
(R = 1Ω)	*α. Φ = ; f(t)*
	β. $E_{επ}$ = ; f(t)
	γ. $I_{επ}$ = ; f(t)

α. Από τη γραφική παράσταση Φ = f(t) της εκφώνησης και:

- για χρονικό διάστημα από **0 s έως 2 s,** η σχέση Φ = f(t) είναι της μορφής

$$\boxed{\Phi = \kappa \cdot t} \quad (1),$$

αφού η γραφική παράσταση είναι ευθεία που διέρχεται από την αρχή των αξόνων, όπου κ = σταθ.

Για t = 2s είναι Φ = 4Wb.

Άρα από (1) $\Rightarrow 4Wb = \kappa \cdot 2\,s \Rightarrow \kappa = \dfrac{4Wb}{2s} \Rightarrow \boxed{K = 2\,\dfrac{Wb}{s}}$.

Επομένως από (1) $\Rightarrow \boxed{\Phi = 2t}$ SI.

- για το χρονικό διάστημα από **2 s έως 5 s** είναι $\boxed{\Phi = 4Wb = σταθ}$.

- για το χρονικό διάστημα από **5 s έως 8 s,** η σχέση Φ = f(t) είναι της μορφής

$$\boxed{\Phi = \mu \cdot t + \nu} \quad (2),$$

αφού η γραφική παράσταση είναι ευθεία φθίνουσα, όπου μ, ν = σταθ.

Για t = 5 s είναι Φ = 4Wb. Άρα από (2) $\Rightarrow$ 4Wb = μ · 5s + ν (3)

Για t = 7 s είναι Φ = 0Wb. Άρα από (2) $\Rightarrow$ 0Wb = μ · 7s + ν (4).

Αφαιρώντας κατά μέλη τις σχέσεις (3) και (4) προκύπτει:

$$(3) - (4) \Rightarrow 4Wb - 0Wb = 5\mu s + \nu - (7\mu s + \nu) \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 4Wb = 5\mu s + \nu - 7\mu s - \nu \Rightarrow 4Wb = -2\mu s \Rightarrow \mu = \frac{4Wb}{-2s} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \boxed{\mu = -2\,\frac{Wb}{s}}.$$

Οπότε από (4) $\Rightarrow v = -7\mu \cdot s \Rightarrow v = -7\left(-2\,\frac{Wb}{s}\right) \cdot s \Rightarrow \boxed{v = 14\ Wb}$.

Άρα από (2) $\Rightarrow \boxed{\Phi = -2t + 14}$ (SI).

β. Από **0 s έως 2 s** είναι $\Phi = 2t$ (SI). Από το νόμο της επαγωγής είναι

$$E_{\varepsilon\pi} = -\frac{d\Phi}{dt} \quad (5).$$

Όμως, ο στιγμιαίος ρυθμός $d\Phi/dt$, όπως έχουμε δει, ισούται με τον συντελεστή διεύθυνσης της ευθείας με εξίσωση $\Phi = 2t$ (SI).

Δηλαδή $\frac{d\Phi}{dt} = 2\,\frac{Wb}{s}$.

Άρα από (5) $\Rightarrow E_{\varepsilon\pi} = -2\,\frac{Wb}{s} \Rightarrow \boxed{E_{\varepsilon\pi} = -2V = \sigma\tau\alpha\theta}$.

Από **2 s έως 5 s** είναι $\Phi = 4Wb = \sigma\tau\alpha\theta.$

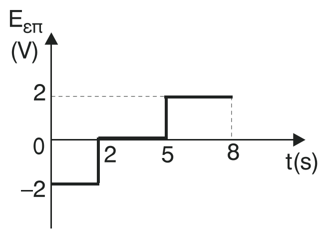
Άρα $d\Phi = 0Wb$, οπότε από (5) $\Rightarrow \boxed{E_{\varepsilon\pi} = 0V}$.

Από **5 s έως 8 s** είναι $\Phi = -2t + 14$ (SI).

Όμως $\frac{d\Phi}{dt} = -2\,\frac{Wb}{s}$.

Άρα (5) $\Rightarrow E_{\varepsilon\pi} = -(-2)\,\frac{Wb}{s} \Rightarrow E_{\varepsilon\pi} = 2V$.

Οπότε η γραφική παράσταση Εεπ = f(t) φαίνεται στο διπλανό διάγραμμα.



γ. • Από **0 s έως 2 s** είναι $E_{\varepsilon\pi} = -2V$.

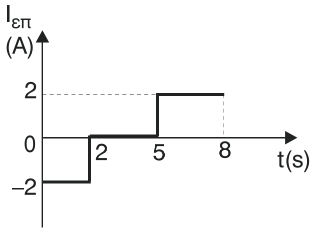
Οπότε $I_{\varepsilon\pi} = \frac{E_{\varepsilon\pi}}{R} \Rightarrow I_{\varepsilon\pi} = \frac{-2}{1}\,A \Rightarrow \boxed{I_{\varepsilon\pi} = -2\ A}$.

• Από **2 s έως 5 s** είναι $E_{\varepsilon\pi} = 0V$.

Οπότε $I_{\varepsilon\pi} = \frac{E_{\varepsilon\pi}}{R} \Rightarrow I_{\varepsilon\pi} = \frac{0}{1}\,A \Rightarrow \boxed{I_{\varepsilon\pi} = 0\ A}$.

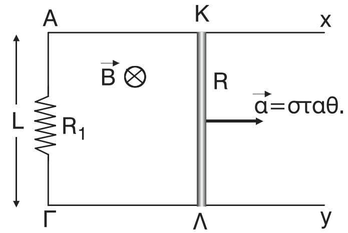
• Από **5 s έως 8 s** είναι $E_{\varepsilon\pi} = 2V$.

Οπότε $I_{\varepsilon\pi} = \frac{E_{\varepsilon\pi}}{R} \Rightarrow I_{\varepsilon\pi} = \frac{2}{1}\,A \Rightarrow \boxed{I_{\varepsilon\pi} = 2\ A}$.



Οπότε η γραφική παράσταση $I_{επ} = f(t)$ φαίνεται στο διπλανό διάγραμμα.

Πρόβλημα 7



Η μεταλλική ράβδος ΚΛ στο διπλανό σχήμα έχει αντίσταση R = 1Ω και τη χρονική στιγμή t = 0 s αποκτά σταθερή επιτάχυνση μέτρου $a = 1\ \frac{m}{s^2}$, ξεκινώντας από την ηρεμία, υπό την επίδραση μιας εξωτερικής δύναμης $\vec{F}$. Η ράβδος κινείται χωρίς τριβές ακουμπώντας στα σύρματα Αχ και Γψ μέσα στο ομογενές μαγνητικό πεδίο του σχήματος έντασης B = 0,5 T. Η τιμή της αντίστασης R_1 είναι R_1 = 1Ω, και η μάζα m της ράβδου είναι m = 0,8 Kg.

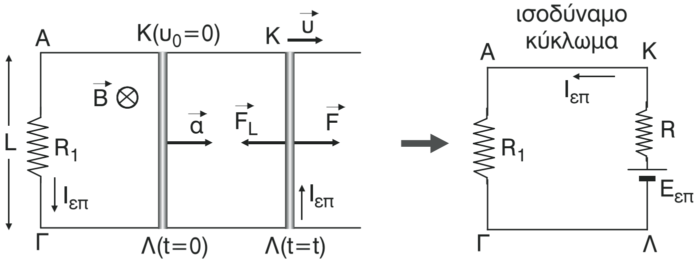
α. Αν τη χρονική στιγμή t = 3 s, το μέτρο της επαγωγικής ΗΕΔ είναι $E_{επ}$ = 1,5V, βρείτε το μήκος L της ράβδου ΚΛ.

β. Τη χρονική στιγμή t = 10s βρείτε το μέτρο $I_{επ}$ της έντασης του επαγωγικού ρεύματος που διαρρέει την αντίσταση R_1 καθώς και την τάση $V_{ΛΚ}$ στα άκρα της ράβδου.

γ. Τη χρονική στιγμή t = 20 s βρείτε το μέτρο F της εξωτερικής δύναμης $\vec{F}$ καθώς και τον ρυθμό παραγωγής θερμότητας P_{R1}, στην αντίσταση R_1.

Λύση

Δεδομένα	*Ζητούμενα*
$R = 1Ω$	α. $L = ;$
$a = 1\ \frac{m}{s^2}$	β. $I_{επ} = ;$ $V_{ΛΚ} = ;$
$t = 0s$ είναι $υ_0 = 0\ m\backslash s$	γ. $F = ;$ $P_{R_1} = ;$
$B = 0,5\ T$	
$R_1 = 1Ω$	
$m = 0,8\ Kg$	
α. $t = 3s$, $E_{επ} = 1,5\ V$	
β. $t = 10\ s$, γ. $t = 20\ s$	



α. Για το μέτρο $E_{επ}$ της επαγωγικής ΗΕΔ έχουμε:

$$E_{επ} = \frac{|d\Phi|}{dt} \Rightarrow E_{επ} = \frac{d\Phi}{dt} \text{ (1)},$$

όπου $\frac{d\Phi}{dt}$ ο στιγμιαίος ρυθμός μεταβολής της μαγνητικής ροής που διέρχεται από το κύκλωμα ΚΛΓΑ, με

$$d\Phi = B \cdot dS = B \cdot L \cdot dx \text{ (2)},$$

όπου dS το στοιχειώδες εμβαδό και dx η στοιχειώδης μετατόπιση που διέγραψε η ράβδος ΚΛ σε στοιχειώδη χρόνο dt.

Έτσι από (1) $\Rightarrow E_{επ} = \frac{BLdx}{dt} \Rightarrow \boxed{E_{επ} = B \cdot L\, υ}$ (3),

όπου U το μέτρο της ταχύτητας της ράβδου τη χρονική στιγμή t. Όμως η μεταφορική κίνηση της ράβδου ΚΛ είναι ευθύγραμμη ομαλά επιταχυνόμενη με επιτάχυνση α και χωρίς αρχική ταχύτητα. Άρα $υ = α \cdot t$ (4).

Έτσι:από (3) $\Rightarrow \boxed{E_{επ} = BLαt}$ (5).

Από (5) $\Rightarrow \boxed{L = \frac{E_{επ}}{Bα \cdot t}} \Rightarrow L = \frac{1{,}5}{0{,}5 \cdot 1 \cdot 3}\ m \Rightarrow \boxed{L = 1m}$.

β. Από το ισοδύναμο κύκλωμα προκύπτει ότι: $I_{επ} = \frac{E_{επ}}{R_{ολ}}$ όπου $R_{ολ} = R + R_1$ η ολική αντίσταση του ισοδύναμου κυκλώματος.

Άρα $I_{επ} = \frac{E_{επ}}{R + R_1} \overset{(5)}{\Rightarrow} \boxed{I_{επ} = \frac{BLα}{R + R_1} t} \overset{S.I.}{\Rightarrow} I_{επ} = \frac{0{,}5 \cdot 1 \cdot 1}{1 + 1} \cdot t \Rightarrow$

$\boxed{I_{επ} = 0{,}25\ t}$ (SI). (6).

Για t = 10 s από (6) $\Rightarrow I_{επ} = 0{,}25 \cdot 10\ A \Rightarrow \boxed{I_{επ} = 2{,}5\ A}$.

Από το ισοδύναμο κύκλωμα προκύπτει ότι:

$$V_{ΚΛ} = V_{ΑΓ} \Rightarrow V_{ΚΛ} = I_{επ} \cdot R_1 \Rightarrow V_{ΚΛ} = 2{,}5 \cdot 1\ V \Rightarrow V_{ΚΛ} = 2{,}5\ V.$$

Άρα $\boxed{V_{ΛΚ} = -2{,}5\ V}$.

γ. Πάνω στη ράβδο εκτός από την εξωτερική δύναμη $\vec{F}$ ενεργεί και η δύναμη Laplace $\vec{F}_L$ που δέχεται από το μαγνητικό πεδίο με κατεύθυνση, όπως φαίνεται στο σχήμα, αντίθετη της επιτάχυνσης α και της εξωτερικής δύναμης $\vec{F}$ και μέτρο $\boxed{F_L = B \cdot I_{επ} \cdot L}$. (7).

Από το θεμελιώδη νόμο της μηχανικής έχουμε:

$$\Sigma F = m \cdot α \Rightarrow F - F_L = mα \Rightarrow F = F_L + mα \overset{(7)}{\Rightarrow} F = BI_{επ} \cdot L + m \cdot α \Rightarrow$$

$$\Rightarrow F = 0{,}5 \cdot 0{,}25t \cdot 1 + 0{,}8 \cdot 1 \Rightarrow \boxed{F = 0{,}125t + 0{,}8}\ (SI).\ (8).$$

Για t = 20s από (8) $\overset{S.I.}{\Rightarrow} F = (0{,}125 \cdot 20 + 0{,}8)N \Rightarrow F = (2{,}5 + 0{,}8)N \Rightarrow$

$$\Rightarrow \boxed{F = 3{,}3\ N}.$$ Επίσης:

για t = 20 s από (6) $\overset{S.I.}{\Rightarrow} I_{επ} = 0{,}25 \cdot 20\ A \Rightarrow I_{επ} = 5\ A$.

Επομένως, ο ρυθμός παραγωγής θερμότητας (θερμική ισχύς) P_{R_1}, τη στιγμή t = 20 s είναι:

$$P_{R_1} = I_{επ}^2 \cdot R_1 \overset{S.I.}{\Rightarrow} P_{R_1} = 5^2 \cdot 1\ W \Rightarrow \boxed{P_{R_1} = 25\ W}.$$

ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΑ ΓΙΑ ΛΥΣΗ

8. Ευθύγραμμος αγωγός απείρου μήκους διαρρέεται από ρεύμα έντασης $I = 1{,}2$ A. Αν στο σημείο Σ που απέχει από τον αγωγό απόσταση $r = 2{,}4$ cm η ένταση του μαγνητικού πεδίου είναι B βρείτε:

α. το μέτρο της έντασης B στο σημείο Σ.

β. ένα ομοεπίπεδο σημείο με το σημείο Σ στο οποίο η ένταση του μαγνητικού πεδίου είναι $B_1 = -B$.

Δίνεται $K_\mu = 10^{-7}\ \frac{N}{A^2}$.

[Απ. α. $B = 10^{-5}$ T β. Το αντιδιαμετρικό σημείο του Σ που βρίσκεται στην ίδια δυναμική γραμμή με το Σ].

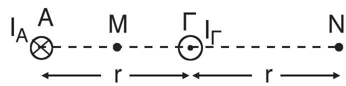
9. Σε απόσταση r από ευθύγραμμο ρευματοφόρο αγωγό πολύ μεγάλου μήκους η ένταση του μαγνητικού πεδίου είναι $B = 4 \cdot 10^{-5}$ T.

α. Πόσο θα γίνει το μέτρο της έντασης του μαγνητικού πεδίου σε απόσταση $r_1 = 3r$ από τον αγωγό αν πρώτα τριπλασιάσουμε την ένταση του ρεύματος που διαρρέει τον αγωγό;

β. Πόση είναι η μεταβολή στο μέτρο της έντασης του μαγνητικού πεδίου για τις δύο αποστάσεις;

[Απ. α. $B_1 = B = 4 \cdot 10^{-5}$T γ. $\Delta B = B_1 - B = 0$T]

10. Για τους ευθύγραμμους αγωγούς Α και Γ του διπλανού σχήματος ισχύουν: $I_A = 4$ A, $I_\Gamma = 2$ A, $r = 2$ cm.



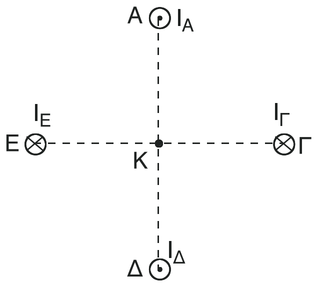
Αν $K_\mu = 10^{-7}\ \frac{N}{A^2}$, βρείτε:

α. την ένταση του μαγνητικού πεδίου στο μέσο Μ της απόστασης μεταξύ των αγωγών.

β. την ένταση του μαγνητικού πεδίου στο σημείο Ν.

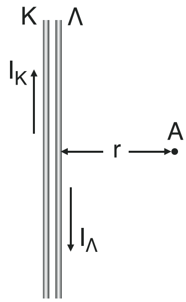
[Απ. α. $B_M = 6 \cdot 10^{-5}$T, $\vec{B}_M \perp$ ΑΓ με φορά προς τα κάτω β. $B_N = 0$].

11. Το σημείο Κ στο διπλανό σχήμα απέχει από τους ευθύγραμμους αγωγούς Α, Γ, Δ, Ε από στάση r = 3cm. Οι παραπάνω αγωγοί διαρρέονται από ρεύματα $I_A = 5$ A, $I_Γ = 7$ A, $I_Δ = 2$ A και $I_E = 4$ A αντίστοιχα. Αν $K_μ = 10^{-7}\,\frac{T \cdot m}{A}$, βρείτε την ένταση Β του μαγνητικού πεδίου στο σημείο Κ.



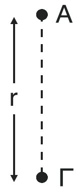
[Απ. $B = 2\sqrt{2} \cdot 10^{-5}$T και $(\widehat{\vec{B}, ΕΓ}) = φ = 45^\circ$]

12. Οι δύο ευθύγραμμοι απείρου μήκους, αγωγοί Κ και Λ του διπλανού σχήματος διαρρέονται από αντίρροπα ρεύματα με εντάσεις $I_K = 4$ A και $I_Λ$ αντίστοιχα. Βρείτε την ένταση $I_Λ$ ώστε η ένταση του μαγνητικού πεδίου στο σημείο Α, που απέχει από τους αγωγούς απόσταση r = 4cm, να έχει μέτρο $B = 10^{-5}$ T. Δίνεται ότι $K_μ = 10^{-7}\,\frac{N}{A^2}$ και οι αγωγοί είναι τυλιγμένοι, ο καθένας, με μονωτικό υλικό.



[Απ. $I_Λ = 2$ A ή $I_Λ = 6$ A].

13. Τα σημεία Α και Γ του διπλανού σχήματος βρίσκονται στο επίπεδο της σελίδας και απέχουν μεταξύ τους απόσταση r = 10cm. Από τα σημεία αυτά διέρχονται δύο ευθύγραμμοι αγωγοί πολύ μεγάλου μήκους, κάθετα στο επίπεδο της σελίδας, οι οποίοι διαρρέονται από ομόρροπα ρεύματα με εντάσεις $I_A = 2$ A και $I_Γ = 3$ A.

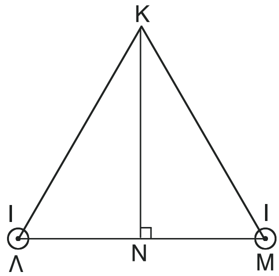


α. Βρείτε σε ποιο σημείο, έστω Σ, της ευθείας ΑΓ η ένταση του μαγνητικού πεδίου των δύο αγωγών είναι ίση με μηδέν.

β. Αν οι εντάσεις των ρευμάτων γίνουν $I_A = 3$ A και $I_Γ = 2$ A βρείτε πόσο θα απέχει το σημείο έστω Λ, στο οποίο η ένταση του μαγνητικού πεδίου είναι μηδέν, από το προηγούμενο σημείο Σ.

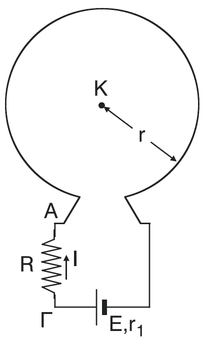
[Απ. α. ΣΑ = 4cm και ΣΓ = 6cm β. ΛΣ = 2cm]

14. Από τις κορυφές Λ και Μ του ισόπλευρου τριγώνου ΚΛΜ του διπλανού σχήματος εισέρχονται δύο ευθύγραμμοι αγωγοί απείρου μήκους που διαρρέονται από ρεύματα ίδιας έντασης $I = 5$ A. Αν γνωρίζετε ότι $K_\mu = 10^{-7} \frac{T \cdot m}{A}$ και ότι το μέτρο της έντασης του μαγνητικού πεδίου των δύο αγωγών, στην κορυφή Κ, είναι $B = 1{,}5 \cdot 10^{-5}$ T, βρείτε το ύψος ΚΝ του τριγώνου.



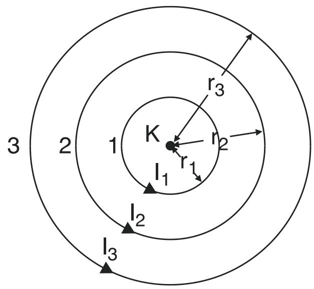
[Απ. ΚΝ = 10^{-1} m].

15. Η ένταση του μαγνητικού πεδίου στο κέντρο Κ του κυκλικού αγωγού του σχήματος έχει μέτρο $B = 2 \cdot 10^{-6}$ T και η ακτίνα του κυκλικού αγωγού είναι $r = 20\pi$ cm. Αν η ΗΕΔ της πηγής είναι $E = 20$V και η εσωτερική της αντίσταση $r_1 = 2\Omega$, βρείτε τη διαφορά δυναμικού $V_{A\Gamma}$. Δίνεται $K_\mu = 10^{-7} \frac{T \cdot m}{A}$.



[Απ. $V_{A\Gamma} = -16$ V]

16. Οι κυκλικοί ομόκεντροι αγωγοί 1, 2, 3 του διπλανού σχήματος έχουν ακτίνες r_1, $r_2 = 2r_1$ και $r_3 = 3r_1$ αντίστοιχα ενώ διαρρέονται από ρεύματα με εντάσεις I_1, $I_2 = 2I_1$ και $I_3 = 3I_1$ αντίστοιχα. Αν δίνεται το Κμ, βρείτε την ένταση του μαγνητικού πεδίου στο κέντρο Κ των τριών αγωγών.



[Απ. $B = 6\pi K_\mu \frac{I_1}{r_1}$ και $\vec{B} \perp$ στο επίπεδο των αγωγών με φορά προς τα πάνω].

17. Κυκλικό πλαίσιο αποτελείται από Ν σπείρες ακτίνας $r = 2\pi$ cm και τα άκρα του συνδέονται με πηγή που έχει ΗΕΔ $E = 24$V και εσωτερική αντίσταση

$r_1 = 2\Omega$. Αν η ένταση του μαγνητικού πεδίου στο κέντρο του πλαισίου είναι $B = 2 \cdot 10^{-4}$ T και η αντίσταση της κάθε σπείρας είναι $R = 1\Omega$, βρείτε τον αριθμό N των σπειρών. Δίνεται $K_\mu = 10^{-7} \dfrac{N}{A^2}$.

[Απ. N = 10 σπείρες].

18. Κυκλικό πλαίσιο αποτελείται από 5 σπείρες ακτίνας πcm και τα άκρα του συνδέονται με πηγή που έχει ΗΕΔ 33V και εσωτερική αντίσταση 1Ω. Αν η αντίσταση της κάθε σπείρας είναι 2Ω, βρείτε το μέτρο της έντασης του μαγνητικού πεδίου στο κέντρο του πλαισίου. Δίνεται η μαγνητική σταθερά ίση με $10^{-7} \dfrac{T \cdot m}{A}$.

[Απ. $B = 6 \cdot 10^{-5}$ T].

19. Τα άκρα κυκλικού αγωγού συνδέονται στους πόλους πηγής αμελητέας ωμικής αντίστασης με αποτέλεσμα η ένταση του μαγνητικού πεδίου στο κέντρο του αγωγού να είναι $B = 6 \cdot 10^{-3}$ T. Κόβουμε τον κυκλικό αγωγό σε ίσα μέρη και με το ένα κομμάτι δημιουργούμε ένα νέο κυκλικό αγωγό τον οποίο συνδέουμε με την ίδια πηγή. Αν η ένταση του μαγνητικού πεδίου στο κέντρο του νέου κυκλικού αγωγού είναι $B_1 = 2{,}4 \cdot 10^{-2}$ T, βρείτε σε πόσα μέρη κόψαμε τον αγωγό.

[Απ. Σε 2 μέρη].

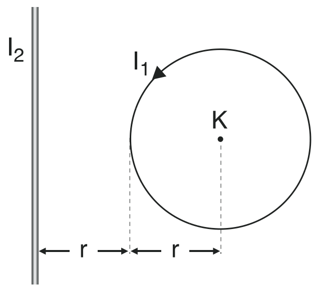
20. Στο κέντρο ενός κυκλικού ρευματοφόρου αγωγού η ένταση του μαγνητικού πεδίου έχει μέτρο $B = \sqrt{2} \cdot 10^{-4}$ T. Αν στρέψουμε τον αγωγό κατά 90° γύρω από μια διάμετρό του, να βρείτε:

α. τη μεταβολή ΔB του μέτρου της έντασης του μαγνητικού πεδίου στο κέντρο του αγωγού.

β. το μέτρο $|\Delta\vec{B}|$ της μεταβολής της έντασης του μαγνητικού πεδίου στο κέντρο του κυκλικού αγωγού.

[Απ. α. ΔB = 0T β. $|\Delta\vec{B}| = 2 \cdot 10^{-4}$ T].

21. Ο κυκλικός αγωγός του διπλανού σχήματος έχει ακτίνα r και διαρρέεται από ρεύμα ένταση $I_1 = \frac{3}{\pi}$ A. Ο ευθύγραμμος αγωγός απείρου μήκους διαρρέεται από ρεύμα έντασης I_2, είναι ομοεπίπεδος με τον κυκλικό αγωγό και απέχει από το κέντρο Κ του κυκλικού αγωγού απόσταση ίση με 2r. Αν η ένταση του μαγνητικού πεδίου των δύο αγωγών στο κέντρο Κ είναι ίση με μηδέν, βρείτε την ένταση και τη φορά ρου ρεύματος που διαρρέει τον ευθύγραμμο αγωγό.



[Απ. I_2 = 6 A με φορά προς τα πάνω].

22. Σε σωληνοειδές που διαρρέεται από ρεύμα έχουμε εισάγει πυρήνα σιδηρομαγνητικού υλικού με σχετική μαγνητική διαπερατότητα $\mu = 10000$ και η ένταση του μαγνητικού πεδίου στο εσωτερικό του σωληνοειδούς είναι B = 3 T. Βρείτε την ένταση του μαγνητικού πεδίου στο εσωτερικό του σωληνοειδούς μετά την αφαίρεση του πυρήνα.

[Απ. $B_1 = 3 \cdot 10^{-4}$ T].

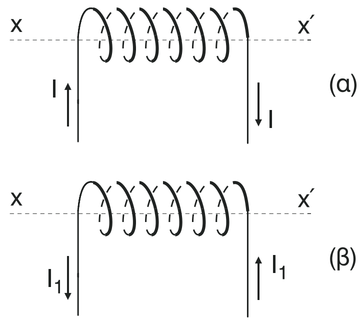
23. Σωληνοειδές με 3 $\frac{\text{σπείρες}}{\text{cm}}$ διαρρέεται από ρεύμα έντασης I ώστε η ένταση του μαγνητικού πεδίου στα άκρα του σωληνοειδούς να έχει μέτρο $B = 6 \cdot 10^{-4}$ T. Αν $K_\mu = 10^{-7} \frac{N}{A^2}$, βρείτε την ένταση I του ρεύματος.

[Απ. $I = \frac{10}{\pi}$ A].

24. Στο κέντρο σωληνοειδούς που διαρρέεται από ρεύμα έντασης 2 A η ένταση του μαγνητικού πεδίου έχει μέτρο $8\pi \cdot 10^{-5}$ T. Αν $\kappa\mu = 10^{-7} \frac{N}{A^2}$, βρείτε τον αριθμό των σπειρών ανά cm του σωληνοειδούς.

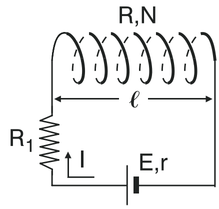
[Απ. $n = \frac{N}{l} = 1 \frac{\text{σπείρα}}{\text{cm}}$].

25. Το σωληνοειδές του σχήματος (α) έχει μήκος $l = 0{,}5m$ και $N = 100$ σπείρες. Αν το σωληνοειδές διαρρέεται από ρεύμα έντασης $I = \frac{4}{\pi}$ A, βρείτε το μέτρο B της έντασης του μαγνητικού πεδίου στο κέντρο του σωληνοειδούς. Στη συνέχεια μειώνουμε την ένταση του ρεύματος στην τιμή $I_1 = \frac{2}{\pi}$ A και φέρουμε το σωληνοειδές στη θέση που φαίνεται στο σχήμα (β). Να βρείτε τη μεταβολή του μέτρου της έντασης του μαγνητικού πεδίου στο κέντρο του σωληνοειδούς καθώς και το μέτρο της μεταβολής της έντασης του μαγνητικού πεδίου στο κέντρο του σωληνοειδούς. Δίνεται: $K_\mu = 10^{-7} \frac{N}{A^2}$.



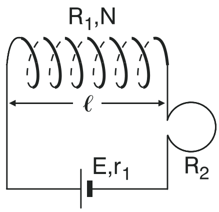
[Απ. $B = 3{,}2 \cdot 10^{-4}$ T, $\Delta B = -1{,}6 \cdot 10^{-4}$T, $|\Delta\vec{B}| = 4{,}8 \cdot 10^{-4}$ T].

26. Στο κύκλωμα του σχήματος έχουμε $E = 24V$, $r = 1\Omega$, $R_1 = 3\Omega$, $N = 50$ σπείρες, $l = 0{,}5m$. Αν το μέτρο της έντασης του μαγνητικού πεδίου στο κέντρο του σωληνοειδούς είναι $B = 1{,}6\pi \cdot 10^{-4}$ T, βρείτε την αντίσταση R του σωληνοειδούς. Δίνεται $κμ = 10^{-7} \frac{N}{A^2}$.



[Απ. R = 2Ω]

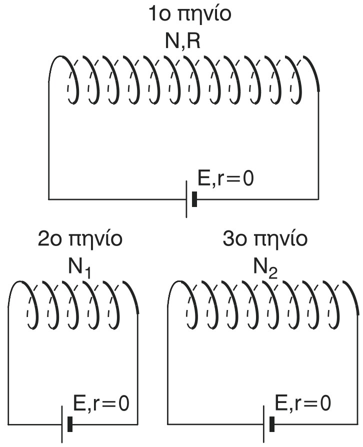
27. Για τα μέτρα B_1 και B_2 των εντάσεων των μαγνητικών πεδίων στο κέντρο του πηνίου και του κυκλικού αγωγού στο διπλανό σχήμα ισχύει $B_1 = 20\ B_2$. Αν γνωρίζετε ότι, $\frac{N}{l} = s\ \frac{\text{σπείρες}}{\text{cm}}$, $E = 9V$, $r_1 = 1\Omega$, $R_1 = 1\Omega$, $R_2 = 1\ \Omega$ βρείτε:



α. την ακτίνα r του κυκλικού αγωγού.
β. τον ρυθμό παραγωγούς θερμότητας στο πηνίο.
γ. τον ρυθμό παραγωγής θερμότητας στον κυκλικό αγωγό.

[Απ. α · $r = 2 \cdot 10^{-2}$m β. $P_1 = 9W$ γ. $P_2 = 9W$].

28. Η ένταση του μαγνητικού πεδίου στο κέντρο του πρώτου πηνίου είναι $B_1 = 2 \cdot 10^{-3}$ T. Κόβουμε το πρώτο πηνίο των N σπειρών και δημιουργούμε έτσι το 2ο και 3ο πηνίο με σπείρες N_1 και N_2 αντίστοιχα, και συνδέουμε το κάθε πηνίο με πηγή, όμοια μ'αυτή που συνδέσαμε το πρώτο πηνίο.
Βρείτε το μέτρο της έντασης του μαγνητικού πεδίου στο κέντρο του δεύτερου και του τρίτου πηνίου, αν $N = 3N_1$.



[Απ. $B_2 = 6 \cdot 10^{-3}$ T, $B_3 = 3 \cdot 10^{-3}$ T].

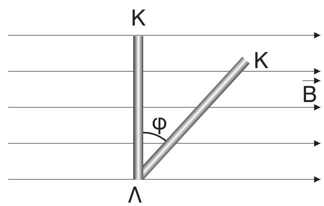
29. Σωληνοειδές με 4 σπείρες ανά cm διαρρέεται από ρεύμα έντασης I = 10 A.
α. Βρείτε το μέτρο B της έντασης του μαγνητικού πεδίου στο εσωτερικό του σωληνοειδούς.
β. Κόβουμε το σωληνοειδές σε δύο άνισα κομμάτια και διαβιβάζουμε στο ένα από αυτά ρεύμα έντασης πάλι I = 10 A. Βρείτε το μέτρο B_1 της έντασης του μαγνητικού πεδίου στο εσωτερικό του κομματιού αυτού. Δίνεται $K_\mu = 10^{-7}\,\frac{N}{A^2}$.

[Απ. α. $B = 1{,}6\pi \cdot 10^{-3}$ T β. $B_1 = 1{,}6\pi \cdot 10^{-3}$ T].

30. Ευθύγραμμος αγωγός μήκους 0,4m βρίσκεται ολόκληρος μέσα σε ομογενές μαγνητικό πεδίο έντασης B σχηματίζοντας με τις δυναμικές γραμμές γωνία φ, τέτοια ώστε συνφ = 0,6, και δέχεται από το πεδίο δύναμη Laplace μέτρου $F_L = 0{,}32$ N. Αν ο αγωγός διαρρέεται από ρεύμα έντασης I = 10 A, βρείτε το μέτρο της έντασης του μαγνητικού πεδίου.

[Απ. B = 0,1 T].

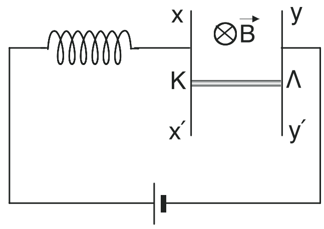
31. Ο ρευματοφόρος αγωγός ΚΛ στο διπλανό σχήμα είναι αρχικά κάθετος στις δυναμικές γραμμές του πεδίου και δέχεται από το πεδίο δύναμη Laplace μέτρου 1 N. Στρέφουμε τον αγωγό μέσα στο ομογενές μαγνητικό πεδίο κατά γωνία



$\varphi = 60^\circ$. Βρείτε πόσο μειώθηκε το μέτρο της δύναμης Laplace.

[Απ. $|\Delta F_L| = 0{,}5$ N].

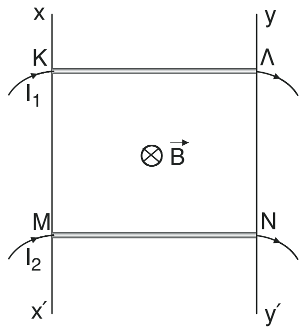
32. Το πηνίο στο διπλανό κύκλωμα έχει 100 σπείρες ανά μέτρο και το μέτρο της έντασης του μαγνητικού πεδίου στο εσωτερικό του είναι $B_1 = 1{,}2\pi \cdot 10^{-4}$ T. Η οριζόντια μεταλλική ράβδος ΚΛ κινείται προς τα πάνω με επιτάχυνση $\alpha = 2\ \frac{m}{s^2}$,



χωρίς τριβές, μέσα στο ομογενές μαγνητικό πεδίο του σχήματος που έχει ένταση B = 2T, βρισκόμενη συνεχώς σε επαφή με τους κατακόρυφους αγωγούς xx' και ψψ' οι οποίοι δεν εμφανίζουν ωμική αντίσταση. Αν $K_\mu = 10^{-7}\ \frac{N}{A^2}$ και $g = 10\ \frac{m}{s^2}$, βρείτε τη μάζα m του αγωγού. Δίνεται (ΚΛ) = 0,5m.

[Απ. m = 0,25 Kg].

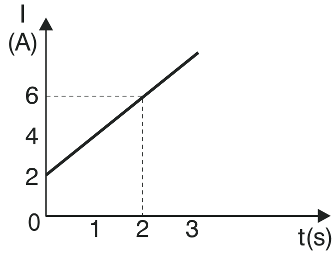
33. Οι μεταλλικές ράβδοι ΚΛ και ΜΝ έχουν μάζα m = 0,5Kg, μήκος l = 1m και διαρρέονται από ρεύματα με εντάσεις $I_1 = 7$ A και I_2. Οι ράβδοι μπορούν να κινούνται χωρίς τριβές βρισκόμενοι συνεχώς σε επαφή με τους κατακόρυφους στύλους xx' και ψψ' οι οποίοι έχουν πολύ μεγάλο μήκος μέσα στο ομογενές μαγνητικό πεδίο έντασης B = 1T, του σχήματος. Κρατάμε τις ράβδους ακίνητες και την ίδια χρονική στιγμή τις αφήνουμε ελεύθερες με αποτέλεσμα οι ράβδοι να απομακρύνονται μεταξύ τους έχοντας κάθε στιγμή αντίθετες ταχύτητες. Αν η αλληλεπίδραση



μεταξύ των ράβδων ΚΛ και ΜΝ θεωρείται αμελητέα και $g = 10\ \frac{m}{s^2}$, βρείτε την ένταση I_2 του ρεύματος που διαρρέει τη ράβδο ΜΝ.

[Απ. $I_2 = 3$ A].

34. Ευθύγραμμος αγωγός μήκους l = 1m βρίσκεται ολόκληρος μέσα σε ομογενές μαγνητικό πεδίο έντασης B = 2 T, και είναι κάθετος στις δυναμικές γραμμές του πεδίου. Ο αγωγός διαρρέεται από ρεύμα του οποίου η ένταση I μεταβάλλεται σε συνάρτηση με το χρόνο t όπως φαίνεται στο διπλανό διάγραμμα. Βρείτε:

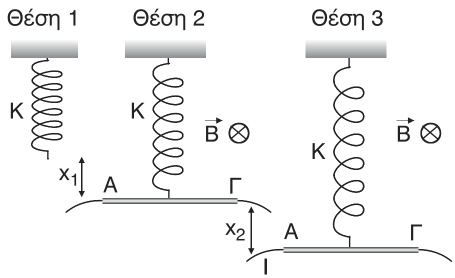


α. το μέτρο της δύναμης Laplace που δέχεται ο αγωγός τη χρονική στιγμή t = 1,24 s.

β. τον ρυθμό μεταβολής του μέτρου της δύναμης Laplace τη χρονική στιγμή t = 2 s.

[Απ. α. $F_L = 8{,}96$ N β. $\frac{dF_L}{dt} = 4\ \frac{N}{s}$ = σταθερό].

35. Το ελατήριο στο διπλανό σχήμα έχει σταθερά $\kappa = 100\ \frac{N}{m}$. Στη θέση 1 το ελατήριο έχει το φυσικό του μήκος, στη θέση 2 η μεταλλική ράβδος ΑΓ ισορροπεί χωρίς να διαρρέεται από ρεύμα ενώ στη θέση 3 ισορροπεί καθώς διαρρέεται από ρεύμα έντασης I. Το μήκος της ράβδου είναι ℓ = 0,5m και η ένταση του ομογενούς μαγνητικού πεδίου είναι B = 2 T.



α. Βρείτε τη φορά και την τιμή της έντασης I του ρεύματος, αν γνωρίζετε ότι $x_2 = 5 \cdot 10^{-2}$ m.

β. Αλλάζοντας τη φορά του ρεύματος διαπιστώνουμε ότι η ράβδος ΑΓ ισορροπεί εκ νέου στη θέση που το ελατήριο έχει το φυσικό του μήκος. Βρείτε: i) το βάρος της ράβδου και ii) την επιμήκυνση x_1.

[Απ. α. I = 5 A με φορά από το Γ στο Α

β. i) mg = 5N ii) $x_1 = 5 \cdot 10^{-2}$ m].

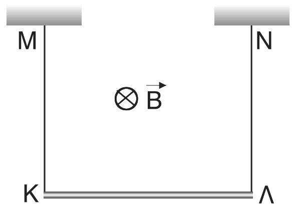
36. Ευθύγραμμος αγωγός μήκους 1m εμφανίζει ωμική αντίσταση 4Ω. Τα άκρα του αγωγού συνδέονται με τους πόλους πηγής με ΗΕΔ 25V και εσωτερική αντίσταση 1Ω. Ένα τμήμα μήκους 0,5m του αγωγού, βρίσκεται μέσα σε ομογενές μαγνητικό πεδίο έντασης 2T και δέχεται από το πεδίο δύναμη Laplace ίση με 5 N.

α. Βρείτε τη γωνία που σχηματίζει ο αγωγός με τις δυναμικές γραμμές.

β. Βρείτε πόσο πρέπει να μεταβληθεί το μέτρο της έντασης του μαγνητικού πεδίου ώστε αν ο αγωγός τοποθετηθεί ολόκληρος και στην ίδια θέση μέσα στο πεδίο, να δέχεται την ίδια δύναμη Laplace.

[Απ. α. $\varphi = 90^\circ$ β. $\Delta B = -1$ T].

37. Η οριζόντια μεταλλική ράβδος ΚΛ στο διπλανό σχήμα κρέμεται από τα δύο κατακόρυφα όμοια νήματα ΜΚ και ΝΛ, διαρρέεται από ρεύμα και βρίσκεται μέσα στο ομογενές μαγνητικό πεδίο έντασης B = 2 T. Αν το βάρος της ράβδου είναι B_1 =20 N, το μήκος της ℓ = 1m και το όριο θραύσης των νημάτων $T_{\theta\rho}$ = 20N, βρείτε:



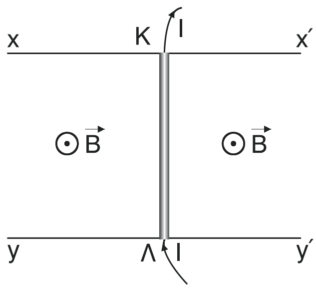
α. τη φορά και την ένταση του ρεύματος που διαρρέει τη ράβδο ώστε η τάση των νημάτων να είναι ίση με μηδέν χωρίς τα νήματα να διπλωθούν.

β. τη φορά και την ένταση του ρεύματος που διαρρέει τη ράβδο ώστε τα νήματα μόλις που να κοπούν.

[Απ. α. I = 10 A με φορά από το Κ στο Λ.

β. I = 10 A με φορά από το Λ στο Κ].

38. Η μεταλλική ράβδος ΚΛ του σχήματος έχει μάζα m = 1Kg και μπορεί να ολισθαίνει χωρίς τριβές πάνω στους οδηγούς xx’ και ψψ’ μέσα στο ομογενές μαγνητικό πεδίο έντασης B = 1,5 T. Η ένταση του ρεύματος που διαρρέει τη ράβδο είναι I = 2 A και το μήκος της ℓ = 0,4 m. Βρείτε:



α. τον ρυθμό μεταβολής της ταχύτητας της ράβδου.

β. τον ρυθμό μεταβολής της θέσης της ράβδου τη χρονική στιγμή t = 2s, αν τη χρονική στιγμή t = 0s η ράβδος ήταν ακίνητη.

[Απ. α. $\frac{du}{dt} = 1{,}2\ \frac{m}{s^2}$ β. $\frac{dx}{dt} = 2{,}4\ \frac{m}{x}$]

39. Δύο ευθύγραμμοι ρευματοφόροι αγωγοί απείρου μήκους απέχουν μεταξύ τους απόσταση r = 0,4m είναι παράλληλοι και διαρρέονται από ομόρροπα ρεύματα ίδιας έντασης. Σε μήκος ℓ = 50cm από τον κάθε αγωγό ασκείται δύναμη μέτρου $F = 10^{-6}$N από τον άλλο αγωγό. Αν $K_\mu = 10^{-7}\,\frac{N}{A^2}$, βρείτε την ένταση του ρεύματος που διαρρέει τους δύο αγωγούς.

[Απ. I = 2A].

40. Ευθύγραμμος αγωγός Α απείρου μήκους διαρρέεται από ρεύμα έντασης I_1 =4 A. Ένας δεύτερος ευθύγραμμος αγωγός Β μήκους ℓ = 2m τοποθετείται παράλληλα στον αγωγό Α και σε απόσταση r από αυτόν. Διαπιστώνουμε ότι ο αγωγός Β δέχεται από τον αγωγό Α δύναμη μέτρου $F = 4 \cdot 10^{-5}$ N.

α. Αν ο αγωγός Β διαρρέεται από ρεύμα έντασης I_2 =8 A, βρείτε την απόσταση r.

β. Αν μειώσουμε την απόσταση των δύο αγωγών κατά 50 % ποια είναι η ένταση I του ρεύματος που πρέπει να διαρρέει τον αγωγό Β ώστε το μέτρο της δύναμης που θα δέχεται από τον αγωγό Α να διπλασιαστεί;

Δίνεται $K_\mu = 10^{-7}\,\frac{N}{A^2}$.

[Απ. α. r = 32 · 10^{-2}m β. I = 8 A].

41. Τετραγωνικό συρμάτινο πλαίσιο πλευράς α, βρίσκεται μέσα σε ομογενές μαγνητικό πεδίο έντασης Β =2 Τ, με το επίπεδο του, κάθετο στις δυναμικές γραμμές του πεδίου. Αν η μαγνητική ροή που διέρχεται από το πλαίσιο είναι $\Phi = 8 \cdot 10^{-4}$Wb, βρείτε την πλευρά α του πλαισίου.

[Απ. α = 2 · 10^{-2}m].

42. Κυκλικό πλαίσιο αποτελείται από 50 σπείρες και βρίσκεται μέσα σε ομογενές μαγνητικό πεδίο έντασης $B = \frac{1}{\pi} \cdot 10^{-3}$ T με το επίπεδο των σπειρών του κάθετο στις δυναμικές γραμμές του πεδίου. Αν η μαγνητική ροή που διέρχεται από το πλαίσιο είναι $\Phi = 8 \cdot 10^{-5}$ Wb, βρείτε την ακτίνα των σπειρών του πλαισίου.

[Απ. r = 4 · 10^{-2}m].

43. Σωληνοειδές διαρρέεται από ρεύμα έντασης I = 5 A και κάθε σπείρα του έχει εμβαδό $S = 2{,}5 \cdot 10^{-4}$ m^2. Αν, η μαγνητική ροή που διέρχεται από μία σπείρα του σωληνοειδούς η οποία βρίσκεται στο μέσο του, είναι

$\Phi = 2\pi \cdot 10^{-7}$ Wb, βρείτε τον αριθμό των σπειρών ανά cm του σωληνοειδούς.
Δίνεται $K_\mu = 10^{-7} \frac{N}{A^2}$.

[Απ. $\frac{N}{\ell} = 4 \frac{\text{σπείρες}}{\text{cm}}$].

44. Κυκλικό πλαίσιο που αποτελείται από N = 40 σπείρες βρίσκεται μέσα σε ομογενές πεδίο έντασης B = 3 T με το επίπεδο των σπειρών του κάθετο στις δυναμικές γραμμές. Μέσα σε χρόνο $\Delta t = 1{,}2 \cdot 10^{-2}$s περιστρέφουμε το πλαίσιο ώστε το επίπεδο των σπειρών να σχηματίζει τελικά με τις δυναμικές γραμμές γωνία $\varphi = \frac{\pi}{6}$ rad. Αν το εμβαδό της κάθε σπείρας είναι $S = 4 \cdot 10^{-4}$ m^2, βρείτε:
α. τη μεταβολή της μαγνητικής ροής που διέρχεται από το πλαίσιο.
β. το μέτρο της (μέσης) επαγωγικής ΗΕΔ που αναπτύχθηκε στο πλαίσιο.

[Απ. α. $\Delta\Phi = -2{,}4 \cdot 10^{-2}$ Wb β. $E_{\varepsilon\pi} = 2$V].

45. Συρμάτινο τετραγωνικό πλαίσιο πλευράς α = 40cm βρίσκεται μέσα σε ομογενές μαγνητικό πεδίο με το επίπεδό του κάθετο στις δυναμικές γραμμές του πεδίου. Τη χρονική στιγμή t = 0s το μέτρο της έντασης του πεδίου αρχίζει να αυξάνεται με ρυθμό $\frac{dB}{dt} = 5 \frac{T}{s}$. Βρείτε το μέτρο της ΗΕΔ από επαγωγή που αναπτύσσεται στο πλαίσιο τη χρονική στιγμή t = 4s.

[Απ. $E_{\varepsilon\pi} = 0{,}8$ V].

46. Στα άκρα ενός πηνίου που αποτελείται από 100 σπείρες εμφανίζεται σταθερή επαγωγική ΗΕΔ μέτρου $E_{\varepsilon\pi} = 4$ V, επειδή η μαγνητική ροή που διέρχεται από αυτό, μειώνεται. Βρείτε:
α. τον ρυθμό μεταβολής της μαγνητικής ροής που διέρχεται από όλο το πηνίο.
β. τον ρυθμό μείωσης της μαγνητικής ροής που διέρχεται από κάθε σπείρα του πηνίου.

[Απ. α. $\frac{d\Phi}{dt} = -4 \frac{Wb}{s}$ β. $\frac{d\Phi_\Sigma}{dt} = 4 \cdot 10^{-2} \frac{Wb}{s}$].

47. Η μαγνητική ροή που διέρχεται μέσα από κυκλικό αγωγό αντίστασης R = 2Ω μεταβάλλεται με αποτέλεσμα, μέσα σε χρόνο Δt = 2s, να διέρχεται από μια διατομή του αγωγού επαγωγικό φορτίο Q = 0,1 C. Βρείτε:
α. το μέτρο της μεταβολής της μαγνητικής ροής που διέρχεται από τον αγωγό.

β. το μέτρο της (μέσης) επαγωγικής ΗΕΔ που αναπτύχθηκε στον αγωγό.

[Απ. α. $|\Delta\Phi| = 0{,}2$ Wb β. $E_{\varepsilon\pi} = 0{,}1$ V].

48. Κυκλικό αγωγός ακτίνας r = 3cm και αντίστασης R = 1Ω βρίσκεται μέσα σε ομογενές μαγνητικό πεδίο έντασης $B = \frac{10}{\pi}$ T με το επίπεδό του κάθετο στις δυναμικές γραμμές του πεδίου. Στρέφουμε τον αγωγό γύρω από μια διάμετρό του μέχρι το επίπεδό του να σχηματίζει φ με τις δυναμικές γραμμές. Αν το φορτίο που επάγεται στον αγωγό κατά τη διάρκεια της στροφής είναι Q = 0,45 C, βρείτε τη γωνία φ.

[Απ. $\varphi = 30^\circ$].

49. Η μαγνητική ροή που διέρχεται μέσα από κυκλικό αγωγό αντίστασης 4Ω μεταβάλλεται σε συνάρτηση με το χρόνο σύμφωνα με τη σχέση Φ = 8t + 2 (SI). Βρείτε:

α. τη μαγνητική ροή στις χρονικές στιγμές t_1 = 2s και t_2 = 4s.

β. τη μεταβολή της μαγνητικής ροής από τη χρονική στιγμή t_1 μέχρι τη χρονική στιγμή t_2.

γ. το μέτρο της επαγωγικής ΗΕΔ που αναπτύσσεται στον αγωγό στην παραπάνω χρονική διάρκεια.

δ. την ένταση του επαγωγικού ρεύματος στην παραπάνω χρονική διάρκεια.

ε. το φορτίο λόγω επαγωγής που κινείται σε μια διατομή στον αγωγό κατά τη μεταβολή της μαγνητικής ροής.

στ. το μέτρο της επαγωγικής ΗΕΔ στη χρονική στιγμή t = 5s.

ζ. την ένταση του επαγωγικού ρεύματος τη χρονική στιγμή t = 6s.

[Απ. α. Φ_1 = 28Wb, Φ_2 = 34Wb, β. ΔΦ = 16Wb

γ. $E_{\varepsilon\pi}$ = 8V (μέση τιμή) δ. $I_{\varepsilon\pi}$ =2 A (μέση τιμή)

ε. Q = 4 C στ. $E_{\varepsilon\pi}$ = 8V (στιγμιαία τιμή)

ζ. $I_{\varepsilon\pi}$ =2 A (στιγμιαία τιμή)].

50. Η μαγνητική ροή που διέρχεται μέσα από κυκλικό αγωγό αντίστασης 5Ω μεταβάλλεται σε συνάρτηση με το χρόνο σύμφωνα με τη σχέση Φ = $2t_2$ (SI). Βρείτε:

α. τη μαγνητική ροή στις χρονικές στιγμές t_1 = 1s και t_2 = 3s.

β. τη μεταβολή της μαγνητικής ροής από τη χρονική στιγμή t_1 μέχρι τη χρονική στιγμή t_2.

γ. το μέτρο της επαγωγικής ΗΕΔ που αναπτύσσεται στον αγωγό στην παραπάνω χρονική διάρκεια.
δ. την ένταση του επαγωγικού ρεύματος στην παραπάνω χρονική διάρκεια.
ε. το φορτίο λόγω επαγωγής που κινείται σε μια διατομή στον αγωγό κατά τη μεταβολή της μαγνητικής ροής.
στ. το μέτρο της επαγωγικής ΗΕΔ τη χρονική στιγμή $t = 3s$.
ζ. την ένταση του επαγωγικού ρεύματος τη χρονική στιγμή $t = 5s$.

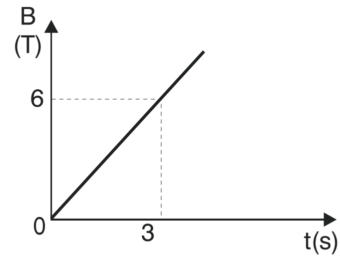
[Απ. α. $\Phi_1 = 2Wb$, $\Phi_2 = 18Wb$, β. $\Delta\Phi = 16Wb$

γ. $E_{επ} = 8V$ (μέση τιμή) δ. $I_{επ} = 1,6$ A (μέση τιμή)

ε. Q = 3,6 C στ. $E_{επ} = 4t = 12V$ (στιγμιαία τιμή)

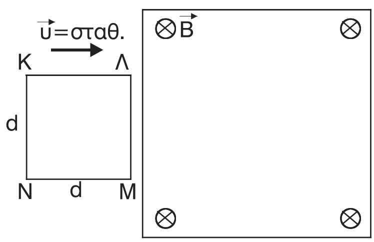
ζ. $I_{επ} = 5$ A (στιγμιαία τιμή).

51. Συρμάτινο πλαίσιο εμβαδού $S = 80cm^2$ βρίσκεται μέσα σε ομογενές μαγνητικό πεδίο, του οποίου η ένταση μεταβάλλεται σε συνάρτηση με το χρόνο όπως φαίνεται στο διπλανό διάγραμμα. Αν το επίπεδο του πλαισίου είναι κάθετο στις δυναμικές γραμμές του πεδίου και αντίστασή του είναι $R = 4\Omega$, βρείτε την ένταση του επαγωγικού ρεύματος που διαρρέει το πλαίσιο τη στιγμή $t = 4s$.



[Απ. $I_{επ} = 0,32$ A].

52 Το συρμάτινο τετραγωνικό πλαίσιο ΚΛΜΝ στο διπλανό σχήμα κινείται με σταθερή ταχύτητα μέτρου $υ = 2\ \frac{m}{s^2}$ και τη χρονική στιγμή $t = 0s$ εισέρχεται στο οριοθετημένο ομογενές μαγνητικό πεδίο του οποίου η ένταση έχει μέτρο $B = 3T$. Αν πλευρά του πλαισίου είναι $d = 20cm$, να βρεθούν:



α. η σχέση της μαγνητικής ροής Φ που διέρχεται από το πλαίσιο σε συνάρτηση με το χρόνο t, κατά την είσοδο του πλαισίου μέσα στο μαγνητικό πεδίο.
β. η ΗΕΔ από επαγωγή κατ' απόλυτη τιμή στο πλαίσιο, αφού αποδείξετε

πρώτα ότι αυτή είναι σταθερή, κατά την είσοδο του πλαισίου μέσα στο μαγνητικό πεδίο.

[Απ. α. $\Phi = 1{,}2t$ (SI) β. $E_{\varepsilon\pi} = \left|\frac{d\Phi}{dt}\right| = 1{,}2V =$ σταθ.]

52. Πηνίο με 200 σπείρες ανά μέτρο διαρρέεται από ρεύμα έντασης $I = 10A$, έχει μήκος $l = 0{,}5m$ και εμβαδό κάθε σπείρας $S = 4cm^2$. Στο εσωτερικό ολόκληρου του πηνίου το μαγνητικό πεδίο είναι ομογενές.
α. Βρείτε τη μαγνητική ροή που διέρχεται από το πηνίο.
β. Μέσα σε χρόνο $\Delta t = 10^{-3}\,s$ μειώνουμε την ένταση του ρεύματος που διαρρέει το πηνίο μέχρι την τιμή I_1 με αποτέλεσμα στα άκρα του πηνίου να εμφανίζεται μέση επαγωγική ΗΕΔ μέτρου $E_{\varepsilon\pi} = 25{,}6\pi \cdot 10^{-3}V$. Βρείτε την ένταση I_1. Δίνεται $K_\mu = 10^{-7}\,\frac{N}{A^2}$.

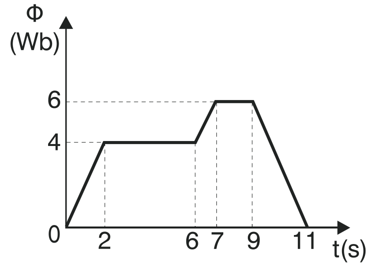
[Απ. α. $\Phi_{\alpha\rho\chi} = 32\pi \cdot 10^{-6}Wb$ β. $I_1 = 2A$]

53. Σωληνοειδές με 100 σπείρες και μήκος 80 cm διαρρέεται από ρεύμα έντασης 2 A και βρίσκεται μέσα σε ομογενές μαγνητικό πεδίο έντασης $2\pi \cdot 10^{-4}T$ με το επίπεδο των σπειρών του παράλληλο στις δυναμικές γραμμές του πεδίου. Το εμβαδό της κάθε σπείρας είναι $2cm^2$.
α. Βρείτε τη μαγνητική ροή που διέρχεται από το σωληνοειδές.
β. Στρέφουμε το σωληνοειδές μέχρι η ένταση του μαγνητικού πεδίου στο εσωτερικό του να γίνει ομόρροπη της έντασης του εξωτερικού μαγνητικού πεδίου. Βρείτε τη μαγνητική ροή που διέρχεται τώρα από το πλαίσιο.
γ. Αν η στροφή του σωληνοειδούς πραγματοποιήθηκε μέσα σε χρόνο 1μs, βρείτε το μέτρο της μέσης επαγωγικής ΗΕΔ που αναπτύχθηκε στα άκρα του σωληνοειδούς.
δ. Μετά τη στροφή του σωληνοειδούς εισάγουμε στο εσωτερικό του υλικού με σχετική διαπερατότητα ίση με 10, μέσα σε χρόνο 10μs. Βρείτε το μέτρο της μέσης επαγωγικής ΗΕΔ που αναπτύσσεται στα άκρα του σωληνοειδούς. Δίνεται $K_\mu = 10^{-7}\,\frac{N}{A^2}$.

[Απ. α. $\Phi_{\alpha\rho\chi} = 2\pi \cdot 10^{-6}$ Wb β. $\Phi_{\tau\varepsilon\lambda} = 6\pi \cdot 10^{-6}$ Wb

γ. $E_{\varepsilon\pi} = 4\pi V$ δ. $E_{\varepsilon\pi} = 5{,}4\pi$ V].

54. Στο διπλανό διάγραμμα φαίνεται η γραφική παράσταση της μαγνητικής ροής Φ που διέρχεται από ένα κύκλωμα σε συνάρτηση με το χρόνο t.



α. Να γίνει η γραφική παράσταση της επαγωγικής ΗΕΔ που αναπτύσσεται στο κύκλωμα, σε συνάρτηση με το χρόνο.

β. Να γίνει η γραφική παράσταση της έντασης του επαγωγικού ρεύματος σε συνάρτηση με το χρόνο, αν η αντίσταση του κυκλώματος είναι 2Ω.

γ. Να βρείτε το επαγωγικό φορτίο που διέρχεται από μια διατομή του κυκλώματος στα χρονικά διαστήματα από 0 s έως 2 s και από 0 s έως 11 s.

[Απ. α, β από 0s – 2s, $E_{επ}$ = –2V, Ιεπ = –1A γ. από 0s – 2s, Q = 2C

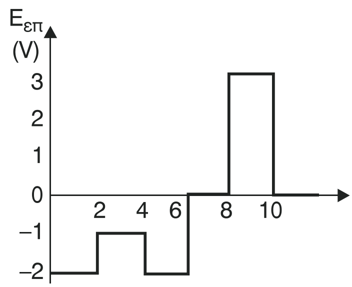
από 2s – 6s, $E_{επ}$ = 0V, Ιεπ = 0A από 0s – 11s, Q = 0C

από 6s – 7s, $E_{επ}$ = –2V, $I_{επ}$ = –1A

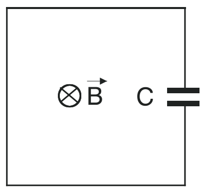
από 7s – 9s, $E_{επ}$ = 0V, $I_{επ}$ = 0A

από 9s – 11s, $E_{επ}$ = 3V, $I_{επ}$ = 1,5A

55. Στο διπλανό διάγραμμα φαίνεται η γραφική παράσταση της επαγωγικής ΗΕΔ Εεπ σε συνάρτηση με το χρόνο t που αναπτύσσεται στα άκρα ενός πηνίο λόγω μεταβολής της μαγνητικής ροής που διέρχεται μέσα από το πηνίο. Αν η μαγνητική ροή που διέρχεται από το πηνίο τη στιγμή t = 0s είναι $Φ_0$ = 6Wb, να κάνετε τη γραφική παράσταση της μαγνητικής ροής Φ σε συνάρτηση με το χρόνο t.



56. Ο πυκνωτής στο διπλανό κύκλωμα είναι αρχικά αφόρτιστος και έχει χωρητικότητα C = 5μF. Κάποια στιγμή η μαγνητική ροή που διέρχεται μέσα από το κύκλωμα αρχίζει να μεταβάλλεται με σταθερό ρυθμό οπότε στον πυκνωτή αποθηκεύεται ενέργεια ηλεκτρικού πεδίου U = 10^{-5}J.

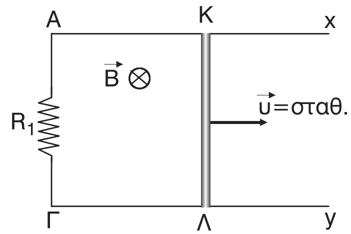


α. Βρείτε το μέτρο του ρυθμού μεταβολής της μαγνητικής ροής.

β. Αν όλη την ενέργεια του πυκνωτή τη διαβιβάσουμε σε μια ωμική αντίσταση μέσα σε χρόνο t = 1μs, βρείτε τη μέση θερμική ισχύ που θα αναπτυχθεί πάνω στην αντίσταση.

[Απ. $\left|\frac{d\Phi}{dt}\right| = 2$ Wb/s β. $\overline{P}_R = 10W$]

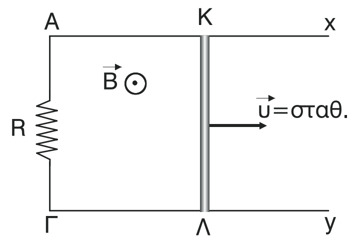
57. Η μεταλλική ράβδος ΚΛ, στο διπλανό σχήμα, έχει μήκος L = 1m, αντίσταση R = 2Ω και κινείται με σταθερή ταχύτητα U μέσα στο ομογενές μαγνητικό πεδίο έντασης B = 2T ολισθαίνοντας χωρίς τριβές πάνω στους αγωγούς Αχ και Γψ. Έτσι στα άκρα της ράβδου εμφανίζεται διαφορά δυναμικού $V_{ΚΛ}$ = 2V. Αν γνωρίζετε ότι η θερμική ισχύς στην αντίσταση R_1 είναι P_{R_1} = 2W βρείτε:



α. την αντίσταση R_1.
β. το μέτρο U της ταχύτητας της ράβδου.
γ. το ρυθμό με τον οποίο η επαγωγική ΗΕΔ προσφέρει ενέργεια στο κύκλωμα.

[Απ. α. $R_1 = 2Ω$ β. $υ = 2\ \frac{m}{s}$ γ. P = 4W]

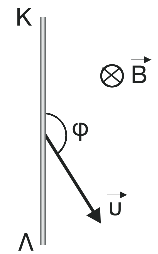
58. Η μεταλλική ράβδος ΚΛ, στο διπλανό σχήμα, έχει μήκος ℓ = 0,5m και κινείται με σταθερή ταχύτητα μέτρου U = 4 m/s μέσα στο ομογενές μαγνητικό πεδίο έντασης B = 4T ολισθαίνοντας χωρίς τριβές πάνω στους αγωγούς Αχ και Γψ. Αν η τιμή της αντίστασης R είναι R = 3Ω, η τιμή της αντίστασης της ράβδου είναι r = 1Ω και οι αγωγού Αχ και Γψ έχουν μηδενική αντίσταση, βρείτε:



α. τη διαφορά δυναμικού $V_{ΚΛ}$
β. το έργο, κατά απόλυτη τιμή, της δύναμης Laplace που δέχεται η ράβδος μέσα σε χρόνο t = 3s.
γ. την ηλεκτρική ενέργεια που δίνει η επαγωγική ΗΕΔ σ' όλο το κύκλωμα στο παραπάνω χρονικό διάστημα των 3s.

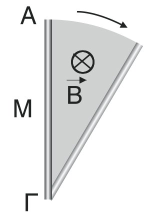
[Απ. α. $V_{ΚΛ} = -6$ V β. $|W_{F_L}| = 48$ γ. $E_{ηλ} = 48J$]

59. Η μεταλλική ράβδος ΚΛ στο διπλανό σχήμα έχει μήκος $\ell = 0{,}6m$ και κινείται μέσα σε ομογενές μαγνητικό πεδίο έντασης Β = 5Τ με ταχύτητα υ μέτρου $υ = 3\,\frac{m}{s}$ που σχηματίζει γωνία $φ = 150^\circ$ με τη ράβδο και είναι, όπως και η ράβδος, κάθετη στην ένταση του μαγνητικού πεδίου. Βρείτε την ΗΕΔ από επαγωγή που αναπτύσσεται στη ράβδο.



[Απ. $E_{επ} = 4{,}5V$].

60. Η μεταλλική ράβδος ΑΓ στο διπλανό σχήμα έχει μήκος $\ell = 1{,}2m$ και περιστρέφεται γύρω από το σημείο Γ με σταθερή γωνιακή ταχύτητα ω, διαγράφοντας επίπεδη επιφάνεια κάθετη στις δυναμικές γραμμές ομογενούς μαγνητικού πεδίου, έντασης Β = 4Τ. Έτσι στη ράβδο αναπτύσσεται επαγωγική ΗΕΔ $E_{επ} = 14{,}4V$. Βρείτε το μέτρο ω της γωνιακής ταχύτητας.



[Απ. $ω = 5\,\frac{rad}{s}$].

ΑΠΑΝΤΗΣΕΙΣ ΣΤΙΣ ΕΡΩΤΗΣΕΙΣ – ΔΡΑΣΤΗΡΙΟΤΗΤΕΣ ΤΟΥ ΣΧΟΛΙΚΟΥ ΒΙΒΛΙΟΥ

ΕΡΩΤΗΣΕΙΣ – ΔΡΑΣΤΗΡΙΟΤΗΤΕΣ

1. Τι λέμε δυναμικές γραμμές μαγνητικού πεδίου, τι ιδιότητες έχουν;

Απάντηση

«Δυναμικές γραμμές ενός μαγνητικού πεδίου ονομάζονται εκείνες οι νοητές γραμμές στις οποίες η ένταση του πεδίου εφάπτεται σε κάθε σημείο τους».
Ιδιότητες των δυναμικών γραμμών.

α. Οι μαγνητικές δυναμικές γραμμές είναι κλειστές, δηλαδή δεν έχουν αρχή και τέλος.

β. Στις περιοχές του πεδίου που οι δυναμικές γραμμές είναι πιο πυκνές το πεδίο είναι πιο ισχυρό, δηλαδή, η ένταση του πεδίου έχει μεγαλύτερη μέτρο.

γ. Οι μαγνητικές δυναμικές γραμμές δεν τέμνονται ούτε και εφάπτονται σε κάποιο σημείο.

2. Τι απέδειξε και με ποιο τρόπο ο Oersted;

Απάντηση:

Η απάντηση βρίσκεται στα «Στοιχεία Θεωρίας» του παρόντος βιβλίου στην ενότητα 3.3.1. και στην υποενότητα «Πείραμα του Oersted – Το ηλεκτρικό ρεύμα παράγει μαγνητικό πεδίο» από «Το 1820 ..... έως ...... Άρα γύρω από κάθε ευθύγραμμο ρευματοφόρο αγωγό δημιουργείται μαγνητικό πεδίο».

3. Που οφείλονται οι μαγνητικές ιδιότητες της ύλης;

Απάντηση:

Οι μαγνητικές ιδιότητες της ύλης οφείλονται, κατά κύριο λόγο, στην περιστροφή των ηλεκτρονίων των ατόμων γύρω από τον εαυτό τους και πολύ λιγότερο στην περιστροφή τους γύρω από τους πυρήνες των ατόμων.

4. Να περιγραφεί το μαγνητικό πεδίο γύρω από έναν ευθύγραμμο ρευματοφόρο αγωγό απείρου μήκους. Πώς βρίσκουμε τη φορά της έντασης του μαγνητικού πεδίου;

Απάντηση:

Η απάντηση βρίσκεται στα «Στοιχεία Θεωρίας» του παρόντος βιβλίου στην ενότητα 3.3.2. και στην υποενότητα α. από «Γύρω από ευθύγραμμο ...... έως

......δείχνουν τη φορά των δυναμικών γραμμών», και από «Η ένταση $\vec{B}$ του μαγνητικού πεδίου ..... έως .... δίνεται από τη σχέση $B = K_\mu \frac{2I}{r}$, όπου $K_\mu = 10^{-7} \frac{N}{A^2} = 10^{-7} \frac{T \cdot m}{A}$».

5. **Να περιγραφεί το μαγνητικό πεδίο που δημιουργείται γύρω από έναν κυκλικό ρευματοφόρο αγωγό. Ποιο μέτρο και η φορά της έντασης του πεδίου στο κέντρο του κύκλου.**

Απάντηση:

Η απάντηση βρίσκεται στα «Στοιχεία Θεωρίας» του παρόντος βιβλίου στην ενότητα 3.3.2. και στην υποενότητα β. από «η μορφή του πεδίου σε κοντινή απόσταση .... έως .... δίνεται από τη σχέση $B = K_\mu \frac{2\pi I}{r}$, όπου $K_\mu = 10^{-7} \frac{N}{A^2} = 10^{-7} \frac{T \cdot m}{A}$».

6. **Σε τι πλεονεκτεί το πηνίο ή το σωληνοειδές σε σχέση με τον ευθύγραμμο ρευματοφόρο αγωγό;**

Απάντηση:

Το πηνίο ή το σωληνοειδές πλεονεκτούν σε σχέση με τον ευθύγραμμο ρευματοφόρο αγωγό στο ότι το μαγνητικό τους πεδίο είναι πολύ πιο ισχυρό από αυτό του ευθυγράμμου ρευματοφόρου αγωγού, για την ίδια ένταση του ρεύματος. Επίσης, με την προσθήκη ενός σιδηρομαγνητικού υλικού στο εσωτερικό του πηνίου ή του σωληνοειδούς μπορούμε να αυξήσουμε ακόμη περισσότερο την ένταση του μαγνητικού πεδίου τους.

7. **Να περιγραφεί το μαγνητικό πεδίο που δημιουργείται από ένα ρευματοφόρο σωληνοειδές.**

Απάντηση:

Η απάντηση βρίσκεται στα «Στοιχεία Θεωρίας» του παρόντος βιβλίου στην ενότητα 3.3.2 και στην υποενότητα γ. από «Αν ένα μεταλλικό αγωγό του τυλίξουμε .... έως .... $K_\mu = 10^{-7} \frac{N}{A^2} = 10^{-7} \frac{T \cdot m}{A}$».

8. **Τι λέμε δύναμη Laplace; Σε ποια συμπεράσματα καταλήγουμε για το μέτρο και τη διεύθυνσή της;**

Απάντηση:

Η απάντηση βρίσκεται στα «Στοιχεία Θεωρίας» του παρόντος βιβλίου στην ενότητα 3.3.3 και στην υποενότητα α. από «ένας ευθύγραμμος ρευματοφόρος αγωγός .... έως .... του κομματιού του αγωγού που βρίσκεται μέσα στο μαγνητικό πεδίο».

9. Πώς ορίζεται η ένταση του μαγνητικού πεδίου, πώς η μονάδα της;

Απάντηση:

Η απάντηση βρίσκεται στα «Στοιχεία Θεωρίας» του παρόντος βιβλίου στην ενότητα 3.3.3 και στην υποενότητα β. από «Ένταση Β ενός ομογενούς μαγνητικού πεδίου .... έως .... του δεξιού χεριού» και για τον ορισμό της μονάδας από «1 Tesla .... έως .... Δηλαδή $1T = 1 \dfrac{N}{A \cdot m}$».

10. Τι γνωρίζετε για τη δύναμη μεταξύ δύο παράλληλων ρευματοφόρων αγωγών;

Απάντηση:

Η απάντηση βρίσκεται στα «Στοιχεία Θεωρίας» του παρόντος βιβλίου στην ενότητα 3.3.3 και στην υποενότητα γ. από «Έστω δύο ευθύγραμμοι αγωγοί .... έως........ Δηλαδή, τα ομόρροπα ρεύματα έλκονται ενώ τα αντίρροπα απωθούνται».

11. Πώς ορίζετε το Ampere;

Απάντηση:

Η απάντηση βρίσκεται στα «Στοιχεία Θεωρίας» του παρόντος βιβλίου στην ενότητα 3.3.4 και στην υποενότητα γ. από «1 A είναι η ένταση .... έως...... δύναμη μέτρο $F = 2 \cdot 10^{-7}$ N».

12. Τι θα συμβεί αν μέσα στο σωληνοειδές τοποθετήσουμε πυρήνα μαλακού σιδήρου;

Απάντηση:

Αν μέσα στο σωληνοειδές τοποθετήσουμε πυρήνα μαλακού σιδήρου η ένταση του μαγνητικού πεδίου θα αυξηθεί ενώ ο πυρήνας μαγνητίζεται παροδικά.

13. Πώς ορίζεται η μαγνητική διαπερατότητα;

Απάντηση:

Η απάντηση βρίσκεται στα «Στοιχεία Θεωρίας» του παρόντος βιβλίου στην ενότητα 3.3.4 από «Το πηλίκο του μέτρου Β..... έως ..... Δηλαδή $\mu = \dfrac{B}{B_0}$».

14. Ποια υλικά λέγονται διαμαγνητικά, παραμαγνητικά, σιδηρομαγνητικά;

Απάντηση:

Η απάντηση βρίσκεται στα «Στοιχεία Θεωρίας» του παρόντος βιβλίου στην ενότητα 3.3.4 από «Αν η μαγνητική .... είναι πολύ μεγαλύτερη .... έως .... ο χαλκός (Cu) και το νερό (H_2O)».

15. Να περιγράψετε την αρχή λειτουργίας ενός ηλεκτρικού κινητήρα.

Απάντηση:

Ο ηλεκτρικός κινητήρας αποτελείται από ένα ή περισσότερα συρμάτινα πλαίσια κατάλληλα τοποθετημένα μέσα σε ομογενές μαγνητικό πεδίο. Τα πλαίσια διαρρέονται από ηλεκτρικό ρεύμα με αποτέλεσμα λόγω δυνάμεων Laplace που δέχονται τα σύρματά τους να περιστρέφονται, μετατρέποντας την ηλεκτρική ενέργεια που τους προσφέρουμε, κατά ένα μεγάλο μέρος, σε ωφέλιμη μηχανική ενέργεια.

16. Ποιες οι χρήσεις του ηλεκτρικού κινητήρα στην καθημερινή ζωή;

Απάντηση:

Οι χρήσεις του ηλεκτρικού κινητήρα στην καθημερινή μας ζωή είναι πάρα πολλές, όπως στη λειτουργία του ανεμιστήρα, του ηλεκτρικού τρυπανιού, του ηλεκτρικού σιδηροδρόμου, της μίζας του αυτοκινήτου, του ηλεκτρικού μίξερ κλπ.

17. Τι είναι βολτόμετρο, τι αμπερόμετρο και πως συνδέονται σε ένα κύκλωμα;

Απάντηση:

Το βολτόμετρο είναι όργανο με μεγάλη εσωτερική αντίσταση που μετράει τη διαφορά δυναμικού (τάση) μεταξύ δύο σημείων ενός κυκλώματος και συνδέεται παράλληλα στο τμήμα του κυκλώματος, στα άκρα του οποίου θέλουμε να μετρήσουμε τη διαφορά δυναμικού.

Το αμπερόμετρο είναι όργανο με μικρή εσωτερική αντίσταση που μετράει την ένταση του ρεύματος που διαρρέει κάποιον κλάδο ενός κυκλώματος και συνδέεται σε σειρά με τον κλάδο αυτό.

18. Να περιγραφεί η λειτουργία οργάνων με κινητό πλαίσιο.

Απάντηση:

Τα όργανα με κινητό πλαίσιο περιλαμβάνουν συρμάτινο πλαίσιο μέσα σε ομογενές μαγνητικό πεδίο το οποίο είναι συνδεδεμένο με πολλές λεπτές μεταλλικές ταινίες ώστε να μπορεί να περιστρέφεται. Στις ταινίες διαβιβάζουμε ηλεκτρικό ρεύμα το οποίο διαρρέει και το πλαίσιο. Λόγω των δυνάμεων Laplace που ασκούνται στα σύρματα το πλαίσιο περιστρέφεται. Προσαρμόζουμε το πλαίσιο σε δύο ελατήρια τα οποία το επαναφέρουν στην αρχική του θέση όταν διακόπτουμε το ρεύμα. Ο δείκτης του οργάνου που είναι στερεωμένος στον άξονα περιστροφής του πλαισίου ισορροπεί σε μια συγκεκριμένη ένδειξη και στη θέση αυτή η δύναμη επαναφοράς των ελατηρίων ισούται με τη δύναμη Laplace. Χρησιμοποιώντας διάφορες εντάσεις ρεύματος βαθμολογούμε το όργανο το οποίο, πρέπει να σημειώσουμε ότι δεν μπορεί να μετράει εντάσεις εναλλασσόμενου ρεύματος.

19. Ποια η διαφορά των οργάνων με μαλακό σίδηρο από τα όργανα με κινητό πλαίσιο;

Απάντηση:

Η διαφορά των οργάνων με μαλακό σίδηρο από τα όργανα με κινητό πλαίσιο είναι ότι, τα μεν πρώτα μπορούν να χρησιμοποιηθούν και για την μέτρηση ρευμάτων μεταβλητής φοράς, όπως τα εναλλασσόμενα, ενώ τα δεύτερα όχι.

20. Τι λέμε μαγνητική ροή, ποια η φυσική σημασία της; Πότε γίνεται μέγιστη και πότε ελάχιστη;

Απάντηση:

Η απάντηση βρίσκεται στα «Στοιχεία Θεωρίας» του παρόντος βιβλίου στην ενότητα 3.3.6 και στην υποενότητα α. από «Μαγνητική ροή Φ που διέρχεται .... έως........ Δηλαδή $\Phi = B \cdot S\sigma\upsilon\nu\alpha$».
Επίσης, η μαγνητική ροή, ως προς το μέτρο της, γίνεται μέγιστη όταν η επιφάνεια είναι κάθετη στις δυναμικές γραμμές, και ελάχιστη όταν είναι παράλληλη με τις δυναμικές γραμμές του πεδίου.

21. Να αναφέρεται δύο παραδείγματα πιστοποίησης της επαγωγικής τάσης.

Απάντηση:

Η απάντηση βρίσκεται στα «Στοιχεία Θεωρίας» του παρόντος βιβλίου στην ενότητα 3.3.6 και στην υποενότητα δ. από «Πλησιάζουμε .... έως........ ή τάση από επαγωγής» και από «Μετακινούμε .... έως .... σε σχέση με την προηγούμενη».

22. Τι λέει ο νόμος της επαγωγής;

Απάντηση:

Η απάντηση βρίσκεται στα «Στοιχεία Θεωρίας» του παρόντος βιβλίου στην ενότητα 3.3.6 και στην υποενότητα δ. από «Η ηλεκτρεγερτική δύναμη Εεπ .... έως .... Δηλαδή $E_{ΕΠ} = -\frac{d\Phi}{dt}$».

23. Πώς ορίζεται το ένα Weber;

Απάντηση:

Η απάντηση βρίσκεται στα «Στοιχεία Θεωρίας» του παρόντος βιβλίου στην ενότητα 3.3.6 και στην υποενότητα δ. από «1Wb είναι ..... έως .... ίση με 1V. Δηλαδή 1 Wb = 1V · s».

24. Τι λέει ο κανόνας του Lenz;

Απάντηση:

Η απάντηση βρίσκεται στα «Στοιχεία Θεωρίας» του παρόντος βιβλίου στην ενότητα 3.3.6 και στην υποενότητα ε. από «Το επαγωγικό ρεύμα .... έως .... που το δημιούργησε».

25. Να δείξετε με δύο παραδείγματα ότι η φορά του επαγωγικού ρεύματος υπακούει στον κανόνα του Lenz.

Απάντηση:

Η απάντηση βρίσκεται στα «Στοιχεία Θεωρίας» του παρόντος βιβλίου, στην ενότητα 3.3.6 και στην υποενότητα ε. τα παραδείγματα 1 και 2.

26. Να δειχτεί πειραματικά ότι ο κανόνας του Lenz είναι απόρροια της αρχής διατήρησης της ενέργειας.

Απάντηση:

Η απάντηση βρίσκεται στα «Στοιχεία Θεωρίας» του παρόντος βιβλίου στην ενότητα 3.3.6 και στην υποενότητα ε. από «Αν δεν ίσχυε .... έως........ της αρχής διατήρησης της ενέργειας».

27. Τι λέει ο νόμος του Neumann;

Απάντηση:

Η απάντηση βρίσκεται στα «Στοιχεία Θεωρίας» του παρόντος βιβλίου στην ενότητα 3.3.6 και στην υποενότητα στ. από «Το ηλεκτρικό φορτίο .... έως .... συμβαίνει η μεταβολή της μαγνητικής ροής».

28. Να περιγράψετε δύο τρόπους με τους οποίους μπορούμε να ανιχνεύσουμε την ύπαρξη μαγνητικού πεδίου.

Απάντηση:

Την ύπαρξη μαγνητικού πεδίου σε κάποια περιοχή του χώρου μπορούμε να την ανιχνεύσουμε φέρνοντας μια μαγνητική βελόνα ή έναν ευθύγραμμο αγωγό σε διάφορα σημεία της περιοχής. Αν διαπιστώσουμε την άσκηση δύναμης στην μαγνητική βελόνα και στον αγωγό συμπεραίνουμε την ύπαρξη μαγνητικού πεδίου στην περιοχή αυτή.

29. Ποια η βασική διαφορά ανάμεσα στις δυναμικές γραμμές του ηλεκτρικού και του μαγνητικού πεδίου;

Απάντηση:

Οι μαγνητικές δυναμικές γραμμές είναι κλειστές, χωρίς αρχή και τέλος, ενώ οι ηλεκτρικές δυναμικές γραμμές είναι ανοιχτές, ξεκινούν από θετικά και καταλήγουν σε αρνητικά φορτία.

30. Ποια η φυσική σημασία της έντασης του μαγνητικού πεδίου;

Απάντηση:

Η φυσική σημασία της έντασης του μαγνητικού πεδίου είναι το ότι μας δείχνει το πόσο ισχυρό είναι το πεδίο στα διάφορα σημεία του. Στα σημεία που το μέτρο της έντασης είναι πιο μεγάλο το πεδίο είναι πιο ισχυρό.

31. Πώς με υλικά από το περιβάλλον σας θα κατασκευάσετε μία πυξίδα.

Απάντηση:

Ενώνουμε δύο ή περισσότερα σιδερένια καρφιά και γύρω τους τυλίγουμε σε σπείρες μονωμένο σύρμα το οποίο συνδέουμε στους πόλους μιας μπαταρίας π.χ. των 9V. Αν δέσουμε στο μέσο του «κυλίνδρου» που δημιουργήθηκε ένα μονωτικό νήμα και κρεμάσουμε τον «κύλινδρο» με το νήμα κατακόρυφο τότε ο βόρειος μαγνητικός πόλος που δημιουργήθηκε στο ένα άκρο των καρφιών θα ισορροπήσει οριζόντιος δείχνοντας περίπου το γεωγραφικό βορρά. Προϋπόθεση είναι ο «κύλινδρος» να μπορεί να στρέφεται ελεύθερα γύρω από το νήμα.

32. Με ποιους τρόπους μπορούμε να απομαγνητίσουμε ένα μαγνήτη;

Απάντηση:

Η απάντηση βρίσκεται στα «Στοιχεία Θεωρίας» του παρόντος βιβλίου στην ενότητα 3.3.1 από «Αξιοσημείωτο είναι το φαινόμενο .... έως .... καταφέρνουμε να απομαγνητίσουμε το μαγνήτη».

33. Τι θα συμβεί αν κοντά σε μια πυξίδα ενός πλοίου υπάρχει ένας μαγνήτης ή ένας αγωγός που διαρρέεται από ρεύμα;

Απάντηση:

Αν κοντά στην πυξίδα ενός πλοίου φέρουμε ένα μαγνήτη ή έναν ρευματοφόρο αγωγό τότε η πυξίδα εκτός από τη δύναμη που δέχεται από το γήινο μαγνητικό πεδίο θα δεχτεί και μία δύναμη από το μαγνητικό πεδίο του μαγνήτη ή του αγωγού. Έτσι, αναλόγως την τιμή και την κατεύθυνση αυτής της δεύτερης μαγνητικής δύναμης η πυξίδα, κατά πάσα πιθανότητα, δεν θα δείχνει πλέον τον γεωγραφικό βορρά αλλά κάποιο άλλο τυχαίο σημείο το ορίζοντα.

34. **Να συμπληρωθούν τα κενά του κειμένου:**
Γύρω από ευθύγραμμο ρευματοφόρο αγωγό μεγάλου μήκους δημιουργείται μαγνητικό πεδίο η ένταση του οποίου είναι **ανάλογη** με την ένταση του **ηλεκτρικού ρεύματος** που διαρρέει τον αγωγό και **αντιστρόφως** ανάλογη με την **απόσταση** από το ρευματοφόρο αγωγό.

35. **Να συμπληρωθούν τα κενά του κειμένου:**
Στο κέντρο ενός κυκλικού ρευματοφόρου αγωγού η ένταση του μαγνητικού πεδίου είναι **ανάλογη** με την ένταση του **ηλεκτρικού ρεύματος** που διαρρέει τον αγωγό και **αντιστρόφως ανάλογη** με την **ακτίνα** του κυκλικού αγωγού.

36. **Βρείτε ποια από τις παρακάτω απαντήσεις είναι σωστή: Δύο παράλληλοι ρευματοφόροι αγωγοί μεγάλου μήκους βρίσκονται σε απόσταση r μεταξύ τους και διαρρέονται από ομόρροπα ρεύματα $I_1 = I_2$. Στο μέσο της μεταξύ τους απόστασης η ένταση του μαγνητικού πεδίου είναι:**

α) $2K_\mu \frac{I}{r}$, β) 0 γ) $4K_\mu \frac{I}{r}$, δ) $8\ K_\mu \frac{I}{r}$

Απάντηση:

Σωστή απάντηση είναι η β) 0.

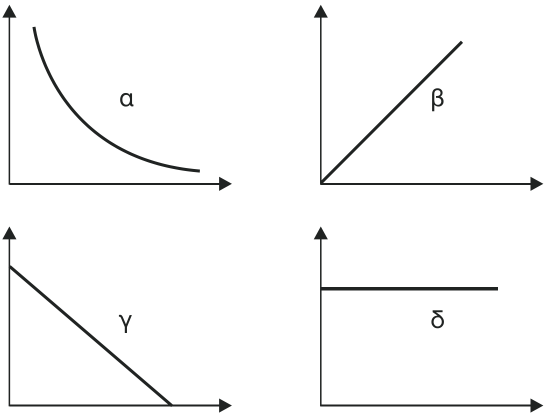
37. **Δύο κυκλικοί αγωγοί έχουν ακτίνες r και 2r διαρρέονται από ρεύματα $I_1 = I$ και $I_2 = 2I$ και βρίσκονται στο ίδιο επίπεδο με κοινό κέντρο Κ. Η ένταση του μαγνητικού πεδίου στο σημείο Κ είναι:**

α) $4K_\mu \frac{\pi I}{r}$, β) $8K_\mu \frac{\pi I}{r}$ γ) 0 δ) $6K_\mu \frac{\pi I}{r}$

Απάντηση:

Σωστή απάντηση είναι η α) $4K_\mu \frac{\pi I}{r}$, αν τα ρεύματα είναι ομόρροπα και η γ) 0, αν τα ρεύματα είναι αντίρροπα.

38. **Βρείτε ποια από τις παρακάτω απαντήσεις είναι σωστή: από τα παραπάνω διαγράμματα να επιλέξετε ποιο μας δίνει την ένταση του μαγνητικού πεδίου στο κέντρο ενός κυκλικού ρευματοφόρου αγωγού σε συνάρτηση α) με την ένταση του ρεύματος που διαρρέει τον αγωγό β) με την ακτίνα του αγωγού.**



α **β** **γ** **δ**

Απάντηση:

α) Το διάγραμμα (β) μας δίνει τη γραφική παράσταση Β = f(**I**).

β) Το διάγραμμα (α) μας δίνει τη γραφική παράσταση Β = f(r).

39. Από τα διαγράμματα της προηγούμενη ερώτησης να επιλέξετε ποιο θα μας δίνει την ένταση του μαγνητικού πεδίου γύρω από ευθύγραμμο ρευματοφόρο αγωγό μεγάλου μήκους σε συνάρτηση α) με την ένταση του ρεύματος που διαρρέει τον αγωγό. β) με την απόσταση από τον αγωγό.

α **β** **γ** **δ**

Απάντηση:

α) Το διάγραμμα (β) μας δίνει τη γραφική παράσταση Β = f(**I**).

β) Το διάγραμμα (α) μας δίνει τη γραφική παράσταση Β = f(r).

40. Ένας σωληνοειδές έχει μήκος ℓ, διαρρέεται από ρεύμα Ι και έχει αριθμό σπειρών Ν. Τι θα συμβεί με την ένταση του μαγνητικού πεδίου στο εσωτερικό του σωληνοειδούς αν α) διπλασιάσουμε την ένταση του ρεύματος, β) διπλασιάσουμε το μήκος του σωληνοειδούς, διατηρώντας τον αριθμό των σπειρών σταθερό, γ) διπλασιάσουμε τον αριθμό των σπειρών αλλά το μήκος παραμείνει σταθερό.

Απάντηση:

Αρχικά το μέτρο της έντασης του μαγνητικού πεδίου στο εσωτερικό του σωληνοειδούς είναι $B = 4\pi K_\mu \dfrac{N}{\ell} \cdot I$ (1).

α) Στην περίπτωση αυτή το μέτρο γίνεται

$$B_1 = 4\pi K_\mu \frac{N}{\ell}\cdot 2I \Rightarrow B_1 = 4\pi K_\mu \frac{N}{\ell}\cdot I \stackrel{(1)}{\Rightarrow} \boxed{\mathbf{B_1 = 2\cdot B}}$$

Δηλαδή, το μέτρο της έντασης θα διπλασιαστεί.

β) Στην περίπτωση αυτή το μέτρο γίνεται

$$B_2 = 4\pi\kappa\mu \frac{N}{2\ell}\cdot 2I \Rightarrow B_2 = \frac{1}{2}\, 4\pi\kappa\mu \frac{N}{\ell}\cdot I \Rightarrow \boxed{\mathbf{B_1 = \frac{1}{2} B}}$$

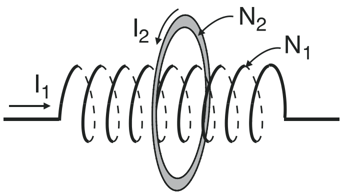
Δηλαδή, το μέτρο της έντασης θα υποδιπλασιαστεί.

γ) Στην περίπτωση αυτή το μέτρο γίνεται

$$B_3 = 4\pi K_\mu \frac{2N}{\ell}\cdot I \Rightarrow B_3 = 2\pi K_\mu \frac{N}{\ell}\cdot I \stackrel{(1)}{\Rightarrow} \boxed{\mathbf{B_3 = 2B}}$$

Δηλαδή, το μέτρο της έντασης θα διπλασιαστεί.

41. Το σωληνοειδές της εικόνας έχει αριθμό σπειρών N_1, μήκος ℓ και διαρρέεται από ρεύμα έντασης I_1. Οι κυκλικοί αγωγοί διαρρέεονται από ρεύμα έντασης $I_2 = 2I_1$, έχουν ένα κέντρο το κέντρο του σωληνοειδούς, ακτίνα $r = \frac{\ell}{\lambda}$ και είναι παράλληλοι με τις σπείρες του σωληνοειδούς. Να υπολογιστεί ο λόγος των σπειρών N_1 του σωληνοειδούς προς τις σπείρες N_2 των κυκλικών αγωγών, ώστε στο κέντρο του κυκλικού αγωγού η ένταση του μαγνητικού πεδίου να είναι μηδέν.



Απάντηση:

Αν B_1 η ένταση του μαγνητικού πεδίου του σωληνοειδούς στο κέντρο του και B_2 η ένταση του μαγνητικού πεδίου των κυκλικών αγωγών στο κέντρο τους, που είναι και το κέντρο του σωληνοειδούς, τότε οι δύο εντάσεις έχουν διεύθυνση τον άξονα του σωληνοειδούς.

Η συνολική ένταση στο σημείο εκείνο είναι $\vec{B}_{ολ} = \vec{B}_1 + \vec{B}_2$.

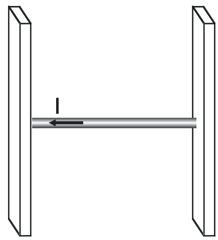
Αν θέλουμε $\vec{B}_{ολ} = 0$ τότε

$\vec{B}_1 + \vec{B}_2 = 0 \Rightarrow \vec{B}_1 = -\vec{B}_2$, και για τα μέτρα τους

$$B_1 = B_2 \Rightarrow 4\pi K_\mu \frac{N_1}{\ell}\cdot I_1 = K_\mu \frac{2\pi I_2 N_2}{r} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 2\frac{N_1}{l}\cdot I_1 = \frac{I_2N_2}{r} \Rightarrow \frac{N_1}{\ell} I_1 = \frac{2I_1N_2}{\frac{\ell}{\lambda}} \Rightarrow \frac{N_1}{\ell} = \frac{\lambda N_2}{\ell} \Rightarrow N_1 = \lambda N_2 \Rightarrow \boxed{\mathbf{\frac{N_1}{N_2} = \lambda}}$$

42. Ο ρευματοφόρος αγωγός της εικόνας ισορροπεί στους κατακόρυφους και λείους αγωγούς. Να σχεδιαστεί η φορά της έντασης του μαγνητικού πεδίου.



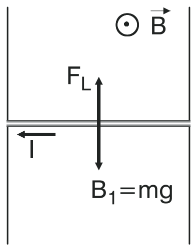
Απάντηση:

Ο αγωγός ισορροπεί υπό την επίδραση του βάρους του $\vec{B}_1$ και της δύναμης Laplace $\vec{F}_L$,

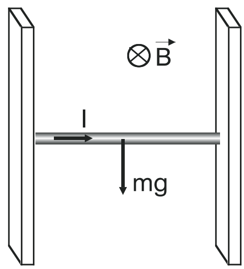
οπότε $\Sigma\vec{F} = 0 \Rightarrow \vec{B}_1 + \vec{B}_2 = 0 \Rightarrow \vec{F}_L = -\vec{B}_1$.

Δηλαδή η $\vec{F}_L$ είναι αντίθετη του βάρους $\vec{B}_1$, άρα αντίρροπη του $\vec{B}_1$ όπως φαίνεται στο σχήμα.

Με βάση τον κανόνα των τριών δακτύλων η κατεύθυνση της έντασης $\vec{B}$ του μαγνητικού πεδίου είναι αυτή που φαίνεται στο σχήμα.



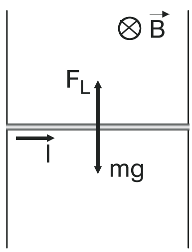
43. Ο ρευματοφόρος αγωγός του σχήματος ισορροπεί στους κατακόρυφους αγωγούς χωρίς τριβές. Αν διπλασιάσουμε το ρεύμα ο αγωγός α) θα συνεχίσει να ισορροπεί β) θα κινηθεί προς τα πάνω επιταχυνόμενος με επιτάχυνση g γ) θα κινηθεί προς τα κάτω επιταχυνόμενος με επιτάχυνση g δ) θα κινηθεί προς τα πάνω ή προς τα κάτω ευθύγραμμα και ομαλά.



Απάντηση:

Ο αγωγός ισορροπεί υπό την επίδραση του βάρους μέτρου $B_1 = mg$ και της δύναμης Laplace μέτρου $F_L = BI\cdot\ell$, οπότε $\Sigma F = 0 \Rightarrow F_L - mg = 0 \Rightarrow F_L = mg \Rightarrow$

$\Rightarrow \boxed{\mathbf{BI\ell = mg}}$ (1).



Αν διπλασιάσουμε την ένταση του ρεύματος τότε η δύναμη Laplace θα γίνει

$$F'_L = B \cdot 2I \cdot \ell \Rightarrow F'_L = 2BI\ell \overset{(1)}{\Rightarrow} \boxed{F'_L = 2mg} \quad (2), \quad \text{δηλ. } F'_L > mg$$

Άρα ο αγωγός θα κινηθεί προς τα πάνω με επιτάχυνση

$$\alpha = \frac{\Sigma F}{m} \Rightarrow \alpha = \frac{F'_L - mg}{m} \Rightarrow \alpha = \frac{2mg - mg}{m} \Rightarrow \alpha = \frac{mg}{m} \Rightarrow \boxed{\alpha = g}$$

Άρα σωστό είναι το β).

44. Στον αγωγό της προηγούμενης ερώτησης τι θα συμβεί αν α) αλλάξουμε την φορά του ρεύματος. β) αλλάξουμε τη φορά του ρεύματος και της έντασης του μαγνητικού πεδίου ταυτόχρονα. γ) διπλασιάσουμε το μέτρο της έντασης του μαγνητικού πεδίου και ταυτόχρονα υποδιπλασιάσουμε την ένταση του ρεύματος.

Απάντηση:

α. Αν στον αγωγό της προηγούμενης ερώτησης αλλάξουμε τη φορά του ρεύματος τότε, από τον κανόνα των τριών δακτύλων, προκύπτει ότι η φορά της δύναμης Laplace θα είναι τώρα προς τα κάτω αλλά το μέτρο της θα είναι πάλι $F_L = BI\ell$. Από τη σχέση (1) της προηγούμενης ερώτησης θα ισχύει πάλι $\boxed{BI\ell = mg}$ Έτσι ο αγωγός θα κινηθεί προς τα κάτω με επιτάχυνση

$$\alpha_1 = \frac{\Sigma F}{m} = \frac{F_L + mg}{m} = \frac{mg + mg}{m} = \frac{2mg}{m} = 2g \Rightarrow \boxed{\alpha_1 = 2g}$$

β. Αν αλλάξουμε ταυτόχρονα τη φορά του ρεύματος και της έντασης του μαγνητικού πεδίου τότε, από τον κανόνα των τριών δακτύλων, προκύπτει ότι η φορά της δύναμης Laplace εξακολουθεί να είναι προς τα πάνω, χωρίς να αλλάξει το μέτρο της. Άρα θα ισχύει $\Sigma F = F_L - mg = BI\ell - mg = mg - mg = 0 \Rightarrow \Sigma F = 0$. Δηλαδή ο αγωγός θα συνεχίσει να ισορροπεί.

γ. Αν διπλασιάσουμε το μέτρο της έντασης του μαγνητικού πεδίου και υποδιπλασιάσουμε ταυτόχρονα την ένταση του ρεύματος, η φορά της δύναμης Laplace παραμένει προς τα πάνω ενώ το μέτρο της γίνεται

$$F'_L = 2B\frac{I}{2}\ell = BI\ell \Rightarrow F'_L = BI\ell \overset{(1)}{=} mg.$$

Άρα θα ισχύει

$$\Sigma F = F'_L - mg = mg - mg = 0 \Rightarrow \Sigma F = 0.$$

Δηλαδή ο αγωγός θα συνεχίσει να ισορροπεί.

45. Βρείτε ποια από τις παρακάτω απαντήσεις της ερώτησης που ακολουθεί είναι σωστή: Δύο παράλληλοι ευθύγραμμοι αγωγοί Α και Γ μεγάλου μήκους που διαρρέεονται από ρεύμα I_A και $I_Γ$ αντίστοιχα, βρίσκονται σε μικρή μεταξύ τους απόσταση. Αν $I_A = 2I_Γ$ τότε τα μέτρα των δυνάμεων Laplace F_A και $F_Γ$ που ασκούνται στους αγωγούς είναι:

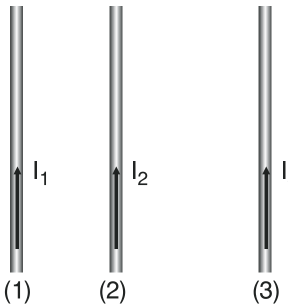
α) $F_A = 3F_Γ$, β) $F_A = F_Γ/3$,

γ) $F_A = F_Γ$, δ) τα στοιχεία δεν είναι επαρκή.

Απάντηση:

Σωστή απάντηση είναι η γ) $F_A = F_Γ$, αφού λόγω δράσης – αντίδρασης οι δυνάμεις F_A και $F_Γ$ είναι αντίθετες, άρα έχουνε ίσα μέτρα.

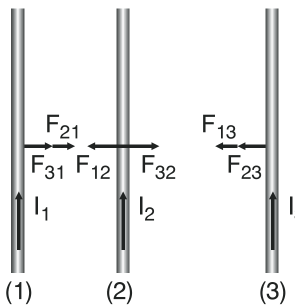
46. Τρεις παράλληλοι ρευματοφόροι αγωγού Α, Γ, Δ μεγάλου μήκους διαρρέονται από ομόρροπα ρεύματα I_1, I_2, I_3. Σε ποιον από τους τρεις αγωγούς η συνισταμένη δύναμη από τους δύο άλλους αγωγούς είναι δυνατόν να είναι μηδέν;



Απάντηση:

Ο αγωγός (1) δέχεται από τον αγωγό (2) δύναμη $\vec{F}_{21}$ και από τον αγωγό (3) δύναμη $\vec{F}_{31}$ όπως φαίνεται στο σχήμα.

Ο αγωγός (2) δέχεται από τον αγωγό (1) δύναμη $\vec{F}_{12}$ και από τον αγωγό (3) δύναμη $\vec{F}_{32}$ ενώ ο αγωγός (3) δέχεται από τον αγωγό (1) δύναμη $\vec{F}_{13}$ και από τον αγωγό (2) δύναμη $\vec{F}_{23}$ όπως επίσης φαίνεται στο σχήμα.



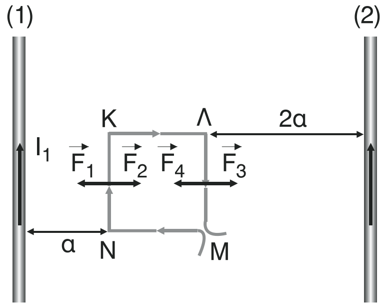
Μόνο στον αγωγό (2) μπορεί η συνισταμένη των δυνάμεων να είναι μηδέν αν βέβαια ισχύει

$$\vec{F}_{12} = -\vec{F}_{32}.$$

Σε κάθε έναν από τους αγωγούς (1) και (3) οι δυνάμεις είναι ομόρροπες οπότε αποκλείεται να έχουν συνισταμένη ίση με μηδέν.

47. Βρείτε ποια από τις παρακάτω απαντήσεις της ερώτησης που ακολουθεί είναι σωστή: Αν το τετράγωνο πλαίσιο και οι ευθύγραμμοι αγωγοί βρίσκονται στο ίδιο επίπεδο και το πλαίσιο είναι ελεύθερο να κινηθεί τότε:

α) θα κινηθεί προς τον αγωγό 1, β) θα κινηθεί προς τον αγωγό 2, γ) θα παραμείνει ακίνητο, δ) τα στοιχεία είναι ανεπαρκή για να αποφανθούμε.



Απάντηση:

Σωστή απάντηση είναι η α) γιατί τα σύρματα ΚΝ και ΛΜ δέχονται τις εξής δυνάμεις:

το ΚΝ

από τον αγωγό (1) $F_1 = K_\mu \dfrac{2I_1I}{\alpha} \cdot \alpha \Rightarrow F_1 = 2K_\mu I_1 \cdot I$

Από τον αγωγό (2) $F_2 = K_\mu \dfrac{2 \cdot 2I_1I}{3\alpha} \cdot \alpha \Rightarrow F_2 = \dfrac{4}{3} K_\mu I_1 \cdot I < F_1$

Άρα $\Sigma F_{KN} = F_1 - F_2 = 2K_\mu I_1 I - \dfrac{4}{3} K_\mu I_1 I \Rightarrow \boxed{\mathbf{\Sigma F_{KN} = \dfrac{2}{3} K_\mu I_1 I}}$ με $\Sigma\vec{F}_{KN} \uparrow\uparrow \vec{F}_1$.

Το ΛΜ

από τον αγωγό (1) $F_3 = K_\mu \dfrac{2I_1 \cdot I}{2\alpha} \cdot \alpha \Rightarrow F_3 = K_\mu I_1 \cdot I$

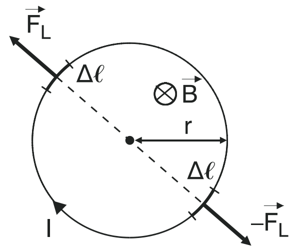
από τον αγωγό (2) $F_4 = K_\mu \dfrac{2 \cdot 2I_1I}{2\alpha} \cdot \alpha \Rightarrow F_4 = 2K_\mu I_1 \cdot I > F_3$.

Άρα $\Sigma F_{\Lambda M} = F_4 - F_3 = 2K_\mu I_1 I - K_\mu I_1 I \Rightarrow \boxed{\mathbf{\Sigma F_{\Lambda M} = K_\mu I_1 I}}$ με $\Sigma\vec{F}_{\Lambda M} \uparrow\uparrow \vec{F}_4$.

Επειδή οι δυνάμεις $\Sigma\vec{F}_{KN}$ και $\Sigma\vec{F}_{\Lambda M}$ έχουν κατεύθυνση προς τον αγωγό (1) το πλαίσιο θα κινηθεί προς τον αγωγό (1). (Τα σύρματα ΚΛ και ΜΝ δέχονται δυνάμεις από τους δύο αγωγούς που είναι παράλληλες στους δύο αγωγούς και αντίθετες μεταξύ τους. Επίσης οι δυνάμεις μεταξύ των ΚΝ και ΛΜ αλληλοεξουδετερώνονται αφού είναι αντίθετες).

48. Επιλέξτε τη σωστή απάντηση στην παρακάτω ερώτηση: Ένας κυκλικός αγωγός που διαρρέεται από ρεύμα Ι τοποθετείται κάθετα στις δυναμικές γραμμές ομογενούς μαγνητικού πεδίου, η συνολική δύναμη που δέχεται είναι: α) μηδέν, β) ανάλογη προς την ένταση του ρεύματος και το εμβαδόν επιφάνειας του αγωγού, γ) ανάλογη προς την ένταση του ρεύματος και την ένταση του μαγνητικού πεδίου.

Απάντηση:



Σωστή απάντηση είναι η α) δηλαδή ΣF = 0 διότι η δύναμη F_L που δέχεται κάθε στοιχειώδες τμήμα του αγωγού είναι αντίθετη της δύναμης που δέχεται το αντιδιαμετρικό του στοιχειώδες τμήμα οπότε η συνισταμένη τους είναι μηδέν. Έτσι συνολικά για ολόκληρο τον αγωγό η συνισταμένη δύναμη ΣF θα είναι ίση με μηδέν.

49. Αν μέσα σε σωληνοειδές που διαρρέεται από ρεύμα, βάλουμε πυρήνα μαλακού σιδήρου μαγνητικής διαπερατότητας μ, χαρακτηρίστε κάθε μια από τις παρακάτω προτάσεις με Σ αν είναι σωστή ή με Λ αν είναι λανθασμένη.

α) Ο σίδηρος μαγνητίζεται **Σ**
β) Μειώνεται η ένταση του μαγνητικού πεδίου μ φορές **Λ**
γ) Αυξάνεται η ένταση του μαγνητικού πεδίου μ φορές **Σ**
δ) Οι δυναμικές γραμμές στο εσωτερικό του σωληνοειδούς θα πυκνώσουν. **Σ**

50. Ποιες οι ομοιότητες στη μαγνητική συμπεριφορά ενός ρευματοφόρου σωληνοειδούς και ενός ραβδομόρφου μαγνήτη;

Απάντηση:

Η μαγνητική συμπεριφορά ενός ρευματοφόρου σωληνοειδούς είναι ακριβώς ίδια με αυτή ενός ραβδόμορφου μαγνήτη. Στο εσωτερικό του το πεδίο είναι ομογενές με τις δυναμικές γραμμές να έχουν φορά από το νότιο προς το βόρειο μαγνητικό πόλο και συνεχίζουν στο εξωτερικό του, όπου το πεδίο είναι ανομοιογενές, με φορά από το βόρειο προς το νότιο μαγνητικό πόλο. Τα ίδια ισχύουν και για τον ραβδόμορφο μαγνήτη.

51. Χαρακτηρίστε κάθε μια από τις παρακάτω προτάσεις με Σ αν είναι σωστή ή με Λ αν είναι λανθασμένη: Όταν βρεθούν μέσα σε μαγνητικό πεδίο δέχονται μαγνητικές επιδράσεις

α) Μόνο τα σιδηρομαγνητικά υλικά **Λ**
β) Όλα τα υλικά **Σ**
γ) Μόνο τα διαμαγνητικά υλικά **Λ**

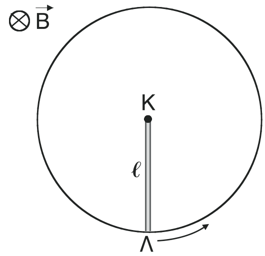
52. Να συμπληρωθούν τα κενά του κειμένου που ακολουθεί:

Μαγνητική ροή μίας επιφάνειας S που είναι κάθετη στις δυναμικές γραμμές ενός ομογενούς μαγνητικού πεδίου, ονομάζεται το φυσικό μέγεθος που ισούται με **το γινόμενο** της **έντασης** του μαγνητικού πεδίου επί **το εμβαδόν της επιφάνειας.** Η ροή είναι μέγιστη όταν **η επιφάνεια είναι κάθετη στις δυναμικές γραμμές** και ελάχιστη όταν **η επιφάνεια είναι παράλληλη στις δυναμικές γραμμές.** Μονάδα ροής είναι το **1 Weber**.

53. Να συμπληρωθούν τα κενά του κειμένου που ακολουθεί:
Όταν μεταβάλλεται η ροή σε οποιοδήποτε κύκλωμα, τότε εμφανίζεται **διαφορά δυναμικού**. Το φαινόμενο αυτό λέμε **ηλεκτρομαγνητική επαγωγή**.

54. Να συμπληρωθούν τα κενά του κειμένου που ακολουθεί:
Η ΗΕΔ επαγωγής που αναπτύσσεται σε μια σπείρα είναι **ανάλογη με τον ρυθμό μεταβολής της μαγνητικής ροής που διέρχεται από την σπείρα.**

55. Ποια η μεταβολή της μαγνητικής ροής, αν ο αγωγός ΚΛ = ℓ στραφεί κατά 90˚, 180˚, 360˚ γύρω από το σημείο Κ.



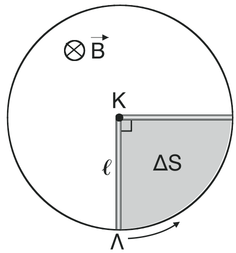
Απάντηση:

- Για στροφή του αγωγού ΚΛ κατά 90˚ η μεταβολή ΔΦ της μαγνητικής ροής είναι:

$$\Delta\Phi = B \cdot \Delta S$$

όπου $\Delta S = \frac{1}{4}\pi\ell^2$ ($\pi\ell^2$ είναι το εμβαδό όλου του κυκλικού δίσκου ακτίνας ℓ).

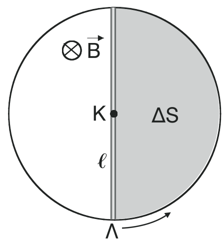
Άρα $\Delta\Phi = B\frac{1}{4}\pi\ell^2 \Rightarrow \boxed{\mathbf{\Delta\Phi = \frac{1}{4}B\pi \cdot \ell^2}}$



- Για στροφή του αγωγού ΚΛ κατά 180˚ η μεταβολή ΔΦ της μαγνητικής ροής είναι:

$\Delta\Phi = B \cdot \Delta S$ όπου $\Delta S \cdot \frac{1}{2}\pi\ell^2$.

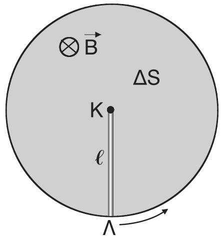
Άρα $\Delta\Phi = B\frac{1}{2}\pi \cdot \ell^2 \Rightarrow \boxed{\mathbf{\Delta\Phi = \frac{1}{2}B\pi \cdot \ell^2}}$



- Για στροφή του αγωγού ΚΛ κατά 360° η μεταβολή ΔΦ της μαγνητικής ροής είναι:

  $\Delta\Phi = B \cdot \Delta S$ όπου $\Delta S = \pi \cdot \ell^2$.

  Άρα $\boxed{\mathbf{\Delta\Phi = B\pi\ell^2}}$



56. Να υποδείξετε 4 τρόπους με τους οποίους μπορούμε να μεταβάλλουμε τη μαγνητική ροή που περνά μέσα από ένα σωληνοειδές.

Απάντηση:

1ος τρόπος:
Εισάγοντας πυρήνα μαλακού σιδήρου στο εσωτερικό σωληνοειδούς.
2ος τρόπος:
Μετακινώντας έναν μαγνήτη ως προς το σωληνοειδές.
3ος τρόπος:
Μεταβάλλοντας την ένταση του ρεύματος που διαρρέει το σωληνοειδές.
4ος τρόπος:
Μεταβάλλοντας την ένταση του μαγνητικού πεδίου στο οποίο βρίσκεται το σωληνοειδές, εννοείται με το επίπεδο των σπειρών του όχι παράλληλο στην ένταση του πεδίου.

57. Δώστε 4 τουλάχιστον τρόπους ανάπτυξης ΗΕΔ επαγωγής.

Απάντηση:

Όλοι οι τρόποι μεταβολής της μαγνητικής ροής της ερώτησης 56 μπορούν να χρησιμοποιηθούν για την ανάπτυξη ΗΕΔ από επαγωγή στο πηνίο.

58. Χαρακτηρίστε κάθε μία από τις παρακάτω προτάσεις της ερώτησης που ακολουθεί με Σ αν είναι σωστή ή με Λ αν είναι λανθασμένη:
Η ΗΕΔ επαγωγής που αναπτύσσεται στα άκρα του σωληνοειδούς

α) Διαρκεί για όσο χρόνο ο πυρήνας του μαλακού σιδήρου υπάρχει ακίνητος μέσα στο σωληνοειδές. **Λ**

β) Διαρκεί για όσο χρόνο ο πυρήνας μαλακού σιδήρου μπαίνει ή βγαίνει από το σωληνοειδές. **Σ**

γ) Διαρκεί για όσο χρόνο το σωληνοειδές διαρρέεται από ρεύμα. **Λ**

δ) Διαρκεί για όσο χρόνο μεταβάλλεται η ένταση του ρεύματος. **Σ**

59. Συμπληρώστε τα κενά του κειμένου: Το επαγωγικό ρεύμα έχει **τέτοια φορά** ώστε **το μαγνητικό του πεδίο** να αντιστέκεται στην αιτία που το προκαλεί.

60. Βρείτε ποια από τις παρακάτω απαντήσεις της ερώτησης που ακολουθεί είναι σωστή: Το κύριο φαινόμενο της επαγωγής εμφανίζεται ως α) δημιουργία ΗΕΔ, β) δημιουργία ΗΕΔ, γ) δημιουργία επαγωγικού ρεύματος, γ) δημιουργία επαγωγικού φορτίου, δ) ανάπτυξη δύναμης Laplace.

Απάντηση:

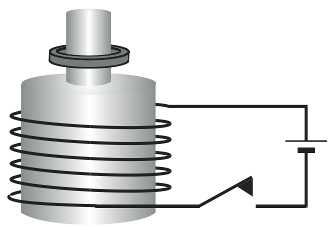
Σωστή απάντηση είναι η α) δημιουργία ΗΕΔ.

61. Επιλέξτε τη σωστή απάντηση στην ερώτηση που ακολουθεί. Σφαίρα ακτίνας R τοποθετείται μέσα σε ομογενές μαγνητικό πεδίο. Η ροή που διέρχεται από τη σφαίρα είναι α) B4πR, β) 0, γ) B4πR^2, δ) τίποτα από αυτά.

Απάντηση:

Σωστή απάντηση είναι η β) 0, διότι όσες δυναμικές γραμμές εισέρχονται στη σφαίρα τόσες και εξέρχονται.

62. Να εξηγήσετε γιατί όταν κλείσουμε το διακόπτη, ο μεταλλικός δακτύλιος πετιέται προς τα πάνω;



Απάντηση:

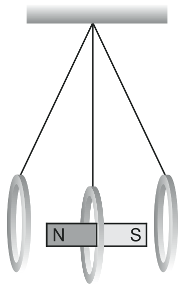
Κλείνοντας το διακόπτη το πηνίο θα διαρρέεται από ρεύμα οπότε ο μεταλλικός πυρήνας που βρίσκεται στο εσωτερικό του θα μαγνητιστεί με το βόρειο μαγνητικό πόλο να είναι στο πάνω άκρο και το νότιο μαγνητικό πόλο στο κάτω άκρο. Έτσι η μαγνητική ροή που διέρχεται από το δακτύλιο αυξάνεται με αποτέλεσμα να εμφανίζεται σ’αυτόν ΗΕΔ από επαγωγή. Αφού ο δακτύλιος είναι κλειστός θα διαρρέεται από επαγωγικό ρεύμα με τέτοια φορά ώστε να αντιστέκεται στην αιτία που το προκάλεσε δηλαδή στην αύξηση της μαγνητικής ροής που διέρχεται μέσα από αυτόν. Έτσι κινείται προς τα πάνω ώστε να μειωθεί η μαγνητική ροή. Αυτό επιτυγχάνεται με το ότι η ένταση του μαγνητικού πεδίου στο κέντρο του δακτυλίου λόγω του επαγωγικούς ρεύματος, έχει κατεύθυνση προς τα κάτω, αντίθετη από την κατεύθυνση της έντασης του μαγνητικού πεδίου του πυρήνα στο πάνω άκρο του που είναι βόρειος μαγνητικός πόλος. Δηλαδή στην κάτω επιφάνεια του δακτυλίου δημιουργείται βόρειος μαγνητικός πόλος που απωθείται από τον βόρειο μαγνητικό πόλο του πυρήνα με αποτέλεσμα ο δακτύλιος να κινηθεί προς τα πάνω. Αν ο δακτύλιος ήταν ανοιχτός δεν θα πετιόταν προς τα πάνω αφού δεν θα υπήρχε επαγωγικό ρεύμα σ’αυτόν και άρα ούτε δημιουργία δικού του μαγνητικού πεδίου.

63. Βρείτε ποια από τις παρακάτω απαντήσεις της ερώτησης που ακολουθεί είναι σωστή: Ο κανόνας του Lenz είναι απόρροια α) της αδράνειας, β) της διατήρησης της ορμής, γ) της διατήρησης της ενέργειας, δ) της διατήρησης του φορτίου.

Απάντηση:

Σωστή απάντηση είναι η γ) της διατήρησης της ενέργειας.

64. Τι θα συμβεί στο πλάτος αιώρησης του χάλκινου δακτυλίου, αν στο κατώτερο σημείο της τροχιάς του, περνά μέσα από ένα ραβδόμορφο μαγνήτη;Τι θα συμβεί αν το δακτυλίδι το κόψουμε σε κάποιο σημείο;

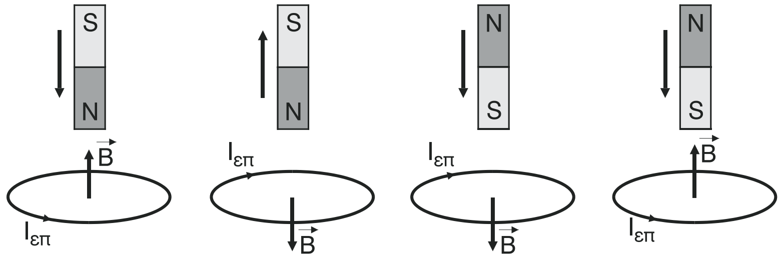


Απάντηση:

Το πλάτος της αιώρησης του χάλκινου δακτυλίου θα μειωθεί διότι: Καθώς ο δακτύλιος πλησιάζει προς το μαγνήτη αυξάνεται η μαγνητική ροή που διέρχεται από αυτόν, εμφανίζεται επαγωγική ΗΕΔ και στη συνέχεια επαγωγικό ρεύμα με τέτοια φορά ώστε να αντιστέκεται στην αύξηση της μαγνητικής ροής που δημιουργείται με το πλησίασμα του δακτυλίου στο μαγνήτη. Έτσι, στην επιφάνεια του δακτυλίου που είναι προς το βόρειο πόλο του μαγνήτη αναπτύσσεται ομώνυμος μαγνητικός πόλος με αυτόν του μαγνήτη και ο δακτύλιος απωθείται μειώνοντας έτσι την ταχύτητά του. Αφού περάσει μέσα από τον μαγνήτη και αρχίσει να απομακρύνεται από αυτόν έχουμε πάλι εμφάνιση επαγωγικού ρεύματος, λόγω μείωσης, τώρα, της μαγνητικής ροής. Η φορά του ρεύματος είναι τώρα αντίθετη από την προηγούμενη και τέτοια ώστε στην επιφάνεια του δακτυλίου που είναι προς το νότιο πόλο του μαγνήτη, αναπτύσσεται ετερώνυμος μαγνητικός πόλος και ο δακτύλιος έλκεται, με αποτέλεσμα να μειώνεται η ταχύτητά του και βέβαια το πλάτος της αιώρησης που θα έκανε αν δεν υπήρχε ο μαγνήτης. Αν κόψουμε το δακτύλιο σε κάποιο σημείο, έχουμε εμφάνιση επαγωγικής ΗΕΔ αλλά όχι επαγωγικού ρεύματος. Έτσι το πλάτος της αιώρησής του δεν επηρεάζεται από την ύπαρξη του μαγνήτη αφού ο δακτύλιος δεν θα εμφανίσει δικό του μαγνητικό πεδίο.

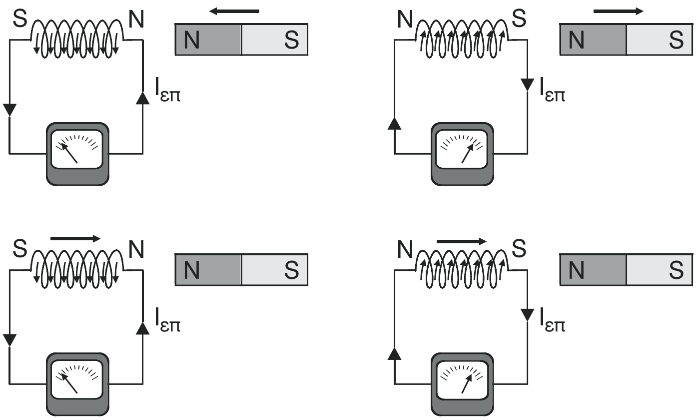
65. Να σχεδιάσετε τη φορά του ρεύματος στον κυκλικό δακτύλιο.

Απάντηση



66. Να σχεδιάσετε τη σωστή φορά του ρεύματος στο σωληνοειδές.

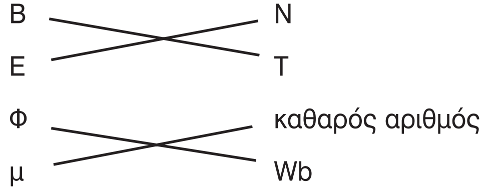
Απάντηση



67. Να συμπληρωθούν τα κενά του κειμένου.

Το ηλεκτρικό φορτίο είναι ανεξάρτητο από τη χρονική διάρκεια που διαρκεί η μεταβολή της μαγνητικής ροής.

68. Να αντιστοιχίσετε τα μεγέθη στις σωστές μονάδες.



69. Να αντιστοιχίσετε τα φυσικά μεγέθη με τις μαθηματικές τους εκφράσεις.

1. Ένταση επαγωγικού ρεύματος.	α. $B I \ell$
2. Επαγωγική τάση	β. $K_\mu \frac{2I}{r}$
3. Ένταση μαγνητικού πεδίου στο εσωτερικό σωληνοειδές	γ. $K_\mu \frac{2\pi I}{r}$
4. Ένταση μαγνητικού πεδίου στο κέντρο κυκλικού αγωγού	δ. $K_\mu 4\pi \frac{N}{\ell} I$
5. Επαγωγικό φορτίο	ε. $\frac{\Delta\Phi}{\Delta t}$
6. Δύναμη Laplace	στ. $\frac{\varepsilon}{R}$
7. Ένταση μαγνητικού πεδίου ευθύγραμμου ρευματοφόρου αγωγού μεγάλου μήκους σε απόσταση r από αυτόν	ζ. $\frac{\Delta\Phi}{R}$

Απάντηση:

1 – στ, 2 – ε, 3 – δ, 4 – γ, 5 – ζ, 6 – α, 7 – β.

ΛΥΜΕΝΑ ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΑ ΤΟΥ ΣΧΟΛΙΚΟΥ ΒΙΒΛΙΟΥ

(Να θεωρείται γνωστό, όπου χρειάζεται, ότι $K_\mu = 10^{-7}\,\frac{N}{A^2}$).

1. ***Ευθύγραμμος αγωγός μεγάλου μήκους διαρρέται από ρεύμα έντασης $I = 100$ A. Να υπολογιστεί το μέτρο της έντασης του μαγνητικού πεδίου σε απόσταση $r = 10$ cm από τον αγωγό.***

Λύση

Για το μέτρο B της έντασης ισχύει:

$$B = K_\mu \frac{2I}{r} \overset{S.I.}{\Rightarrow} B = 10^{-7}\,\frac{2 \cdot 10^2}{10 \cdot 10^{-2}}\,T \Rightarrow \boxed{B = 2 \cdot 10^{-4}\,T}$$

2. ***Ευθύγραμμος ρευματοφόρος αγωγός μεγάλου μήκους δημιουργεί γύρω του μαγνητικό πεδίο. Να βρεθεί σε ποια σημεία η ένταση του μαγνητικού πεδίου έχει μέτρο B, $\frac{B}{2}$, $\frac{B}{3}$, ..., $\frac{B}{v}$. Να γίνει η γραφική παράσταση της έντασης του μαγνητικού πεδίου σε συνάρτηση με την απόσταση x από τον ευθύγραμμο ρευματοφόρο αγωγό.***

Λύση

Για το μέτρο B της έντασης του μαγνητικού πεδίου σε απόσταση x από τον ευθύγραμμο αγωγό ο οποίος διαρρέεται από ρεύμα έντασης I ισχύει:

$$B = K_\mu \frac{2I}{x} \Rightarrow B \cdot x = 2K_\mu I \Rightarrow \boxed{x = \frac{2K_\mu I}{B}} \qquad (1)$$

Αν το μέτρο της έντασης είναι $B_1 = \frac{B}{2}$ τότε η απόσταση x_1 από τον αγωγό θα είναι ομοίως

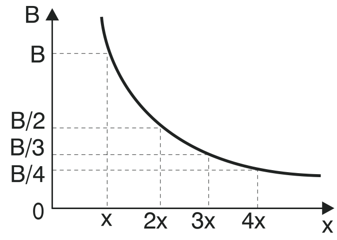
$$x_1 = \frac{2K_\mu I}{B_1} \Rightarrow x_1 = \frac{2K_\mu I}{\frac{B}{2}} \Rightarrow x_1 = 2\,\frac{2K_\mu I}{B} \overset{(1)}{\Rightarrow} \boxed{x_1 = 2x}$$

δηλαδή η απόσταση από τον αγωγό διπλασιάζεται.

Ομοίως αν $B_2 = \frac{B}{3}$ τότε $x_2 = 3x$, ..., και αν το μέτρο της έντασης γίνει ίσο με $\frac{B}{v}$ τότε η απόσταση γίνεται ίση με $v \cdot x$.

Δηλαδή, το μέτρο B της έντασης του μαγνητικού πεδίου με την απόσταση x από τον αγωγό είναι αντιστρόφως ανάλογα αφού $B \cdot x = 2K_\mu I =$ σταθ., για όλα τα ζεύγη B,x.

Έτσι η γραφική παράσταση $B = f(x)$ θα είναι υπερβολή όπως φαίνεται στο διπλανό διάγραμμα.



3. ***Ευθύγραμμος ρευματοφόρος αγωγός μεγάλου μήκους δημιουργεί γύρω του μαγνητικό πεδίο η ένταση του οποίου σε απόσταση r = 20cm, έχει μέτρο $B = 2 \cdot 10^{-5}$ T. α) Να υπολογιστεί η ένταση του ρεύματος που διαρρέει τον αγωγό. β) Να υπολογιστεί η ένταση του μαγνητικού πεδίου σε απόσταση 2r από τον αγωγό αν διπλασιάσουμε την ένταση του ρεύματος.***

Λύση

α) Αν I η ένταση του ρεύματος που διαρρέει τον αγωγό, ισχύει:

$$B = K_\mu \frac{2I}{r} \Rightarrow B \cdot r = 2K_\mu I \Rightarrow I = \frac{B \cdot r}{2K_\mu} \Rightarrow I = \frac{2 \cdot 10^{-5} \cdot 20 \cdot 10^{-2}}{2 \cdot 10^{-7}} \text{A} \Rightarrow \boxed{I = 20A}$$

β) Αν B_1 το μέτρο της έντασης του μαγνητικού πεδίου όταν η απόσταση γίνει $r_1 = 2r$ και η ένταση του ρεύματος $I_1 = 2I$, ισχύει:

$$B_1 = K_\mu \frac{2I_1}{r_1} \Rightarrow B_1 = K_\mu \frac{2 \cdot 2I}{2r} \Rightarrow B_1 = K_\mu \frac{2I}{r}.$$

Όμως $K_\mu \dfrac{2I}{r} = B$. Άρα $\boxed{B_1 = B = 2 \cdot 10^{-5}\ T}$

4. ***Μία ηλεκτρική πηγή που έχει E = 90V και μηδενική εσωτερική αντίσταση, συνδέεται με ευθύγραμμο ρευματοφόρο αγωγό μεγάλου μήκους και αντίστασης R = 15Ω. Να υπολογιστεί το μέτρο της έντασης του μαγνητικού πεδίου που δημιουργείται σε απόσταση x = 10 cm από τον αγωγό.***

Λύση

Η ένταση I του ρεύματος που θα διαρρέει τον ευθύγραμμο αγωγό θα είναι

$$I = \frac{E}{R_{ολ}} \overset{R_{ολ}=R}{\Rightarrow} I = \frac{E}{R} \overset{S.I.}{\Rightarrow} I = \frac{90}{15} \text{A} \Rightarrow \boxed{I = 6A}$$

Άρα, το μέτρο B της έντασης του μαγνητικού πεδίου, θα είναι:

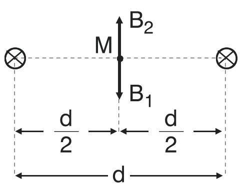
$$B = K_\mu \frac{2I}{x} \overset{S.I.}{\Rightarrow} B = 10^{-7} \frac{2 \cdot 6}{10 \cdot 10^{-2}} T \Rightarrow \boxed{\mathbf{B = 12 \cdot 10^{-6}\ T}}$$

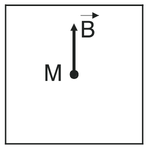
5. ***Δύο παράλληλοι ρευματοφόροι αγωγοί μεγάλου μήκους βρίσκονται σε απόσταση $d = 30cm$ και διαρρέονται από ρεύματα $I_1 = 10A$ και $I_2 = 20A$. Να υπολογιστεί η ένταση του μαγνητικού πεδίου στο μέσο της μεταξύ τους απόστασης αν τα ρεύματα είναι α) ομόρροπα, β) αντίρροπα.***

Λύση

α) Τα ρεύματα είναι ομόρροπα.

Η ένταση $\vec{B}$ του μαγνητικού πεδίου στο μέσο Μ της απόσταση d μεταξύ των δύο αγωγών είναι $\vec{B} = \vec{B}_1 + \vec{B}_2$, όπου $\vec{B}_1$, $\vec{B}_2$ οι εντάσεις στο σημείο Μ εξαιτίας των ρευμάτων I_1 και I_2 αντίστοιχα.





Οι εντάσεις $\vec{B}_1$ και $\vec{B}_2$ βρίσκονται σε επίπεδο κάθετο στους δύο αγωγούς, κάθετες στην απόσταση μεταξύ των δύο αγωγών και αντίρροπα όπως φαίνεται στο σχήμα. Για τα μέτρα τους ισχύει:

$$B_1 = K_\mu \frac{2I_1}{\frac{d}{2}} \Rightarrow B_1 = 4km \frac{I_1}{d} \overset{S.I.}{\Rightarrow} B_1 = 4 \cdot 10^{-7} \frac{10}{30 \cdot 10^{-2}} T \Rightarrow$$

$$\Rightarrow B_1 = \frac{4 \cdot 10^{-6}}{3 \cdot 10^{-1}} T \Rightarrow \boxed{\mathbf{B_1 = \frac{4}{3} \cdot 10^{-5}\ T}}$$

$$B_2 = K_\mu \frac{2I_2}{\frac{d}{2}} \Rightarrow B_2 = 4K_\mu \frac{I_2}{d} \Rightarrow B_2 = 4 \cdot 10^{-7} \frac{20}{30 \cdot 10^{-2}} T \Rightarrow$$

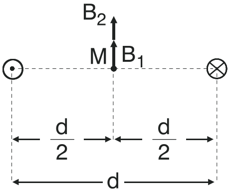
$$\Rightarrow B_2 = \frac{4 \cdot 10^{-7} \cdot 2}{3 \cdot 10^{-2}} T \Rightarrow \boxed{\mathbf{B_2 = \frac{8}{3} \cdot 10^{-5}\ T}} \text{ με } \vec{B}_1 \uparrow\uparrow \vec{B}_2.$$

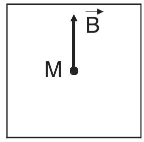
Άρα, το μέτρο B της έντασης του μαγνητικού πεδίου στο σημείο Μ θα είναι:

$$B = B_2 - B_1 \Rightarrow B = \left(\frac{8}{3} \cdot 10^{-5} - \frac{4}{3} \cdot 10^{-5}\right) T \Rightarrow \boxed{\mathbf{B = \frac{4}{3} \cdot 10^{-5}\ T}} \text{ με } \vec{B} \uparrow\uparrow \vec{B}_2.$$

β) Τα ρεύματα είναι αντίρροπα.

Τα μέτρα B_1, B_2 των δύο εντάσεων στο σημείο Μ είναι:





$B_1 = \frac{4}{3} \cdot 10^{-5}$ T και $B_2 = \frac{8}{3} \cdot 10^{-5}$ T με $\vec{B}_1 \uparrow\uparrow \vec{B}_2$.

Άρα, το μέτρο B της έντασης του μαγνητικού πεδίου στο σημείο Μ θα είναι:

$$B = B_1 + B_2 \Rightarrow B = \left(\frac{8}{3} \cdot 10^{-5} + \frac{4}{3} \cdot 10^{-5}\right)\text{T} \Rightarrow B = \frac{12}{3} \cdot 10^{-5}\ \text{T} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \boxed{\mathbf{B = 4 \cdot 10^{-5}\ T}} \text{ με } \vec{B} \uparrow\uparrow \vec{B}_1.$$

ΠΑΡΑΤΗΡΗΣΗ:

Ο υπολογισμός της έντασης του μαγνητικού πεδίου στις περιπτώσεις α) και β) έγινε για ένα μόνο επίπεδο κάθετο στους δύο αγωγούς.

Τα ίδια ισχύουν για όλα τα επίπεδα που είναι κάθετα στους δύο αγωγούς.

6. ***Δύο παράλληλοι αγωγοί μεγάλου μήκους που βρίσκονται σε απόσταση d = 30 cm διαρρέονται από ρεύματα I_1 και $I_2 = 3I_1$. Να βρεθεί σε ποια σημεία η ένταση του μαγνητικού πεδίου είναι μηδέν αν τα ρεύματα είναι α) ομόρροπα, β) αντίρροπα.***

Λύση

α) Τα ρεύματα είναι ομόρροπα.

Σε κάθε σημείο, η ένταση $\vec{B}$ του μαγνητικού πεδίου θα είναι

$$\vec{B} = \vec{B}_1 + \vec{B}_2 \qquad (1)$$

όπου $\vec{B}_1$, $\vec{B}_2$ οι εντάσεις σ' εκείνο το σημείο εξαιτίας των ρευμάτων I_1 και I_2 αντίστοιχα. Αν στο σημείο αυτό η ένταση είναι ίση με μηδέν, θα ισχύει: $\vec{B}=0 \Rightarrow \vec{B}_1 + \vec{B}_2 = 0 \Rightarrow \boxed{\vec{B}_1 = -\vec{B}_2} \qquad (2)$

Δηλαδή, οι εντάσεις $\vec{B}_1$ και $\vec{B}_2$ πρέπει να είναι αντίθετες, οπότε πρέπει να ισχύουν οι εξής συνθήκες:

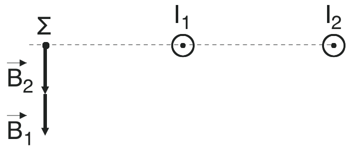
1. οι εντάσεις $\vec{B}_1$, $\vec{B}_2$ να έχουν ίδια διεύθυνση,

2. οι εντάσεις $\vec{B}_1$, $\vec{B}_2$ να έχουν αντίθετη φορά,

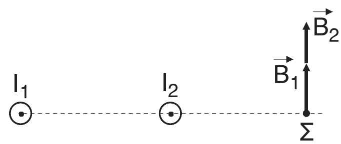
3. οι εντάσεις $\vec{B}_1$, $\vec{B}_2$ να έχουν ίδιο μέτρο ($B_1 = B_2$).

Αν οι αποστάσεις του σημείου αυτού από τους αγωγούς Α και Γ είναι r_1 και r_2 αντίστοιχα, γνωρίζουμε ότι η ένταση $\vec{B}_1$ είναι κάθετη στην r_1 και η ένταση $\vec{B}_2$ κάθετη στην r_2. Όμως, επειδή τα $\vec{B}_1$ και $\vec{B}_2$ βρίσκονται στην ίδια ευθεία λόγω της συνθήκης 1, αυτή η ευθεία πρέπει να είναι κάθετη ταυτόχρονα και στο r_1 και στο r_2. Αφού τα $\vec{B}_1$, $\vec{B}_2$, r_1, r_2 βρίσκονται στο ίδιο επίπεδο (το κάθετο στους δύο αγωγούς), υποχρεωτικά τα r_1, r_2 πρέπει να είναι συνθευθειακά (αφού τα B_1, B_2 έχουν το ίδιο σημείο εφαρμογής).
Άρα, το σημείο, έστω Σ, στο οποίο η ένταση $\vec{B}$ του μαγνητικού πεδίου είναι ίση με μηδέν βρίσκεται πάνω σε ευθεία που ορίζεται από την απόσταση μεταξύ των δύο αγωγών. Έτσι διακρίνουμε τις παρακάτω περιπτώσεις:

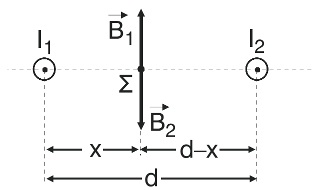
1η περίπτωση: Το σημείο Σ να βρίσκεται αριστερά του I_1. Η περίπτωση αυτή απορρίπτεται λόγω της συνθήκης 2.



2η περίπτωσης: Το σημείο Σ να βρίσκεται δεξιά του I_2. Η περίπτωση αυτή απορρίπτεται λόγω της συνθήκης 2.



3η περίπτωση: Το σημείο Σ να βρίσκεται μεταξύ I_1 και I_2. Στην περίπτωση αυτή ισχύει η συνθήκη 2, οπότε αρκεί να ισχύει και η συνθήκη 3. Δηλαδή $B_1 = B_2$. Αν το σημείο Σ απέχει από τον πρώτο αγωγό απόσταση x τότε θα απέχει απ΄οτον δεύτερο απόσταση d – x. Άρα:



$$B_1 = B_2 \Rightarrow K_\mu \frac{2I_1}{x} = K_\mu \frac{2I_2}{d-x} \Rightarrow \frac{I_1}{x} = \frac{I_2}{d-x} \overset{I_2=2I_1}{\Rightarrow}$$

$$\Rightarrow \frac{I_1}{x} = \frac{2I_1}{d-x} \Rightarrow \frac{1}{x} = \frac{2}{d-x} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 2x = d - x \Rightarrow 3x = d \Rightarrow x = \frac{d}{3} \Rightarrow x = \frac{30}{3}\,\text{cm} \Rightarrow \boxed{x = 10\text{cm}}$$

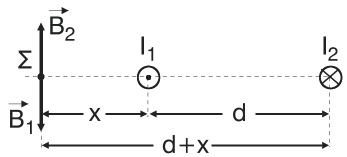
Όμως αντίστοιχα σημεία με το Σ στα οποία $\vec{B} = 0$, υπάρχουν, ένα σε κάθε επίπεδο, σε όλα τα επίπεδα που είναι κάθετα στους δύο αγωγούς. Τα σημεία αυτά βρίσκονται, όπως το Σ, μεταξύ των αγωγών και απέχουν από τον πρώτο αγωγό x = 10 cm. Έτσι, το σύνολο όλων των σημείων του μαγνητικού πεδίου στα οποία ισχύει $\vec{B} = 0$, βρίσκονται πάνω σε μια ευθεία:

- που είναι παράλληλη στους δύο αγωγούς
- που βρίσκεται στο επίπεδο των δύο αγωγών
- που απέχει από τον πρώτο αγωγό απόσταση x = 10cm, και από τον δεύτερο d – x = 20cm.

β) Τα ρεύματα είναι αντίρροπα.

Ομοίως διακρίνουμε τις παρακάτω τρεις περιπτώσεις:

1η περίπτωση: Το σημείο Σ να βρίσκεται αριστερά του I_1. Πρέπει



$$B_1 = B_2 \Rightarrow K_\mu \frac{2I_1}{x} = K_\mu \frac{2I_2}{d+x} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{I_1}{x} = \frac{I_2}{d+x} \Rightarrow \frac{I_1}{x} = \frac{2I_1}{d+x} \Rightarrow$$

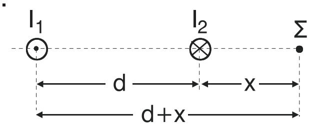
$$\Rightarrow \frac{1}{x} = \frac{2}{d+x} \Rightarrow 2x = d + x \Rightarrow x = d \Rightarrow \boxed{x = 30\text{ cm}}$$

Το σύνολο όλων των σημείων του μαγνητικού πεδίου στα οποία ισχύει $\vec{B} = 0$, βρίσκονται πάνω σε μία ευθεία:

- που είναι παράλληλη στους δύο αγωγούς
- που βρίσκεται στο επίπεδο των δύο αγωγών
- που απέχει από τον πρώτο αγωγό απόσταση x = 10 cm και από τον δεύτερο απόσταση x + d = 60 cm.

2η περίπτωση: Το Σ να βρίσκεται δεξιά του I_1.

Πρέπει:



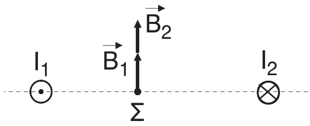
$$B_1 = B_2 \Rightarrow K_\mu \frac{2I_1}{d+x} = K_\mu \frac{2I_2}{x} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{I_2}{d+x} = \frac{I_2}{x} \Rightarrow \frac{I_1}{d+x} = \frac{2I_1}{x} \Rightarrow \frac{1}{d+x} = \frac{2}{x} \Rightarrow 2(d+x) = x \Rightarrow$$

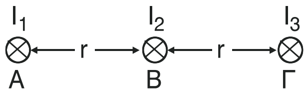
$$\Rightarrow 2d + 2x = x \Rightarrow 2d + x = 0 \Rightarrow \boxed{x = -2d} \Rightarrow x = -60\text{ cm}.$$

Η λύση αυτή απορρίπτεται γιατί πρέπει x>0.

3η περίπτωση: Το Σ να βρίσκεται μεταξύ των I_1 και I_1. Η περίπτωση αυτή απορρίπτεται λόγω της συνθήκης 2.



7. **Τρεις παράλληλοι αγωγοί μεγάλου μήκους διαρρέονται από ρεύματα I_1 = I_2 και I_3 = 2,5I_1. Αν οι μεταξύ τους αποστάσεις είναι r_1=r_2=r =6cm, να βρεθεί σε ποιο σημείο η ένταση του μαγνητικού πεδίου είναι ίση με μηδέν. (Η εικόνα δείχνει την τομή τριών αγωγών που είναι κάθετοι στη σελίδα του βιβλίου).**



Λύση

Σε κάθε σημείο, η ένταση $\vec{B}$ του μαγνητικού πεδίου θα είναι

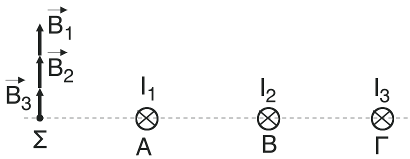
$$\vec{B} = \vec{B}_1 + \vec{B}_2 + \vec{B}_3 \qquad (1),$$

όπου $\vec{B}_1$, $\vec{B}_2$, $\vec{B}_3$ οι εντάσεις σ'εκείνο το σημείο εξαιτίας των ρευμάτων I_1, I_2 και I_3 αντίστοιχα. Αν στο σημείο αυτό η ένταση είναι ίση με μηδέν ισχύει:

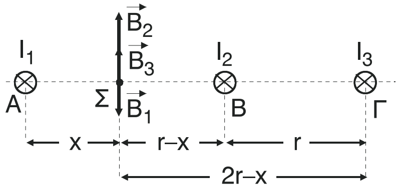
$$\vec{B} = 0 \Rightarrow \vec{B}_1 + \vec{B}_2 + \vec{B}_3 = 0 \qquad (2).$$

Σε οποιοδήποτε σημείο του επιπέδου που είναι κάθετο στους τρεις αγωγούς η σχέση (2) δεν μπορεί να ισχύει παρά μόνο για κάποιο σημείο (ή σημεία) που βρίσκονται πάνω στην ευθεία ΑΓ.

1η περίπτωση: Το σημείο, έστω Σ, στο οποίο ισχύει $\vec{B}$ = 0, να βρίσκεται αριστερά του Α. Η περίπτωση αυτή απορρίπτεται διότι οι τρεις εντάσεις είναι ομόρροπες οπότε αποκλείεται η συνισταμένη τους να είναι ίση με μηδέν.



2η περίπτωση: Το σημείο Σ να βρίσκεται μεταξύ των Α και Β, και να απέχει έστω χ από το Α. Από τη σχέση (2), βγάζοντας τα διανύσματα έχουμε:



$$-B_1 + B_2 + B_3 = 0 \Rightarrow B_2 + B_3 = B_1 \Rightarrow K_\mu \frac{2I_2}{r-x} + K_\mu \frac{2I_3}{2r-x} = K_\mu \frac{2I_2}{x} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{I_2}{r-x} + \frac{I_3}{2r-x} = \frac{I_1}{x} \Rightarrow \frac{I_1}{r-x} + \frac{2{,}5I_1}{2r-x} = \frac{I_1}{x} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{1}{r-x} + \frac{2{,}5}{2r-x} = \frac{1}{x} \Rightarrow \frac{2r-x+2{,}5(r-x)}{(r-x)(2r-x)} = \frac{1}{x} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 2r - x + 2{,}5r - \frac{2{,}5x}{2r^2} - rx - 2rx + x_2 = \frac{1}{x} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{4{,}5r - 3{,}5x}{x^2 - 3rx + 2r^2} = \frac{1}{x} \Rightarrow x^2 - 3rx + 2r^2 = x(4{,}5r - 3{,}5x) \Rightarrow$$

$$\Rightarrow x^2 - 3rx + 2r^2 = 4{,}5rx - 3{,}5x^2 \overset{r=6cm}{\Rightarrow}$$

$$\Rightarrow x^2 + 3{,}5x^2 - 3rx - 4{,}5rx + 2r^2 = 0 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 4{,}5x^2 - 7{,}5rx + 2r^2 = 0 \overset{(:10)}{\Rightarrow} 4{,}5x^2 - 7{,}5 \cdot 6x + 2 \cdot 62 = 0 \overset{(:5)}{\Rightarrow}$$

$$\Rightarrow 9x^2 - 90x + 144 = 0 \overset{(:9)}{\Rightarrow} \boxed{x^2 - 10x + 16 = 0} \qquad (3)$$

Λύνουμε τη δευτεροβάθμια εξίσωση (3).

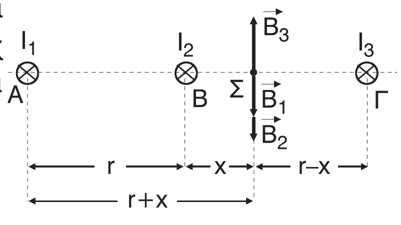
$\Delta = (-10)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 16 \Rightarrow \Delta = 100 - 64 \Rightarrow \Delta = 36 > 0$. Άρα

$$x = \frac{-(-10) + \sqrt{36}}{2} cm \Rightarrow x = \frac{10 + 6}{2} cm \Rightarrow \boxed{x = 8cm} \text{ Απορρίπτεται.}$$

$$\text{ή} \quad x = \frac{-(-10) - \sqrt{36}}{2} cm \Rightarrow x = \frac{10 - 6}{2} cm \Rightarrow \boxed{x = 2\ cm}.$$

Η λύση x = 8cm απορρίπτεται διότι πρέπει $0 < x < 6$ cm.

3η περίπτωση: Το σημείο Σ να βρίσκεται μεταξύ των Β και Γ, και να απέχει έστω χ από το Β. Από τη σχέση (2) βγάζοντας τα διανύσματα έχουμε:



$$B_1 + B_2 - B_3 = 0 \Rightarrow B_1 + B_2 = B_3 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow K_\mu = \frac{2I_1}{r+x} + K_\mu \frac{2I_2}{x} = K_\mu \frac{2I_3}{r-x} \Rightarrow \frac{I_1}{r+x} + \frac{I_3}{r-x} \Rightarrow \frac{I_1}{r+x} + \frac{I_1}{x} = \frac{2{,}5I_1}{r-x} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{1}{r + x} + \frac{1}{x} = 2{,}5 = r - x \Rightarrow \frac{x + r + x}{x(r + x)} = \frac{2{,}5}{r - x} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{2x + r}{rx + x^2} = \frac{2{,}5}{r - x} \Rightarrow 2{,}5(rx + x^2) = (r - x)(2x + r) \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 2{,}5rx + 2{,}5x^2 = 2rx + r^2 - 2x^2 - rx \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 2{,}5x^2 + 2x^2 + 2{,}5rx - 3rx + rx - r^2 = 0 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 4{,}5x^2 + 1{,}5rx - r^2 = 0 \overset{r=6cm}{\Rightarrow} 4{,}5x^2 + 1{,}5 \cdot 6 \cdot x - 62 = 0 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 4{,}5x^2 + 9x - 36 = 0 \overset{(:4)}{\Rightarrow} \boxed{x^2 + 2x - 8 = 0} \qquad (4)$$

Λύνουμε τη δευτεροβάθμια εξίσωση (4)

$\Delta = 2^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-8) \Rightarrow \Delta = 4 + 32 \Rightarrow \Delta = 36 > 0$. Άρα:

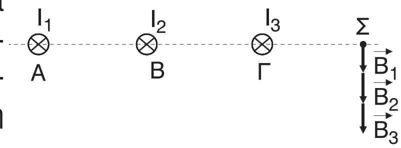
$$x = \frac{-2 + \sqrt{36}}{2}\,cm \Rightarrow x = \frac{-2 + 6}{2}\,cm \Rightarrow x = \frac{4}{2}\,cm \Rightarrow \boxed{x = 2\ cm}$$

$$ή \quad x = \frac{-2 - \sqrt{36}}{2}\,cm \Rightarrow x = \frac{-2 - 6}{2}\,cm \Rightarrow x = \frac{-8}{2}\,cm \Rightarrow \boxed{x = -4\ cm}$$

Απορρίπτεται.

Η λύση $x = -4$ cm απορρίπτεται διότι πρέπει $0 < x < 6$ cm.

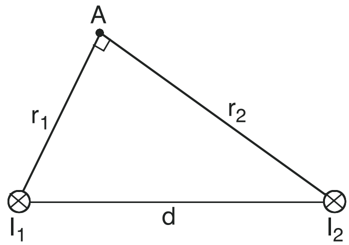
4η περίπτωση: Το σημείο Σ να βρίσκεται δεξιά του Γ. Η περίπτωση αυτή απορρίπτεται διότι οι τρεις εντάσεις είναι ομόρροπες οπότε αποκλείεται η συνισταμένη τους να είναι ίση με μηδέν.



Άρα, το σύνολο όλων των σημείων του μαγνητικού πεδίου στα οποία ισχύει $\vec{B} = 0$, βρίσκονται πάνω σε δύο ευθείες:

- που είναι παράλληλες στους τρεις αγωγούς
- που βρίσκονται στο επίπεδο των τριών αγωγών
- που απέχουν, η πρώτη 2cm από το Α βρισκόμενη μεταξύ των Α, Β και η δεύτερη 2cm από το Β βρισκόμενη μεταξύ των Β, Γ.

8. ***Δύο ευθύγραμμοι παράλληλοι αγωγοί μεγάλου μήκους απέχουν απόσταση $d = 5$ cm και διαρρέονται από ρεύματα $I_1 = 15$ A και $I_2 = 20$A. Να υπολογιστεί το μέτρο της έντασης του μαγνητικού πεδίου στο σημείο Α που απέχει από τους δύο αγωγούς αποστάσεις $r_1 = 3$cm και $r_2 = 4$cm.***



Λύση

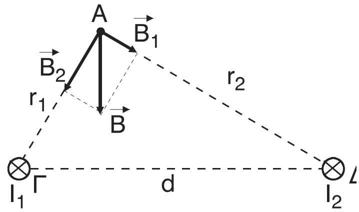
Παρατηρούμε ότι:

$r_1^2 + r_2^2 = (3\text{cm})^2 + (4\text{cm})^2 = 9\text{cm}^2 + 16\text{cm}^2 \Rightarrow$

$\Rightarrow r_1^2 + r_2^2 = 25\text{cm}^2$, και

$d^2 = (5\text{cm})^2 \Rightarrow d^2 = 25\text{cm}^2$.

Άρα $r_1^2 + r_2^2$.



Επομένως το τρίγωνο ΑΓΔ είναι ορθογώνιο με υποτείνουσα τη ΓΔ και ορθή γωνία την $\hat{\Gamma A \Delta}$. Δηλαδή $r_1 \perp r_2 = d^2$.

Σχεδιάζουμε στο σημείο Α την ένταση $\vec{B}_1$ εξαιτίας του ρεύματος I_1 και την ένταση $\vec{B}_2$ εξαιτίας του ρεύματος I_2, με βάση τον κανόνα του δεξιού χεριού.

Η $\vec{B}_1$ βρίσκεται στην ΑΔ και η $\vec{B}_2$ στην ΑΓ όπως φαίνεται στο σχήμα.

Η ένταση $\vec{B}$ του μαγνητικού πεδίου στο σημείο Α θα είναι:

$$\vec{B} = \vec{B}_1 + \vec{B}_2, \text{ με } \vec{B}_1 \perp \vec{B}_2.$$

Για τα μέτρα $\vec{B}_1$, $\vec{B}_2$ των εντάσεων έχουμε:

$$B_1 = K_\mu \frac{2I_1}{r_1} \Rightarrow B_1 = 10^{-7} \frac{2 \cdot 15}{3 \cdot 10^{-2}} \text{ T} \Rightarrow B_1 = \frac{10^{-7} \cdot 10}{10^{-2}} \text{ T} \Rightarrow \boxed{\mathbf{B_1 = 10^{-4}\ T}}$$

και

$$B_2 = K_\mu \frac{2I_2}{r_2} \Rightarrow B_2 = 10^{-7} \frac{2 \cdot 20}{4 \cdot 10^{-2}} \text{ T} \Rightarrow B_2 = \frac{10^{-7} \cdot 10}{10^{-2}} \text{ T} \Rightarrow \boxed{\mathbf{B_2 = 10^{-4}\ T\ B_1}}$$

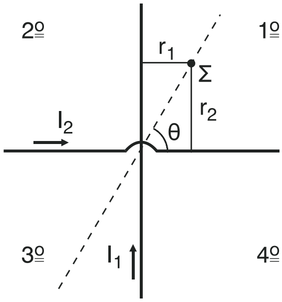
Για το μέτρο Β της έντασης του μαγνητικού πεδίου στο σημείο Α έχουμε:

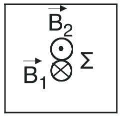
$$B^2 = B_1^2 + B_2^2 \Rightarrow B_2 = B_1^2 + B_1^2 \Rightarrow B^2 = 2B_1^2 \Rightarrow$$

$$B = B_1\sqrt{2} \overset{\text{S.I.}}{\Rightarrow} \boxed{\mathbf{B = \sqrt{2} \cdot 10^{-4} T}}$$

9. ***Δύο ευθύγραμμοι αγωγοί μεγάλου μήκους που είναι κάθετοι μεταξύ τους, βρίσκονται στο ίδιο επίπεδο και διαρρέονται από ρεύμα I_1 και $I_2 = I_1\sqrt{3}$. Να βρεθούν τα σημεία του επιπέδου στα οποία η ένταση του μαγνητικού πεδίου είναι ίση με μηδέν.***

Λύση





Σε κάθε σημείο η ένταση $\vec{B}$ του μαγνητικού πεδίου είναι

$$B = \vec{B}_1 + \vec{B}_2 \ (1),$$

όπου $\vec{B}_1$, $\vec{B}_2$ οι εντάσεις στο σημείο εκείνο εξαιτίας των ρευμάτων I_1 και I_2 αντίστοιχα. Οι εντάσεις $\vec{B}_1$ και $\vec{B}_2$ στα σημεία του επιπέδου που ορίζεται από τους δύο αγωγούς, με βάση τον κανόνα του δεξιού χεριού, έχουν την ίδια διεύθυνση.

Αν σε κάποιο σημείο η ένταση είναι ίση με μηδέν, θα ισχύει:

$$\vec{B} = 0 \overset{(1)}{\Rightarrow} \vec{B}_1 + \vec{B}_2 = 0 \Rightarrow \vec{B}_1 = -\vec{B}_2 \qquad (2)$$

Δηλαδή, οι εντάσεις $\vec{B}_1$ και $\vec{B}_2$ θα είναι αντίθετες. Αυτό σημαίνει ότι ισχύουν οι παρακάτω συνθήκες:

1. Οι εντάσεις $\vec{B}_1$ και $\vec{B}_2$ έχουν την ίδια διεύθυνση.

2. Οι εντάσεις $\vec{B}_1$ και $\vec{B}_2$ έχουν αντίθετη φορά.

3. Οι εντάσεις $\vec{B}_1$ και $\vec{B}_2$ έχουν το ίδιο μέτρο ($B_1 = B_2$).

Η συνθήκη 1 ισχύει για όλα τα σημεία του επιπέδου που ορίζουν οι δύο αγωγοί ενώ η συνθήκη 2. μόνο για τα σημεία του 1ου και 3ου τεταρτημορίου. Για να είναι $\vec{B} = 0$ πρέπει να ισχύει και η συνθήκη 3. δηλαδή $B_1 = B_2$. Αν r_1, r_2 οι αποστάσεις των σημείων από τον πρώτο και δεύτερο αγωγό αντίστοιχα, έχουμε:

$$B_1 = B_2 \Rightarrow K_\mu \frac{2I_1}{r_1} = K_\mu \frac{2I_2}{r_2} \Rightarrow \frac{I_1}{r_1} = \frac{I_2}{r_2} \Rightarrow \frac{I_1}{r_2} = \frac{I_1\sqrt{3}}{r_2} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{1}{r_1} = \frac{\sqrt{3}}{r_2} \Rightarrow \boxed{\frac{r_2}{r_1} = \sqrt{3}} \quad (3)$$

Έστω Σ ένα σημείο στο οποίο ισχύει η σχέση (3). Αν, η ευθεία που διέρχεται από το σημείο τομής των δύο αγωγών και από το σημείο Σ, σχηματίζει με τον δεύτερο αγωγό γωνία έστω θ, έχουμε:

$$εφθ = \frac{r_2}{r_1} \Rightarrow εφθ = \sqrt{3} \Rightarrow \boxed{θ = 60^\circ}$$

Για όλα τα σημεία αυτής της ευθείας αφού ισχύουν οι τρεις συνθήκες θα έχουμε $\vec{B} = 0$.

10. ***Στο κέντρο κυκλικού ρευματοφόρου αγωγού το μέτρο της έντασης του μαγνητικού πεδίου είναι $B = 2π10^{-5}T$. Αν η ακτίνα του κύκλου είναι $r = 10$ cm να βρεθεί η ένταση του ρεύματος που διαρρέει τον αγωγό.***

Λύση.

Αν I η ένταση του ρεύματος που διαρρέει τον κυκλικό αγωγό, ισχύει:

$$B = K_μ \frac{2πI}{r} \Rightarrow B \cdot r = 2πK_μ I \Rightarrow I = \frac{B \cdot r}{2πK_μ} \Rightarrow$$

$$I = \frac{2π \cdot 10^{-5} \cdot 10 \cdot 10^{-2}}{2π \cdot 10^{-7}} A \Rightarrow \boxed{I = 10\ A}$$

11. ***Κυκλικός αγωγός που αποτελείται από $N = 3$ σπείρες διαρρέεται από ρεύμα έντασης $I = 5$ A. Αν στο κέντρο του κύκλου η ένταση του μαγνητικού πεδίου έχει μέτρο $B = 3 \cdot 10^{-4}$ T να υπολογιστεί η ακτίνα του κύκλου.***

Λύση

Αν r η ακτίνα του κύκλου ισχύει:

$$B = K_μ \frac{2πI}{r} \cdot N \Rightarrow B \cdot r = 2πK_μ I \cdot N \Rightarrow r = \frac{2πK_μ IN}{B} \Rightarrow$$

$$r = \frac{2π \cdot 10^{-7} \cdot 5 \cdot 3}{3 \cdot 10^{-4}} m \Rightarrow r = \frac{10π \cdot 10^{-7}}{10^{-4}} m \Rightarrow \boxed{r = π \cdot 10^{-2}\ m}$$

12. ***Ένας κυκλικός ρευματοφόρος αγωγός έχει αντίσταση $R_1 = 16Ω$, τροφοδοτείται από πηγή που έχει ΗΕΔ. $ε = 20V$ και εσωτερική αντίσταση $R_2 = 4Ω$. Να υπολογιστεί η ένταση του μαγνητικού πεδίου στο κέντρο του κύκλου αν η ακτίνα του είναι $r=10π$ cm.***

Λύση

Αν Ι η ένταση του ρεύματος που διαρρέει τον αγωγό, από το νόμο του Ohm για κλειστό κύκλωμα έχουμε:

$$I = \frac{E}{R_{ολ}} \Rightarrow I = \frac{E}{R_1 + R_2} \Rightarrow I = \frac{20}{16+4}\,A \Rightarrow I = \frac{20}{20}\,A \Rightarrow \boxed{I = 1A}$$

Οπότε, το μέτρο Β της έντασης του μαγνητικού πεδίου στο κέντρο του κυκλικού αγωγού είναι:

$$B = K_μ \frac{2πI}{r} \Rightarrow B = 10^{-7}\frac{2π \cdot 1}{10π \cdot 10^{-2}}\,T \Rightarrow \boxed{B = 2 \cdot 10^{-6}\,T}$$

Η κατεύθυνση της έντασης $\vec{B}$ προσδιορίζεται με τον κανόνα το δεξιού χεριού και είναι κάθετη στο επίπεδο του κυκλικού αγωγού.

13. ***Ένα ηλεκτρικό φορτίο $q = 32 \cdot 10^{-3}$ C εκτελεί ομαλή κυκλική κίνηση ακτίνας $r = 3{,}2$ cm και συχνότητας $f = \frac{10^3}{π}$ Hz. Να υπολογιστεί η ένταση του μαγνητικού πεδίου στο κέντρο της κυκλικής τροχιάς.***

Λύση

Έστω ότι το φορτίο q διέρχεται από ένα σημείο της τροχιάς του Ν φορές μέσα σε χρόνο t. Τότε το συνολικό φορτίο Q που διέρχεται από το σημείο αυτό στον χρόνο t θα είναι

$$\boxed{Q = N \cdot q} \qquad (1).$$

Επειδή το φορτίο διέρχεται με σταθερό ρυθμό από το συγκεκριμένο σημείο, η ένταση Ι του κυκλικού ρεύματος που αντιστοιχεί στην κίνηση του φορτίου q, θα είναι:

$$I = \frac{Q}{t} \overset{(1)}{\Rightarrow} I = \frac{Nq}{t} \Rightarrow \boxed{I = f \cdot q} \qquad (2), \text{ όπου } f = \frac{N}{t}$$

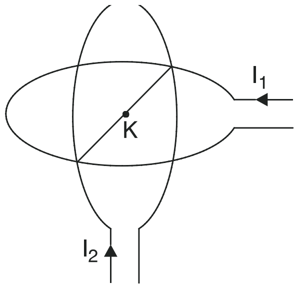
Οπότε, το μέτρο Β της έντασης του μαγνητικού πεδίου στο κέντρο της κυκλικής τροχιάς θα είναι:

$$B = K_μ \frac{2πI}{r} \Rightarrow B = K_μ \frac{2πfq}{r} \overset{S.I.}{\Rightarrow} B = \frac{10^{-7}\,2π \cdot \frac{10^3}{π}\,32 \cdot 10^{-3}}{3{,}2 \cdot 10^{-2}}\,T \Rightarrow$$

$$B = \frac{2 \cdot 32}{3{,}2} \cdot 10^{-5}\,T \Rightarrow B = 2 \cdot 10 \cdot 10^{-5}\,T \Rightarrow \boxed{B = 2 \cdot 10^{-4}\,T}$$

Η κατεύθυνση της έντασης $\vec{B}$ προσδιορίζεται με τον κανόνα του δεξιού χεριού και κάθετη στο επίπεδο της κυκλικής τροχιάς.

14. ***Δύο κυκλικοί αγωγοί διαρρέονται από ρεύματα $I_1 = I_2 = \frac{10}{\pi}$ A, έχουν την ίδια ακτίνα r = 2 cm και είναι τοποθετημένοι με τα επίπεδα τους κάθετα, ώστε να έχουν κοινό κέντρο K. Να υπολογιστεί το μέτρο της έντασης του μαγνητικού πεδίου στο κέντρο K των δύο αγωγών.***



Λύση

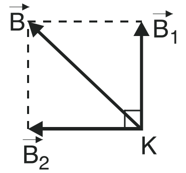
Η ένταση $\vec{B}$ του μαγνητικού πεδίου στο κοινό κέντρο K των δύο κυκλικών αγωγών είναι

$$\boxed{\vec{B} = \vec{B}_1 + \vec{B}_2} \quad (1),$$

όπου $\vec{B}_1$, $\vec{B}_2$ οι εντάσεις στο σημείο K

εξαιτίας του πρώτου και του δεύτερου αγωγού αντίστοιχα.

Με βάση τον κανόνα του δεξιού χεριού η ένταση $\vec{B}_1$ είναι κάθετη στο επίπεδο του πρώτου αγωγού στο σημείο K και η ένταση $\vec{B}_2$ είναι κάθετη στο επίπεδο του δεύτερου αγωγού, στο ίδιο χημείο. Επειδή τα επίπεδα των δύο κυκλικών αγωγών είναι κάθετα μεταξύ τους, και οι εντάσεις $\vec{B}_1$, $\vec{B}_2$ είναι επίσης κάθετες μεταξύ τους όπως φαίνεται στο διπλανό σχήμα (Η $\vec{B}_1$ είναι κατακόρυφη και η $\vec{B}_2$ οριζόντια). Για τα μέτρα τους ισχύει:



$$B_1 = K_\mu \frac{2\pi I_1}{r} \overset{S.I.}{\Rightarrow} B_1 = 10^{-7} \frac{2\pi \cdot \frac{10}{\pi}}{2 \cdot 10^{-2}} \text{ T} \Rightarrow \boxed{B_1 = 10^{-4} \text{ T}} \quad \text{και}$$

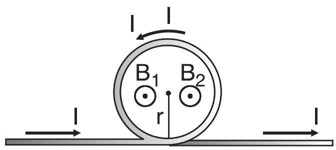
$$B_2 = K_\mu \frac{2\pi I_2}{r} \overset{I_2=I_1}{\Rightarrow} B_2 = K_\mu \frac{2\pi I_1}{r} = B_1 \Rightarrow \boxed{B_2 = 10^{-4} \text{ T} = B_1}$$

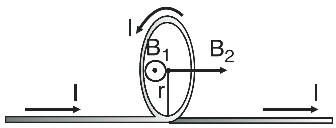
Για το μέτρο B της έντασης του μαγνητικού πεδίου, έχουμε:

$$B^2 = B_1^2 + B_2^2 \overset{B_2=B_1}{\Rightarrow} B^2 = B_1^2 + B_1^2 \Rightarrow B^2 = 2B_1^2 \Rightarrow B = B_1\sqrt{2} \overset{S.I.}{\Rightarrow}$$

$$\Rightarrow \boxed{B = \sqrt{2} \cdot 10^{-4} \text{ T}}$$

15. ***Ένας ευθύγραμμος ρευματοφόρος αγωγός μεγάλου μήκους που διαρρέεται από ρεύμα, κάμπτεται και σχηματίζει ένα κυκλικό δακτύλιο ακτίνας r. Να υπολογιστεί το μέτρο της έντασης του μαγνητικού πεδίου στο κέντρο του κύκλου όταν α) ο ευθύγραμμος και ο κυκλικός αγωγός βρίσκονται στο ίδιο επίπεδο, β) αν ο κυκλικός αγωγός στραφεί, ώστε το επίπεδο του κύκλου να γίνει κάθετο στον ευθύγραμμο αγωγό.***





Λύση

Η ένταση $\vec{B}$ του μαγνητικού πεδίου στο κέντρο του κύκλου είναι:

$$\boxed{\vec{B} = \vec{B}_1 + \vec{B}_2} \quad (1),$$

όπου $\vec{B}_1$, $\vec{B}_2$ οι εντάσεις στο κέντρο του κύκλου εξαιτίας του ευθύγραμμου και του κυκλικού αγωγού, αντίστοιχα.

α) Στην πρώτη περίπτωση, από τον κανόνα του δεξιού χεριού, προκύπτει ότι οι εντάσεις $\vec{B}_1$, $\vec{B}_2$ είναι ομόρροπες, όπως φαίνεται στο παραπάνω σχήμα. Για τα μέτρα τους ισχύει:

$$B_1 = K_\mu \frac{2I}{r} \text{ και } B_2 = K_\mu \frac{2\pi I}{r}.$$

Άρα για το μέτρο B της έντασης στο κέντρο του κύκλου έχουμε:

$$B = B_1 + B_2 \Rightarrow B = K_\mu \frac{2I}{r} + K_\mu \frac{2\pi I}{r} \Rightarrow$$

$$B = 2K_\mu \frac{I}{r}(1 + \pi).$$

β) Στη δεύτερη περίπτωση, από τον κανόνα του δεξιού χεριού, προκύπτει ότι η ένταση $\vec{B}_1$ είναι κάθετη στο επίπεδο της σελίδας ενώ η ένταση $\vec{B}_2$ βρίσκεται πάνω στο επίπεδο της σελίδας, όπως φαίνεται στο διπλανό σχήμα. Δηλαδή, οι δύο εντάσεις είναι κάθετες μεταξύ τους.

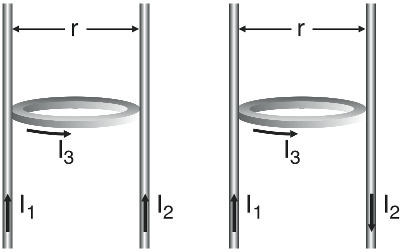
Τα μέτρα τους είναι πάλι $B_1 = K_\mu \frac{2I}{r}$ και $B_2 = K_\mu \frac{2\pi I}{r}$.

Οπότε, το μέτρο B της έντασης στο κέντρο του κύκλου θα είναι:

$$B^2 = B_1^2 + B_2^2 \Rightarrow B^2 = \left(K_\mu \frac{2I}{r}\right)^2 + \left(K_\mu \cdot \frac{2\pi I}{r}\right)^2 \Rightarrow B^2 = \left(K_\mu \frac{2I}{r}\right)^2 + \left(K_\mu \frac{2I}{r}\right)^2 \cdot \pi^2 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow B^2 = \left(K_\mu \frac{2I}{r}\right)^2 (1+\pi^2) \Rightarrow \boxed{B = K_\mu \frac{2I}{r}\sqrt{1+\pi^2}}$$

16. ***Δύο παράλληλοι κατακόρυφοι αγωγοί μεγάλου μήκους διαρρέονται από ρεύματα $I_1 = I_2 = 15A$ και βρίσκονται σε απόσταση $r = 30$ cm. Ένας κυκλικός αγωγός είναι οριζόντιος, εφάπτεται στους δύο αγωγούς και διαρρέεται από ρεύμα $I_3 = \frac{30}{\pi}$ A. Να υπολογιστεί το μέτρο της έντασης του μαγνητικού πεδίου που δημιουργείται στο κέντρο του κυκλικού αγωγού αν τα ρεύματα στους δύο κατακόρυφους αγωγούς είναι α) ομόρροπα, β) αντίρροπα.***



Λύση

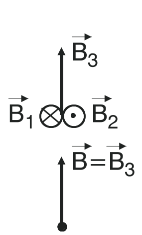
Η ένταση $\vec{B}$ του μαγνητικού πεδίου στο κέντρο του κυκλικού αγωγού θα είναι

$$\boxed{\vec{B} = \vec{B}_1 + \vec{B}_2 + \vec{B}_3} \quad (1),$$

όπου $\vec{B}_1$, $\vec{B}_2$, $\vec{B}_3$ οι εντάσεις στο κέντρο του

κυκλικού αγωγού εξαιτίας του πρώτου ευθύγραμου, του δεύτερου ευθύγραμμου και του κυκλικού αγωγού αντίστοιχα.

α) Οι εντάσεις $\vec{B}_1$ και $\vec{B}_2$ όπως προκύπτει από τον κανόνα του δεξιού χεριού είναι αντίρροπες και κάθετες στο επίπεδο της σελίδας ενώ η $\vec{B}_2$ βρίσκεται στο επίπεδο των δύο ευθύγραμμων αγωγών, δηλαδή στο επίπεδο της σελίδας όπως φαίνεται στο διπλανό σχήμα. Για τα μέτρα των τριών εντάσεων ισχύει:



$$B_1 = K_\mu \frac{2I_1}{\frac{r}{2}} \Rightarrow B_1 = 10^{-7} \frac{2 \cdot 15}{15 \cdot 10^{-2}} \text{ T} \Rightarrow \boxed{B_1 = 2 \cdot 10^{-5} \text{ T}}$$

$$B_2 = K_\mu \frac{2I_2}{\frac{r}{2}} \Rightarrow B_2 = K_\mu \frac{2I_1}{\frac{r}{2}} = B_1 \Rightarrow \boxed{\mathbf{B_2 = 2 \cdot 10^{-5}\ T = B_1}} \quad \text{και}$$

$$B_3 = K\mu \frac{2\pi I_3}{\frac{r}{2}} \Rightarrow B_3 = 10^{-7} \frac{2\pi \frac{30}{\pi}}{15 \cdot 10^{-2}}\ T \Rightarrow B_3 = \frac{60}{15} \cdot 10^{-5} \Rightarrow \boxed{\mathbf{B_3 = 4 \cdot 10^{-5}\ T}}$$

Αν $\vec{B}_{12}$ η συνισταμένη των $\vec{B}_1$ και $\vec{B}_2$, ισχύει $\boxed{\vec{B}_{12} = \vec{B}_1 + \vec{B}_2}$ (2).

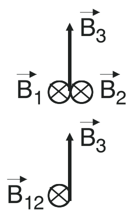
Για τα μέτρα τους ισχύει: $B_{12} = B_1 - B_2 \Rightarrow \boxed{B_{12} = 0}$

Δηλαδή η συνισταμένη $\vec{B}_{12}$ είναι $\vec{B}_{12} = 0 \Rightarrow \vec{B}_1 + \vec{B}_2 = 0$.

Άρα (1) $\Rightarrow \vec{B} = \vec{B}_1 + \vec{B}_2 + \vec{B}_3 \Rightarrow \vec{B} = 0 + \vec{B}_3 \Rightarrow \boxed{\vec{B} = \vec{B}_3}$

και για τα μέτρα τους ισχύει $\boxed{B = B_3 = 4 \cdot 10^{-5}\ T}$

β) Τώρα οι εντάσεις $\vec{B}_1$ και $\vec{B}_2$ είναι ομόρροπες κάθετες στο επίπεδο της σελίδας και η $\vec{B}_3$ βρίσκεται, όπως και στο ερώτημα α), στο επίπεδο της σελίδας, όπως φαίνεται στο διπλανό σχήμα. Δηλαδή η $\vec{B}_3$ είναι πάλι κάθετη στο $\vec{B}_1$ και $\vec{B}_2$.
Για το μέτρο της $\vec{B}_{12}$ ισχύει:



$B_{12} = B_1 + B_2 \Rightarrow B_{12} = 2B_1 \Rightarrow \boxed{B_{12} = 4 \cdot 10^{-5}\ T}$

με $\vec{B}_{12} \uparrow\uparrow \vec{B}_1$ άρα $\vec{B}_{12} \perp \vec{B}_3$.

Από τις σχέσεις (1) και (2) $\Rightarrow \boxed{\vec{B} = \vec{B}_{12} + \vec{B}_3}$

Άρα, για το μέτρο Β, ισχύει:

$B^2 = B_{12}^2 + B^2{}_1 \Rightarrow B^2 = [(4 \cdot 10^{-5})^2 + (4 \cdot 10^{-5})^2]T^2 \Rightarrow$

$B^2 = 2 \cdot (4 \cdot 10^{-5})^2\ T^2 \Rightarrow \boxed{B = 4 \cdot 10^{-5} \sqrt{2}\ T}$

17. ***Κόβοντας ένα μεγάλο σύρμα σε κομμάτια φτιάχνουμε κυκλικού αγωγούς που διαρρέεονται από το ίδιο ρεύμα και έχουν ακτίνες r, 2r, 3r, 4r, ... Να υπολογιστεί το μέτρο της έντασης του μαγνητικού πεδίου στο κέντρο των κυκλικών αγωγών και να γίνει η γραφική παράσταση της έντασης του μαγνητικούς πεδίου σε συνάρτηση με την ακτίνα του κύκλου.***

Λύση

Έστω Ι η ένταση του ρεύματος που διαρρέει κάθε κυκλικό αγωγό.

Όταν η ακτίνα του αγωγού είναι r το μέτρο της έντασης του μαγνητικού πεδίου στο

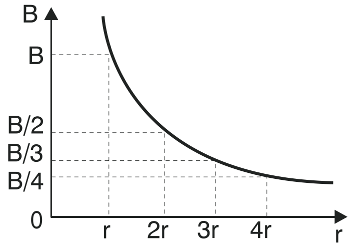
κέντρο του είναι $\boxed{B = K_\mu \frac{2\pi I}{r}}$ (1).

Για ακτίνα $r_1 = 2r$ είναι $B_1 = K_\mu \frac{2\pi I}{r_1} = K_\mu \frac{2\pi I}{2r} = \frac{1}{2} K_\mu \frac{2\pi I}{r} \Rightarrow \boxed{B_1 = \frac{B}{2}}$

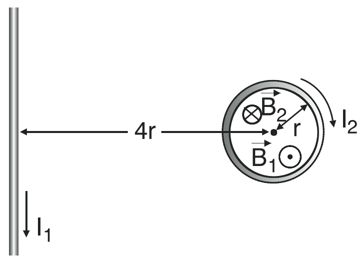
Για ακτίνα $r_2 = 3r$ είναι $B_2 = K_\mu \frac{2\pi I}{r_2} = K_\mu \frac{2\pi I}{3r} = \frac{1}{3} K_\mu \frac{2\pi I}{r} \Rightarrow \boxed{B_2 = \frac{B}{3}}$

Ομοίως για ακτίνα $r_3 = 4r$ είναι $B_3 = \frac{B}{4}$ κ.λ.π.

Έτσι προκύπτει η γραφική παράσταση B = f(t) που φαίνεται στο διπλανό διάγραμμα. (Η γραφική παράσταση είναι υπερβολή).



18. ***Ευθύγραμμος αγωγός μεγάλου μήκους που διαρρέεται από ρεύμα I_1 βρίσκεται σε απόσταση 4r από το κέντρο κυκλικού αγωγού ακτίνας r που διαρρέεται από ρεύμα $I_2 = \frac{5}{\pi}$ A. Να υπολογιστεί η ένταση του ρεύματος που πρέπει να διαρρέει τον ευθύγραμμο αγωγό, ώστε στο κέντρο του κύκλου η ένταση του μαγνητικού πεδίου να είναι μηδέν.***



Λύση

Η ένταση $\vec{B}$ του μαγνητικού πεδίου στο κέντρο του κυκλικού αγωγού είναι

$$\boxed{\vec{B} = \vec{B}_1 + \vec{B}_2} \quad (1),$$

όπου $\vec{B}_1$, $\vec{B}_2$ οι εντάσεις στο κέντρο του κυκλικού αγωγού εξαιτίας του ευθύγραμμου και του κυκλικού αγωγού αντίστοιχα.

Από τον κανόνα του δεξιού χεριού προκύπτει ότι οι εντάσεις $\vec{B}_1$ και $\vec{B}_2$ είναι συγγραμμικές. Για τα μέτρα τους ισχύει:

$$B_1 = K_\mu \frac{2I_1}{4r} \text{ και } B_2 = K_\mu \frac{2\pi I_2}{r}.$$

Αν θέλουμε να είναι $\vec{B} = 0$, τότε (1) $\Rightarrow 0 = \vec{B}_1 + \vec{B}_2 \Rightarrow \vec{B}_1 = -\vec{B}_2$, δηλαδή οι εντάσεις $\vec{B}_1$ και $\vec{B}_2$ πρέπει να είναι αντίθετες.

Αυτό σημαίνει ότι πρέπει να έχουν:

- ίδια διεύθυνση (την οποία έχουν αφού είναι συγγραμμικές).
- αντίθετη φορά (άρα η φορά του ρεύματος στον ευθύγραμμο αγωγό πρέπει να είναι αυτή που φαίνεται στο σχήμα).
- ίδιο μέτρο ($B_1 = B_2$). Άρα:

$$B_1 = B_2 \Rightarrow K_\mu \frac{2I_1}{4r} = K_\mu \frac{2\pi I_2}{r} \Rightarrow \frac{I_1}{4} = \pi I_2 \Rightarrow$$

$$I_1 = 4\pi I_2 \Rightarrow I_1 = 4\pi \frac{5}{\pi} \text{ A} \Rightarrow \boxed{I_1 = 20\text{A}}$$

19. ***Κυκλικός αγωγός ακτίνας $r = 0{,}2$ m συνδέεται με πηγή ΗΕΔ, $E = 100$V αμελητέας εσωτερικής αντίστασης. Στο κέντρο του αγωγού η ένταση του μαγνητικού πεδίου είναι $B = 5 \cdot 10^{-5}$ T. Να υπολογιστεί η αντίσταση ανά μονάδα μήκους του αγωγού.***

Λύση

Αν I η ένταση του ρεύματος που διαρρέει τον κυκλικό αγωγό έχουμε:

$$B = K_\mu \frac{2\pi I}{r} \Rightarrow B \cdot r = 2\pi K_\mu I \Rightarrow I = \frac{B \cdot r}{2\pi K_\mu} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow I = \frac{5 \cdot 10^{-5} \cdot 1 \cdot 10^{-1}}{2\pi \cdot 10^{-7}} \text{ A} \Rightarrow I = \frac{50}{\pi} \text{ A}.$$

Αν R η αντίσταση του κυκλικού αγωγού, από το νόμο του Ohm για κλειστό κύκλωμα, έχουμε:

$$I = \frac{E}{R_{ολ}} \Rightarrow I = \frac{E}{R} \Rightarrow I \cdot R = E \Rightarrow R = \frac{E}{1} \Rightarrow R = \frac{100}{\frac{50}{\pi}}\ \Omega \Rightarrow$$

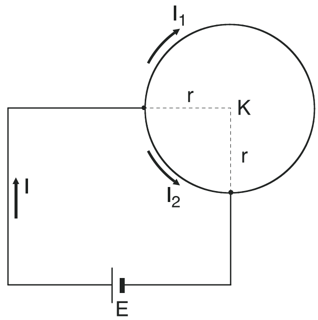
$$\Rightarrow R = \frac{100\pi}{50}\ \Omega \Rightarrow \boxed{R = 2\pi\Omega}$$

Το μήκος ℓ του αγωγού είναι $\ell = 2\pi r \Rightarrow \ell = 2\pi \cdot 2 \cdot 10^{-1}m \Rightarrow \ell = 4\pi \cdot 10^{-1}m$.

Άρα η αντίσταση ανά μονάδα μήκους $\frac{R}{\ell}$ του κυκλικού αγωγού, είναι

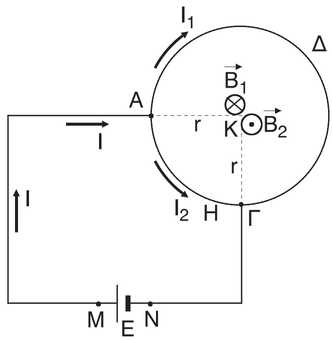
$$\frac{R}{\ell} = \frac{2\pi}{4\pi \cdot 10^{-1}}, \frac{\Omega}{m} \Rightarrow \frac{R}{\ell} = \frac{2 \cdot 10}{4} \frac{\Omega}{m} \Rightarrow \boxed{\frac{R}{\ell} = 5\ \frac{\Omega}{m}}$$

20. ***Ένας ομογενής κυκλικός αγωγός σταθερής διατομής συνδέεται με τους πόλους πηγής ΗΕΔ Ε με αμελητέα εσωτερική αντίσταση όπως φαίνεται στην πάνω εικόνα. Να υπολογιστεί η ένταση του μαγνητικού πεδίου στο κέντρο του κυκλικού αγωγού.***



Λύση

Αν ο κυκλικός αγωγός έχει αντίσταση R, ειδική αντίσταση ρ, μήκος ℓ και εμβαδό διατομής S, ισχύει $\boxed{R = \rho \frac{\ell}{S}}$ (1)



Το τμήμα ΑΔΓ έχει μήκος $\ell_1 = \frac{3\ell}{4}$ και αντίσταση

$$R_1 = \rho \frac{\ell_1}{S} \Rightarrow R_1 = \rho \frac{\frac{3\ell}{4}}{S} = \rho \frac{3\ell}{4S} \Rightarrow$$

$$R_1 = \frac{3}{4} \rho \frac{\ell}{S} \Rightarrow \boxed{R_1 = \frac{3}{4} R}.$$

Το τμήμα ΑΗΓ έχει μήκος $\ell_2 = \frac{\ell}{4}$ και αντίσταση

$$R_2 = \rho\frac{\ell_2}{s} \Rightarrow R_2 = \rho\frac{\frac{\ell}{4}}{S} = \rho\frac{\ell}{4S} \Rightarrow R_2 = \frac{1}{4}\rho\frac{\ell}{S} \Rightarrow \boxed{R_2 = \frac{1}{4}R}$$

Η πολική τάση V_{MN} της πηγής είναι $\boxed{V_{MN} = E}$ αφού η πηγή δεν έχει εσωτερική αντίσταση. Όμως

$V_{MN} = V_{ΑΓ} \Rightarrow V_{ΑΓ} = E$ και

$$V_{ΑΓ} = I_1R_1 \Rightarrow E = I_1R_1 \Rightarrow E = I_1\frac{3}{4}R \Rightarrow 4E = 3RI_1 \Rightarrow \boxed{I_1 = \frac{4E}{3R}}$$

Επίσης $V_{ΑΓ} = I_2 \cdot R_2 \Rightarrow E = I_2R_2 \Rightarrow E = I_2\frac{R}{4} \Rightarrow 4E = RI_2 \Rightarrow \boxed{I_2 = \frac{4E}{R}}$

Οι αντιστάσεις R_1 και R_2 συνδέονται παράλληλα οπότε η ισοδύναμη αντίσταση είναι

$$R_{12} = \frac{R_1 \cdot R_2}{R_1 + R_2} = \frac{\frac{3}{4}R\frac{1}{4}R}{\frac{3}{4}R + \frac{1}{4}R} = \frac{\frac{3}{16}R^2}{R} \Rightarrow \boxed{R_{12} = \frac{3}{16}R}$$

Από το νόμο του Ohm για κλειστό κύκλωμα έχουμε:

$$I = \frac{E}{R_{ολ}} \Rightarrow I = \frac{E}{R_{12}} \Rightarrow I = \frac{E}{\frac{3}{16}R} \Rightarrow \boxed{I = \frac{16E}{3R}}$$

Επομένως:

$$\frac{I_1}{I} = \frac{\frac{4E}{3R}}{\frac{16E}{3R}} \Rightarrow \frac{I_1}{I} = \frac{4E \cdot 3R}{16E \cdot 3R} \Rightarrow \frac{I_1}{I} = \frac{4}{16} \Rightarrow \frac{I_1}{I} = \frac{1}{4} \Rightarrow \boxed{I_1 = \frac{1}{4}I} \text{ και}$$

$$I_2 = I - I_1 \Rightarrow I_2 = I - \frac{1}{4}I \Rightarrow \boxed{I_2 = \frac{3}{4}I}$$

Αν ολόκληρος ο κυκλικός αγωγός διαρρεόταν ολόκληρος από ρεύμα έντασης I_1, η ένταση του μαγνητικού πεδίου στο κέντρο Κ θα ήταν ίσο με $K_μ\frac{2πI_1}{r}$.

Τώρα που διαρρέονται από ρεύμα έντασης I_1 τα $\frac{3}{4}$ του αγωγού, η ένταση έχει μέτρο

$$B_1 = \frac{3}{4} K_\mu \frac{2\pi I_1}{r} \Rightarrow \boxed{\mathbf{B_1 = \frac{3}{2} K\mu \frac{\pi I_1}{r}}}$$

Ομοίως, το μέτρο B_2 της έντασης του μαγνητικού πεδίου στο Κ εξαιτίας του τμήματος ΑΗΓ που διαρρέεται από ρεύμα έντασης I_2, είναι:

$$B_2 = \frac{1}{4} K_\mu \frac{2\pi I_2}{r} \Rightarrow \boxed{\mathbf{B = \frac{1}{2} K_\mu \frac{\pi I_2}{r}}}$$

Από τον κανόνα του δεξιού χεριού προκύπτει ότι $\vec{B}_1 \uparrow\downarrow \vec{B}_2$.
Η ένταση $\vec{B}$ του μαγνητικού πεδίου στο κέντρο Κ του αγωγού είναι:
$\vec{B} = \vec{B}_2 + \vec{B}_2$. Για το μέτρο B ισχύει:

$$B = B_1 - B_2 \Rightarrow B = \frac{3}{2} K_\mu \frac{\pi I_1}{r} - \frac{1}{2} K_\mu \frac{\pi I_2}{r} = \frac{1}{2} K_\mu \frac{\pi}{r} (3I_1 - I_2) \Rightarrow$$

$$\Rightarrow B = \frac{1}{2} K_\mu \frac{\pi}{r} \left(\frac{3I}{4} - \frac{3I}{4} \right) = \frac{1}{2} K_\mu \frac{\pi}{r} \cdot 0 \Rightarrow \boxed{\mathbf{B = 0}}$$

Σ.Σ

Οι εντάσεις $\vec{B}_1$, $\vec{B}_2$ που οφείλονται σε τμήματα κυκλικού αγωγού υπολογίστηκαν με τη βοήθεια του νόμου των Biot – Savart. Ο νόμος αυτός δεν αναφέρεται στο σχολικό βιβλίο. Γι'αυτό, κατά την ταπεινή μου γνώμη, δεν θα έπρεπε η άσκηση αυτή να υπάρχει στο σχολικό βιβλίο.

21. ***Ένα σωληνοειδές έχει μήκος ℓ = 20 cm διαρρέεται από ρεύμα $I = \frac{20}{\pi}$ A και αποτελείται από 100 σπείρες. Να υπολογιστεί η ένταση του μαγνητικού πεδίου στο κέντρο του σωληνοειδούς.***

Λύση

Το σωληνοειδές έχει Ν=100 σπείρες και το μέτρο της έτασης του μαγνητικού πεδίου στο κέντρο του είναι:

$$B = K_\mu 4\pi \frac{N}{\ell} \cdot I \overset{S.I.}{\Rightarrow} B = 10^{-7}\, 4\pi \frac{10^2}{20 \cdot 10^{-2}} \frac{20}{\pi} \, T \Rightarrow \boxed{\mathbf{B = 4 \cdot 10^{-3}\ T}}$$

Η διεύθυνση της έντασης $\vec{B}$ είναι ο άξονας του σωληνοειδούς και η φορά της καθορίζεται με τον κανόνα του δεξιού χεριού.

22. ***Η ένταση του μαγνητικού πεδίου στο κέντρο ενός σωληνοειδούς που αποτελείται από 100 σπείρες/m είναι $B = 8\pi 10^{-4}$ T. Να υπολογιστεί η ένταση του ρεύματος που διαρρέει το σωληνοειδές.***

Λύση

Το σωληνοειδές έχει αριθμό σπειρών ανά μοναδα μήκους $\frac{N}{\ell} = 100\ \frac{\text{σπείρες}}{\text{m}}$ και διαρρέεται από ρεύμα έντασης, έστω I. Οπότε έχουμε:

$$B = K_\mu 4\pi \frac{N}{\ell} \cdot I \Rightarrow I = \frac{B}{K_\mu 4\pi \frac{N}{\ell}} \Rightarrow I = \frac{8\pi \cdot 10^{-4}}{10^{-7} 4\pi \cdot 10^{3}}\ \text{A} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow I = \frac{2 \cdot 10^{-4}}{10^{-4}}\ \text{A} \Rightarrow \boxed{I = 2\ \text{A}}$$

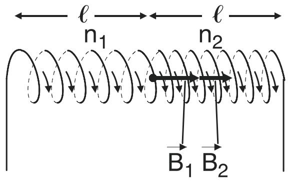
23. ***Ένα σωληνοειδές στο μισό μήκος του έχει $n_1 = 1000$ σπ/m και στο άλλο μισό έχει $n_2 = 4000$ σπ/m. Αν το σωληνοειδές διαρρέεται από ρεύμα έντασης $I = 1A$, να υπολογιστεί το μέτρο της έντασης του μαγνητικού πεδίου στο κέντρο του σωληνοειδούς.***

Λύση

Η ένταση $\vec{B}_1$ του μαγνητικού πεδίου στο άκρο έστω Κ του πρώτου κομματιού έχει μέτρο

$$B_1 = \frac{1}{2} K_\mu 4\pi n_1 \cdot I \overset{\text{S.I.}}{\Rightarrow} B_1 = \frac{1}{2} \cdot 10^{-7} \cdot 4\pi \cdot 10^{3} \cdot 1\ \text{T} \Rightarrow \boxed{B_1 = 2\pi \cdot 10^{-4}\ \text{T}}$$

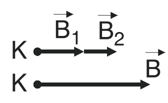
Η ένταση $\vec{B}_2$ του μαγνητικού πεδίου στο ίδιο άκρο Κ του δεύτερου κομματιού έχει μέτρο



$$B_2 = \frac{1}{2} K_\mu 3\pi n_2 \cdot I \overset{\text{S.I.}}{\Rightarrow} B_2 = \frac{1}{2} \cdot 10^{-7} 4\pi \cdot 4 \cdot 10^{3} \cdot 1\ \text{T} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \boxed{B_2 = 8\pi \cdot 10^{-4}\ \text{T}}$$

Οι εντάσεις $\vec{B}_1$, $\vec{B}_2$ από τον κανόνα του δεξιού χεριού προκύπτει ότι είναι **ομόρροπες** ($\vec{B}_1 \uparrow\uparrow \vec{B}_2$).



Η ένταση $\vec{B}$ του μαγνητικού πεδίου στο κέντρο Κ του σωληνοειδούς θα είναι

$$\boxed{\vec{B} = \vec{B}_1 + \vec{B}_2}$$

Για τα μέτρα ισχύει

$$B = B_1 + B_2 \overset{S.I.}{\Rightarrow} B = (2\pi \cdot 10^{-4} + 8\pi \cdot 10^{-4})T \Rightarrow$$

$$\Rightarrow B = 10\pi \cdot 10^{-4} T \Rightarrow \boxed{B = \pi \cdot 10^{-3}\ T}$$

24. ***Ένα σωληνοειδές έχει μήκος ℓ = 40 cm και αποτελείται από N = 1000 σπείρες. Κάθε σπείρα έχει αντίσταση R = 0,02 Ω. Τα άκρα του σωληνοειδούς συνδέονται με πηγή ΗΕΔ, ε = 40 V και εσωτερικής αντίστασης r = 20 Ω. Να υπολογιστεί η ένταση του μαγνητικού πεδίου στο εσωτερικό του σωληνοειδούς.***

Λύση

Η αντίσταση R_Σ του σωληνοειδούς είναι:

$$R_\Sigma = N \cdot R \overset{S.I.}{\Rightarrow} R_\Sigma = 10^3 \cdot 2 \cdot 10^{-2}\ \Omega \Rightarrow R_\Sigma = 2 \cdot 10\ \Omega \Rightarrow R_\Sigma = 20\ \Omega.$$

Από το νόμο του Ohm για κλειστό κύκλωμα, η ένταση I του ρεύματος που διαρρέει το σωληνοειδές είναι:

$$I = \frac{E}{R_{o\lambda}} \xRightarrow{R_{o\lambda}=R_\Sigma+r} I = \frac{E}{R_\Sigma + r} \Rightarrow I = \frac{40}{20+20} A \Rightarrow I = \frac{40}{40} A \Rightarrow \boxed{I = 1\ A}$$

Οπότε, η ένταση $\vec{B}$ στο εσωτερικό του σωληνοειδούς έχει μέτρο:

$$B = K_\mu 4\pi \frac{N}{\ell} \cdot I \Rightarrow B = 10^{-7}\, 4\pi \frac{10^3}{4 \cdot 10\pi \cdot 10^{-2}}\, 1\ T \Rightarrow$$

$$\Rightarrow B = \frac{10^{-4}}{10^{-1}} T \Rightarrow \boxed{B = 10^{-3}\ T}$$

Η διεύθυνση της έντασης $\vec{B}$ είναι ο άξονας του σωληνοειδούς και η φορά της καθορίζεται με τον κανόνα του δεξιού χεριού.

25. ***Ένα σωληνοειδές έχει n = 500 σπείρες/m και διαρρέεται από ρεύμα έντασης I1. Κυκλικός αγωγός αποτελούμενος από 10 σπείρες περιβάλλει το σωληνοειδές στο κέντρο του με το επίπεδό του κάθετο στον άξονα του σωληνοειδούς. Όταν ο κυκλικός αγωγός διαρρέεται από ρεύμα I_2 = 10I1, στο κέντρο του σωληνοειδούς η ένταση του μαγνητικού πεδίου είναι ίση με μηδέν. Να υπολογιστεί η ακτίνα του κυκλικού αγωγού.***

Λύση

Το κέντρο, έστω Κ, του σωληνοειδούς ταυτίζεται με το κέντρο του κύκλου και ο άξονας του σωληνοειδούς είναι κάθετος στο επίπεδο του κυκλικού αγωγού.

Η ένταση $\vec{B}$ του μαγνητικού πεδίου στο κοινό κέντρο Κ είναι:

$$\boxed{\vec{B} = \vec{B}_1 + \vec{B}_2} \quad (1)$$

όπου $\vec{B}_1$, $\vec{B}_2$ οι εντάσεις στο Κ εξαιτίας του σωληνοειδούς και του κυκλικού αγωγού αντίστοιχα. Αφού η ένταση του μαγνητικού πεδίου στο Κ είναι ίση με μηδέν έχουμε

$$\vec{B} = 0 \overset{(1)}{\Rightarrow} \vec{B}_1 + \vec{B}_2 = 0 \Rightarrow \boxed{\vec{B}_1 = -\vec{B}_2}$$

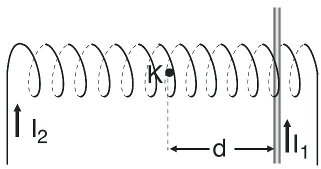
Δηλαδή οι εντάσεις $\vec{B}_1$ και $\vec{B}_2$ είναι αντίθετες, άρα θα έχουν ίδιο μέτρο ($B_1 = B_2$). Αν η ακτίνα των Ν = 10 σπειρών του κυκλικού αγωγού είναι r, έχουμε:

$$B_1 = B_2 \Rightarrow K_\mu 4\pi n I_1 = K_\mu \frac{2\pi I_2}{r} \cdot N \Rightarrow 2nI_1 = \frac{I_2 N}{r} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 2nI_1 \cdot r = I_2 \cdot N \Rightarrow r = \frac{I_2 N}{2nI_1} \xrightarrow{I_2 = 10I_1} r = \frac{10I_1 N}{2nI_1} \Rightarrow r = \frac{5N}{n} \overset{S.I.}{\Rightarrow}$$

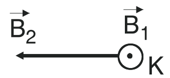
$$r = \frac{5 \cdot 10}{5 \cdot 10^2}\,m \Rightarrow \boxed{r = 10^{-1}\,m = 0{,}1\,m}$$

26. ***Ευθύγραμμος αγωγός μεγάλου μήκους που διαρρέεται από ρεύμα I_1 = 30A τέμνει κάθετα τον άξονα του σωληνοειδούς που έχει n = 100 σπ/m και διαρρέεται από ρεύμα έντασης $I_2 = \frac{10}{\pi}$ A. Ο ευθύγραμμος αγωγός απέχει από το κέντρο Κ του σωληνοειδούς απόσταση d = 2 cm. Να υπολογιστεί το μέτρο έντασης του μαγνητικού πεδίου στο κέντρο Κ του σωληνοειδούς.***



Λύση

Η ένταση $\vec{B}$ του μαγνητικού πεδίου στο κέντρο Κ του σωληνοειδούς είναι:



$$\boxed{\vec{B} = \vec{B}_1 + \vec{B}_2} \quad (1)$$

όπου $\vec{B}_1$ και $\vec{B}_2$ οι εντάσεις στο Κ εξαιτίας του ευθύγραμμου αγωγού και του σωληνοειδούς αντίστοιχα. Από τον κανόνα του δεξιού χεριού προκύπτει ότι η ένταση $\vec{B}_1$ είναι κάθετη στο επίπεδο της σελίδας ενώ η ένταση $\vec{B}_2$ βρίσκεται στο επίπεδο της σελίδας πάνω στον άξονα του σωληνοειδούς όπως φαίνεται στο σχήμα.

Άρα οι δύο εντάσεις είναι κάθετες μεταξύ τους ($\vec{B}_1 \uparrow\uparrow \vec{B}_2$).

Οπότε για τα μέτρα των εντάσεων έχουμε:

$$B_1 = K_\mu \frac{2I_1}{d} \overset{S.I.}{\Rightarrow} B_1 = 10^{-7} \frac{2 \cdot 3 \cdot 10}{2 \cdot 10^{-2}} T \Rightarrow \boxed{B_1 = 3 \cdot 10^{-4}\ T}$$

$$B_2 = K_\mu 2\pi n I_2 \overset{S.I.}{\Rightarrow} B_2 = 10^{-7} \cdot 4\pi \cdot 10^2 \cdot \frac{10}{\pi} T \Rightarrow \boxed{B_2 = 4 \cdot 10^{-4}\ T} \text{ και}$$

$$B^2 = B_1^2 + B_2^2 \Rightarrow B_2 = [(3 \cdot 10^{-4})^2 + (4 \cdot 10^{-4})^2]T^2 \Rightarrow B^2 = (9 \cdot 10^{-8} + 16 \cdot 10^{-8})T$$

$$\Rightarrow B^2 = 25 \cdot 10^{-8}\ T^2 \Rightarrow B = \sqrt{25 \cdot 10^{-8}}\ T \Rightarrow \boxed{B = 5 \cdot 10^{-4}\ T}$$

27. ***Μέσα στις δυναμικές γραμμές ομογενούς μαγνητικού πεδίου έντασης $B = 2\ T$ φέρνουμε ευθύγραμμο αγωγό μήκους $l = 20\ cm$ που διαρρέεται από ρεύμα έντασης $I = 10\ A$. Να υπολογιστεί η δύναμη που δέχεται ο αγωγός, όταν σχηματίζει με τις δυναμικές γραμμές γωνίες α) 90°, β) 30°, γ) 0°.***

Λύση

Το μέτρο F_L της δύναμης Laplace που δέχεται ο αγωγός από το μαγνητικό πεδίο είναι:

α) $F_L = BI\ell ημφ \overset{f=90}{\Rightarrow} F_L = BI\ell ημ90 \overset{S.I.}{\Rightarrow} F_L = 2 \cdot 10 \cdot 2 \cdot 10 \cdot 10^{-2} \cdot 1N \Rightarrow \boxed{F_L = 4\ N}$

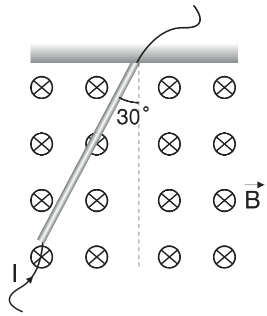
Η κατεύθυνση της F_L δίνεται από τον κανόνα των τριών δακτύλων του δεξιού χεριού.

β) $F_L = BI\ell ημφ \overset{φ=30^\circ}{\Rightarrow} F_L = BI\ell ημ30 \overset{S.I.}{\Rightarrow} F_L = 2 \cdot 10 \cdot 2 \cdot 10 \cdot 10^{-2} \frac{1}{2} N \Rightarrow \boxed{F_L = 2\ N}$

Η κατεύθυνση της F_L δίνεται από τον κανόνα των τριών δακτύλων του δεξιού χεριού.

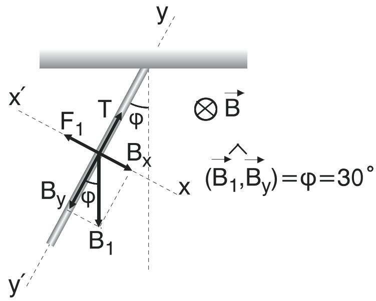
γ) $F_L = BI\ell ημφ \overset{φ=0^\circ}{\Rightarrow} F_L = BI\ell ημ0 \Rightarrow F_L = BI\ell \cdot 0 \Rightarrow \boxed{F_L = 0\ N}$

28. ***Ένας ευθύγραμμος αγωγός μήκους $\ell = 40$ cm κρέμεται από το ένα άκρο κατακόρυφα μέσα σε οριζόντιο ομογενές μαγνητικό πεδίο. Όταν μέσα στον αγωγό διαβιβάσουμε ρεύμα έντασης $I = 5$ A ο αγωγός εκτρέπεται και ισορροπεί ώστε να σχηματίζει με την κατακόρυφο γωνία $\varphi = 30^\circ$. Αν η μάζα του αγωγού είναι 100g να υπολογιστεί το μέτρο της έντασης του μαγνητικού πεδίου (g = 10 m/s²).***



Λύση

Ο ευθύγραμμος αγωγός ισορροπεί υπό την επίδραση τριών δυνάμεων, του βάρους του $\vec{B}_1$, της δύναμης Laplace $\vec{F}_L$ που δέχεται από το μαγνητικό πεδίο έντασης $\vec{B}$ και της δύναμης $\vec{T}$ που δέχεται από το σημείο στήριξης.



Θεωρούμε δύο άξονες ψψ΄ και xx΄ κάθετους μεταξύ τους που τέμνονται στο μέσο του αγωγού.

Ο άξονας ψψ΄ έχει τη διεύθυνση του ευθύγραμμο αγωγού και ο xx΄ που είναι κάθετος στον αγωγό.

Αναλύουμε το βάρος $\vec{B}_1$ του αγωγού σε δύο συνιστώσες, την $\vec{B}_x$ που βρίσκεται στον xx΄ και την $\vec{B}_\psi$ που βρίσκεται στον ψψ΄.

Αφού η ράβδος είναι ακίνητη θα ισχύει:

$$\Sigma F = 0 \Rightarrow \begin{array}{ll} \Sigma F_x = 0 & (1) \\ \Sigma F_\psi = 0 & (2) \end{array}$$

όπου ΣF η αλγεβρική τιμή της συνισταμένης όλων των δυνάμεων, ΣF_x και ΣF_ψ η αλγεβρική τιμή της συνισταμένης των δυνάμεων κατά τον άξονα xx΄ και ψψ΄ αντίστοιχα.

Αν $m = 100$ gr $= 10^2 \cdot 10^{-3}$ Kg η μάζα του αγωγού έχουμε:

Από (1) $\Rightarrow \Sigma F_x = 0 \Rightarrow B_x - F_L = 0 \Rightarrow B_x = F_L \Rightarrow B_1 \cdot ημφ = BI\ell \Rightarrow$

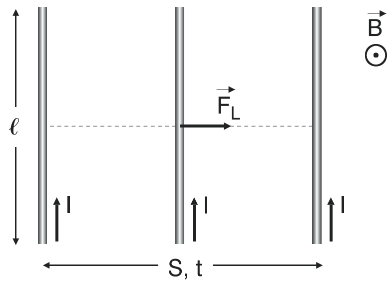
$$\Rightarrow mg\eta\mu\varphi = BI\ell \Rightarrow B = \frac{mg\eta\mu\varphi}{I\ell} \Rightarrow B = \frac{10^{-1} \cdot 10 \frac{1}{2}}{5 \cdot 4 \cdot 10 \cdot 10^{-2}} T \Rightarrow$$

$$\Rightarrow B = \frac{1}{2 \cdot 20 \cdot 10^{-1}} T \Rightarrow B = \frac{10}{40} T \Rightarrow B = \frac{1}{4} T \Rightarrow \boxed{B = 0{,}25T}$$

29. ***Ευθύγραμμος οριζόντιος αγωγός μήκους ℓ = 20 cm τοποθετείται κάθετα στις δυναμικές γραμμές ομογενούς μαγνητικού πεδίου έντασης B = 0,4 T. Όταν ο αγωγός διαρρέεται από ρεύμα I = 10 A, μετακινείται με σταθερή επιτάχυνση α = 2 m/s^2. Να υπολογιστεί το έργο της δύναμης Laplace για χρόνο t = 10 s (υποθέτουμε ότι η FL είναι η μόνη δύναμη στη διεύθυνση κίνησης του αγωγού).***

Λύση

Η δύναμη Laplace F_L που δέχεται ο οριζόντιος αγωγός από το μαγνητικό πεδίο είναι σταθερή και έχει μέτρο



$$F_L = BI\ell \Rightarrow$$

$$\Rightarrow F_L = 0{,}4 \cdot 10 \cdot 2 \cdot 19 \cdot 10^{-2}\ n \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \boxed{F_L = 0{,}8\ N}$$

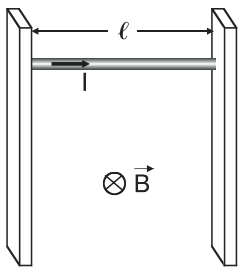
Ο αρχικά ακίνητος, αγωγός διανύει κατά την κατεύθυνση της F_L μετατόπιση

$$S = \frac{1}{2} \alpha t^2 \overset{S.I.}{\Rightarrow} S = \frac{1}{2} \cdot 2 \cdot 10^2\ m \Rightarrow \boxed{S = 100\ m}$$

Οπότε, το έργο W της δύναμης Laplace είναι:

$$W = F_L \cdot S \overset{S.I.}{\Rightarrow} W = 0{,}8 \cdot 100\ J \Rightarrow \boxed{W = 80\ J}$$

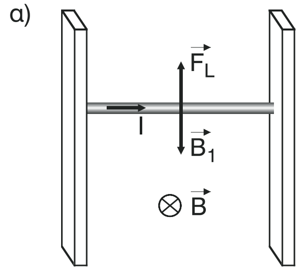
30. ***Ένας ευθύγραμμος ρευματοφόρος αγωγός μήκους ℓ = 20cm μπορεί να μετακινείται πάνω σε δύο κατακόρυφους μονωτικούς αγωγούς χωρίς τριβές. Το σύστημα βρίσκεται μέσα σε ομογενές οριζόντιο μαγνητικό πεδίο έντασης B = 2T. Να υπολογιστεί η ένταση του ρεύματος που πρέπει να διαρρέει τον αγωγό, ώστε αυτός: α) να κατεβαίνει***



με σταθερή ταχύτητα, β) να κατεβαίνει με επιτάχυνση α = g/3, γ) να ανεβαίνει με επιτάχυνση α = g/4. Δίνονται m = 100 g, g = 100m/s².

Λύση

Στον ευθύγραμμο αγωγό ασκούνται (στο μέσο του) δύο δυνάμεις συγγραμμικές, το βάρος του $\vec{B}_1$ και η δύναμη Laplace $\vec{F}_L$.



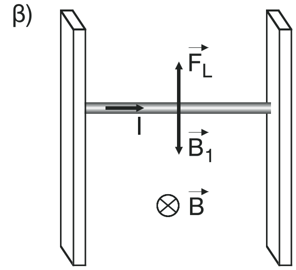
α) Για να κατεβαίνει ο αγωγός με σταθερή ταχύτητα πρέπει $\Sigma\vec{F} = 0$.
Όμως $\Sigma\vec{F} = \vec{B}_1 + \vec{F}_L$

Άρα, $\vec{B}_1 + \vec{F}_L = 0 \Rightarrow \boxed{\vec{F}_L = -\vec{B}_1}$

Δηλαδή η $\vec{F}_L$ πρέπει να είναι αντίθετη του βάρους $\vec{B}_1$. Αυτό σημαίνει ότι πρέπει να είναι αντίρροπη του βάρους και να έχει ίδιο μέτρο με το βάρος.
Δηλαδή $\vec{F}_L \uparrow\downarrow \vec{B}_1$ όπως φαίνεται στο σχήμα α) και $F_L = B_1$.
Άρα

$$F_L = B_1 \Rightarrow BI\ell = mg \Rightarrow I = \frac{mg}{B\ell} \overset{S.I.}{\Rightarrow} I = \frac{10^2 \cdot 10^{-3} \cdot 10}{2 \cdot 2 \cdot 10 \cdot 10^{-2}} A \Rightarrow I = \frac{10}{4} A \Rightarrow \boxed{I = 2{,}5\ A}$$

Η φορά του ρεύματος με βάση τον κανόνα των τριών δακτύλων φαίνεται στο σχήμα α).



β) Για να κατεβαίνει ο αγωγός με επιτάχυνση $\alpha = \frac{g}{3} < g$ θα πρέπει η δύναμη Laplace $\vec{F}_L$ να είναι αντίρροπη του βάρους $\vec{B}_1$, δηλαδή $\vec{F}_L \uparrow\downarrow \vec{B}_1$ όπως φαίνεται στο σχήμα β).
Η φορά του ρεύματος φαίνεται επίσης στο σχήμα. Από το θεμελιώδη νόμο της μηχανικής έχουμε:

$$\Sigma F = m \cdot \alpha \Rightarrow B_1 - F_L = m\alpha \overset{\alpha=g/3}{\Rightarrow} mg - BI\ell = m\frac{g}{3} \Rightarrow 3mg - 3BI\ell = mg \Rightarrow$$

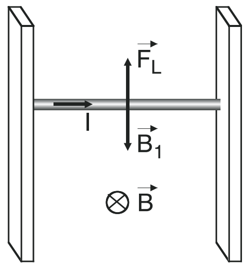
$$\Rightarrow 3mg - mg = 3BI\ell \Rightarrow 2mg = 3BI\ell \Rightarrow I = \frac{2mg}{2B\ell} \overset{S.I.}{\Rightarrow} I = \frac{2 \cdot 10^2 \cdot 10{-}3 \cdot 10}{3 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 10 \cdot 10^{-2}} A \Rightarrow$$

$$\Rightarrow I = \frac{10}{6} A \Rightarrow \boxed{I = \frac{5}{3}\ A}$$

γ) Για να ανεβαίνει ο αγωγός με επιτάχυνση $\alpha = \frac{g}{4}$ θα πρέπει η δύναμη Laplace $\vec{F}_L$ να είναι αντίρροπη του βάρους $\vec{B}_1$, δηλαδή $\vec{F}_L \uparrow\downarrow \vec{B}_1$ όπως φαίνεται στο σχήμα γ).

Η φορά του ρεύματος φαίνεται επίσης στο σχήμα. Από το θεμελιώδη νόμο της μηχανικής έχουμε:

γ)



$$\Sigma F = m\alpha \Rightarrow F_L - B_1 = m\alpha \xrightarrow{\alpha=g/4} BI\ell - mg = m\frac{g}{4} \Rightarrow 4BI\ell - 4mg = mg \Rightarrow$$

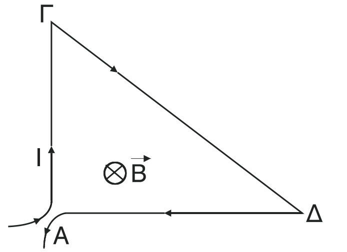
$$\Rightarrow 4BI\ell = 4mg + mg \Rightarrow 4BI\ell = 5mg \Rightarrow I = \frac{5mg}{4B\ell} \overset{S.I.}{\Rightarrow} I = \frac{5 \cdot 10^2 \cdot 10^{-3} \cdot 10}{4 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 10 \cdot 10^{-2}}\ A \Rightarrow$$

$$\Rightarrow I = \frac{5 \cdot 10}{4 \cdot 2}\ A \Rightarrow I = \frac{5 \cdot 5}{4 \cdot 2}\ A \Rightarrow \boxed{I = \frac{25}{8}\ A}$$

ΠΑΡΑΤΗΡΗΣΗ:

Στην αντικατάσταση της συνισταμένης ΣF στις περιπτώσεις β) και γ), ως θετική φορά των δυνάμεων θεωρήθηκε η φορά της κίνησης.

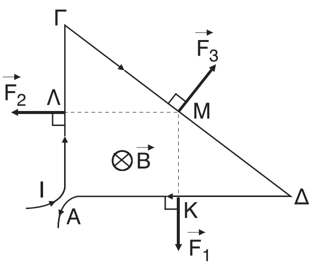
31. ***Μεταλλικό ορθογώνιο τρίγωνο διαρρέεται από ρεύμα I και βρίσκεται κάθετα στις δυναμικές γραμμές ομογενούς μαγνητικού πεδίου έντασης B. Να υπολογιστεί η δύναμη που ασκείται στο τρίγωνο.***



Λύση

Στην κάθετη πλευρά ΑΔ = ℓ_1 ασκείται η δύναμη Laplace $\vec{F}_1$ στο μέσο της Κ όπως φαίνεται στο σχήμα

α)



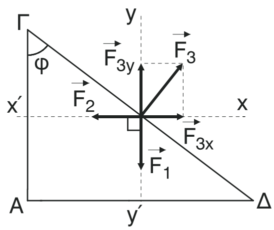
α) μέτρου $\boxed{F_1 = BI\ell_1}$ (1),

στην κάθετη πλευρά ΑΓ = ℓ_2 ασκείται η δύναμη Laplace $\vec{F}_2$ στο μέσο της Λ, μέτρου

$\boxed{F_{2x} = BI\ell_2}$ (2) και στην υποτείνουσα ΓΔ = ℓ_3 ασκείται η δύναμη Laplace $\vec{F}_3$ στο μέσο της Μ, μέτρου $\boxed{F_3 = BI\ell_3}$ (3).

Οι τρεις αυτές δυνάμεις είναι συντρέχουσες, δηλαδή οι διευθύνσεις τους διέρχονται από το ίδιο σημείο. Το σημείο αυτό είναι το Μ. Σχεδιάζουμε όλες τις δυνάμεις στο σημείο Μ και θεωρούμε δύο άξονες xx΄ και ψψ΄ κάθετους μεταξύ τους στο σημείο Μ. Η $\vec{F}_2$ βρίσκεται στον xx΄ και η $\vec{F}_1$ στον ψψ΄.

β)



Αναλύουμε την $\vec{F}_3$ σε δύο συνιστώσες, την $\vec{F}_{3x}$ στον xx΄ και την $\vec{F}_{3\psi}$ στον ψψ΄, για τα μέτρα των οποίων ισχύει:

$$\boxed{F_{2x} = F_3 \cdot \text{συνφ}} \quad (4) \text{ και } \boxed{F_{3\psi} = F_3\text{ημφ}} \quad (5).$$

Όμως οι γωνίες $\hat{ΑΓΔ}$ και ($\vec{F}_3$, $\vec{F}_{3x}$) έχουν τις πλευρές τους κάθετες και είναι και οι δύο οξείες. Άρα είναι ίσες μεταξύ τους και κάθε μία ίση με φ. Στο ορθογώνιο τρίγωνο ΓΑΔ έχουμε:

$$\text{ημφ} = \frac{ΑΔ}{ΓΔ} \Rightarrow \boxed{\text{ημφ} = \frac{\ell_1}{\ell_3}} \quad (6) \text{ και συνφ} = \frac{ΑΓ}{ΓΔ} \Rightarrow \boxed{\text{συνφ} = \frac{\ell_2}{\ell_3}} \quad (7)$$

Για να υπολογίσουμε τη συνισταμένη $\Sigma\vec{F}$ των δυνάμεων, υπολογίζουμε την αλγεβρική τιμή της συνισταμένης ΣF_x των δυνάμεων στον άξονα xx΄ και την αλγεβρική τιμή ΣF_ψ στον άξονα ψψ΄. Έχουμε:

$$\Sigma F_x = F_{3x} - F_2 \overset{(4)}{\underset{(2)}{\Rightarrow}} \Sigma F_x = F_3 \cdot \text{συνφ} - BI\ell_2 \overset{(3)}{\underset{(7)}{\Rightarrow}} \Sigma F_x = BI\ell_3 \frac{\ell_2}{\ell_3} - BI\ell_2 \Rightarrow$$

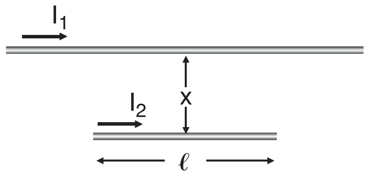
$$\Rightarrow \Sigma F_x = BI\ell_2 - BI\ell_2 \Rightarrow \boxed{\Sigma F_x = 0} \quad \text{και}$$

$$\Sigma F_\psi = F_{3\psi} - F_1 \overset{(5)}{\underset{(1)}{\Rightarrow}} \Sigma F_\psi = F_3 \cdot \text{ημφ} - BI\ell_1 \overset{(3)}{\underset{(6)}{\Rightarrow}} \Sigma F_\psi = BI\ell_3 \frac{\ell_1}{\ell_3} - BI\ell_1 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \Sigma F_\psi = BI\ell_1 - BI\ell_1 \Rightarrow \boxed{\Sigma F_\psi = 0}$$

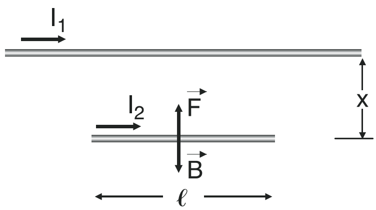
Άρα η συνισταμένη όλων των δυνάμεων που ασκούνται στο τρίγωνο, είναι ίση με μηδέν, δηλαδή $\Sigma\vec{F} = 0$. Οι δυνάμεις που αναπτύσσονται μεταξύ των πλευρών του τριγώνου, λόγω δράσης - αντίδρασης, έχουν συνισταμένη ίση με μηδέν, γι' αυτό δεν υπολογίστηκαν.

32. ***Οριζόντια μεταλλική ράβδος μεγάλου μήκους διαρρέεται από ρεύμα $I_1 = 100$ A. Στο ίδιο κατακόρυφο επίπεδο κάτω από τη ράβδο και παράλληλα με αυτή βρίσκεται ένας ευθύγραμμος αγωγός μήκους $\ell = 1$ m και μάζας m = 5 g. Να υπολογιστεί η ένταση του ρεύματος που πρέπει να διαρρέει τον αγωγό, ώστε αυτός να ισορροπεί σε απόσταση x = 2 cm από τη μεταλλική ράβδο. (g = 10 m/s²).***



Λύση

Στον αγωγό ασκούνται δύο συγγραμμικές δυνάμεις, το βάρος $\vec{B}$ και η δύναμη $\vec{F}$ που δέχεται από την μεταλλική ράβδο.
Αφού ο αγωγός ισορροπεί η συνισταμένη $\Sigma\vec{F} = \vec{F} + \vec{B}$ των δύο δυνάμεων θα είναι ίση με μηδέν, οπότε



$$\Sigma\vec{F} = 0 \Rightarrow \vec{F} + \vec{B} = 0 \Rightarrow \boxed{\vec{F} = -\vec{B}}$$

Δηλαδή οι δυνάμεις $\vec{F}$, $\vec{B}$ θα είναι αντίθετες.
Αυτό σημαίνει ότι είναι αντίρροπες, $\vec{F} \uparrow\downarrow \vec{B}$, και έχουν ίδιο μέτρο, F = B.
Για να είναι αντίρροπες θα πρέπει η φορά του ρεύματος έντασης I_2 που διαρρέει τον αγωγό να είναι ομόρροπη με τη φορά του ρεύματος έντασης I_1, όπως φαίνεται στο σχήμα.
Επίσης

$$F = B \Rightarrow K_\mu \frac{2I_1I_2}{x}\ell = mg \Rightarrow 2K_\mu I_1I_2\ell = mgx \Rightarrow I_2 = \frac{mgx}{2K_\mu I_1\ell} \overset{S.I.}{\Rightarrow}$$

$$\Rightarrow I_2 = \frac{5 \cdot 10^{-3} \cdot 10 \cdot 2 \cdot 10^{-2}}{2 \cdot 10^{-7} \cdot 10^2} A \Rightarrow I_2 = \frac{5 \cdot 10^{-4}}{10^{-5}} A \Rightarrow \boxed{I_2 = 50 \text{ A}}$$

33. ***Ένας ευθύγραμμος ρευματοφόρος αγωγός που έχει μήκος $\ell = 40$ cm φέρεται ολόκληρος στο εσωτερικό ενός σωληνοειδούς μεγάλου μήκους που έχει 10 σπείρες/cm και διαρρέεται από ρεύμα έντασης I = 2,5 A. Όταν ο***

αγωγός είναι κάθετος στον άξονα του σωληνοειδούς δέχεται δύναμη Laplace από το πεδίο ίση με $F_L = 2\pi 10^{-2}$ N. Αν ο αγωγός είναι συνδεδεμένος με πηγή ΗΕΔ E = 100 V και εσωτερικής αντίστασης r = 0,5 Ω να υπολογιστεί η αντίσταση του αγωγού.

Λύση

Η ένταση B του μαγνητικού πεδίου στο εσωτερικό του σωληνοειδούς έχει διεύθυνση παράλληλη στον άξονα του σωληνοειδούς και μέτρο

$$\mathbf{B = K_\mu 4\pi n I},$$

όπου $n = 10\,\dfrac{\text{σπείρες}}{\text{cm}} = 10\,\dfrac{\text{σπείρες}}{10^{-2}\ \text{m}} \Rightarrow n = 10^3\,\dfrac{\text{σπείρες}}{\text{m}}$

Άρα με αντικατάσταση στο S.I. έχουμε

$$B = 10^{-7}\cdot 4\pi 10^3 \cdot 2{,}5\ \text{T} = B = \pi\cdot 10\cdot 10^{-4}\ \text{T} \Rightarrow \boxed{\mathbf{B = \pi\cdot 10^{-3}\ T}}$$

Αν I_1 η ένταση του ρεύματος που διαρρέει τον ευθύγραμμο αγωγό, ο οποίος είναι κάθετος στις δυναμικές γραμμές του μαγνητικού πεδίου στο εσωτερικό του σωληνοειδούς έχουμε:

$$F_L = NI_1\ell \Rightarrow I_1 = \frac{F_L}{B\ell} \Rightarrow I_1 = \frac{2\pi\cdot 10^{-2}}{\pi\cdot 10^{-3}\cdot 4\cdot 10\cdot 10^{-2}}\ \text{A} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow I_1 = \frac{2}{4\cdot 10^{-2}}\ \text{A} \Rightarrow I_1 = \frac{10^2}{2}\ \text{A} \Rightarrow \boxed{\mathbf{I_1 = 50\ A}}$$

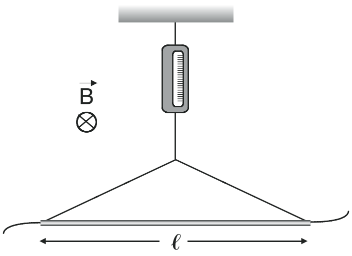
Αν R η αντίσταση του ευθύγραμμου αγωγού, από το νόμο του Ohm για κλειστό κύκλωμα έχουμε:

$$I_1 = \frac{E}{R_{o\lambda}} \xRightarrow{R_{o\lambda}=R+r} I_1 = \frac{E}{R+r} \Rightarrow (R+r)I_1 = E \Rightarrow$$

$$\Rightarrow R + r = \frac{E}{I_1} \Rightarrow R = \frac{E}{I_1} - r \overset{\text{S.I.}}{\Rightarrow} R = \left(\frac{100}{50} - 0{,}5\right)\Omega \Rightarrow$$

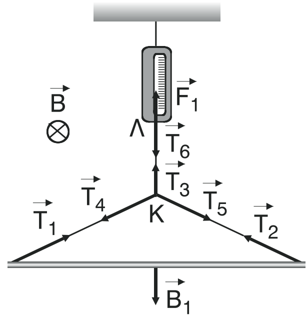
$$R = (2 - 0{,}5)\Omega \Rightarrow \boxed{\mathbf{R = 1{,}5\ \Omega}}$$

34. ***Μία μεταλλική ράβδος μήκους ℓ = 1m κρέμεται οριζόντια από ένα δυναμόμετρο με μονωτικά νήματα μέσα σε οριζόντιο μαγνητικό πεδίο. Όταν η ράβδος δε διαρρέεται από ρεύμα το δυναμόμετρο δείχνει ένδειξη F_1 = 0,4 N. Όταν η ράβδος διαρρέεται από ρεύμα έντασης I = 10 A δείχνει ένδειξη F_2 = 0,6N. Να υπολογιστεί α) το βάρος της ράβδου, β) η δύναμη Laplace, γ) η ένταση του μαγνητικού πεδίου.***



Λύση

α) Όπως είναι γνωστό οι τάσεις κατά μήκος του ίδιου νήματος είναι ίσες σε μέτρο. Στην συγκεκριμένη περίπτωση οι τάσεις αυτές είναι και αντίρροπες, οπότε τελικά θα είναι αντίθετες.



Δηλαδή: $\vec{T}_1 = -\vec{T}_4$, $\vec{T}_2 = -\vec{T}_5$ και $\vec{T}_6 = -\vec{T}_3$.

Άρα: $\boxed{\vec{T}_1 + \vec{T}_2 = -\vec{T}_4 - \vec{T}_5}$

Όταν η ράβδος δεν διαρρέεται από ρεύμα ενεργούν πάνως της το βάρος της $\vec{B}_1$ και οι τάσεις $\vec{T}_1$ και $\vec{T}_2$.

Αφού η ράβδος ισορροπεί, η συνισταμένη τους $\boxed{\Sigma\vec{F} = \vec{B}_1 + \vec{T}_1 + \vec{T}_2}$ (2)

θα είναι ίση με μηδέν. Δηλαδή,

$$\Sigma\vec{F} = 0 \overset{(2)}{\Rightarrow} \boxed{\vec{B}_1 + \vec{T}_1 + \vec{T}_2 = 0} \overset{(1)}{\Rightarrow} \vec{B}_1 - \vec{T}_4 - \vec{T}_5 = 0 \Rightarrow \boxed{\vec{B}_1 = \vec{T}_4 + \vec{T}_5}$$

Στο σημείο Κ οι δυνάμεις ισορροπούν, άρα

$$\vec{T}_3 + \vec{T}_4 + \vec{T}_5 = 0 \Rightarrow (3)\ \vec{T}_3 + \vec{B}_1 = 0 \Rightarrow \boxed{\vec{T}_3 = -\vec{B}_1} \quad (4)$$

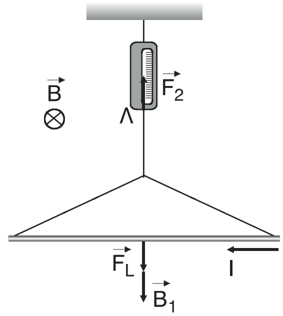
Στο σημείο Λ οι δυνάμεις ισορροπούν, άρα

$$\vec{T}_6 + \vec{F}_1 = 0 \text{ ή } -\vec{T}_3 + \vec{F}_1 = 0 \Rightarrow \vec{F}_1 = \vec{T}_3 \overset{(4)}{\Rightarrow} \boxed{\vec{F}_1 = -\vec{B}_1} \quad (5)$$

Δηλαδή οι δυνάμεις $\vec{F}_1$, $\vec{B}_1$ είναι αντίθετες, οπότε θα έχουν ίδιο μέτρο, δηλαδή

$$B_1 = F_1 \overset{S.I.}{\Rightarrow} \boxed{\mathbf{B_1 = 0,4\ N}}$$

β) Αν η ράβδος διαρρέεται από ρεύμα στις υπάρχουσες δυνάμεις που ασκούνται στη ράβδο θα προστεθεί και η δύναμη Laplace $\vec{F}_L$ που θα δεχτεί από το μαγνητικό πεδίο συγγραμική του βάρους. Με τον ίδιο τρόπο όπως και στο ερώτημα α) καταλήγουμε ότι



$$\boxed{\vec{F}_2 + \vec{B}_1 + \vec{F}_L = 0} \qquad (6)$$

Έστω ότι η $\vec{F}_L$ είναι προς τα πάνω.

Θεωρώντας ως θετική φορά των δυνάμεων προς τα πάνω έχουμε:

$$(6) \Rightarrow F_2 - B_1 + F_L \Rightarrow F_L = B_1 - F_2 \Rightarrow F_L = (0,4 - 0,6)N \Rightarrow$$

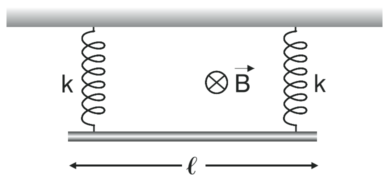
$$\Rightarrow \boxed{\mathbf{F_L = -\,0,2\ N}}$$

Το (–) δηλώνει ότι η φορά $\vec{F}_L$ είναι αρνητική, δηλαδή προς τα κάτω, οπότε η φορά του ρεύματος που διαρρέει τη ράβδο είναι αυτή που φαίνεται στο σχήμα.

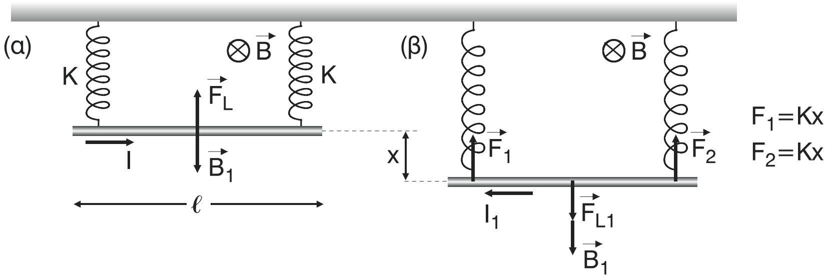
Το μέτρο της $\vec{F}_L$ είναι $\boxed{\mathbf{F_L = 0,2\ N}}$

γ) Ισχύει: $F_L = BI\ell \Rightarrow B = \dfrac{F_L}{I \cdot \ell} \Rightarrow B = \dfrac{0,2}{10 \cdot 1}\ T \Rightarrow \boxed{\mathbf{B = 0,02\ T}}$

35. ***Οριζόντια μεταλλική ράβδος μήκους $\ell = 40cm$ κρέμεται από δύο κατακόρυφα μονωμένα ελατήρια σταθεράς $K = 100N/m$. Το σύστημα βρίσκεται μέσα σε οριζόντιο μαγνητικό πεδίο έντασης $B = 1,5T$. Όταν η ένταση του ρεύματος είναι $I = 5A$, τα ελατήρια έχουν το φυσικό του μήκος. Να υπολογιστεί η ένταση του ρεύματος όταν τα ελατήρια έχουν επιμηκυνθεί κατά $x = 4,5cm$.***



Λύση



Όταν τα ελατήρια έχουν το φυσικό τους μήκος η ράβδος ισορροπεί υπό την επίδραση του βάρους της $\vec{B}_1$ και της δύναμης Laplace $\vec{F}_L$, οπότε η φορά του ρεύματος έντασης I είναι αυτή που φαίνεται στο σχήμα (α).

Αφού η ράβδος ισορροπεί η $\vec{F}_L$ πρέπει να είναι αντίθετη του βάρους $\vec{B}_1$ όπως φαίνεται στο σχήμα (α), και θα ισχύει:

$$\Sigma F = 0 \Rightarrow F_L - B_1 = 0 \Rightarrow F_L = B_1 \Rightarrow BI\ell = B_1 \overset{S.I}{\Rightarrow}$$

$$\Rightarrow B_1 = 1{,}5 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 10 \cdot 10^{-2}\ N \Rightarrow B_1 = 30 \cdot 10^{-1} \Rightarrow \boxed{B_1 = 3\ N}$$

Για να επιμηκυνθούν τα ελατήρια (σχήμα (β)) η δύναμη Laplace $\vec{F}_{L1}$ που ενεργεί τώρα στη ράβδο πρέπει να είναι ομόρροπη του βάρους $\vec{B}_1$, οπότε η φορά του ρεύματος έντασης I_1 που διαρρέει τη ράβδο είναι αυτή που φαίνεται στο σχήμα (β).

Στη ράβδο ενεργούν και οι δυνάμεις επαναφοράς $\vec{F}_1$ και $\vec{F}_2$ των ελατηρίων οι οποίες έχουν μέτρα $F_1 = Kx$ και $F_2 = Kx$.

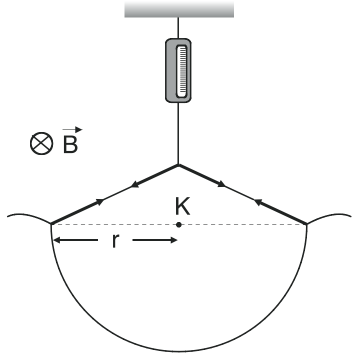
Αφού η ράβδος ισορροπεί θα ισχύει:

$$\Sigma F = 0 \Rightarrow B_1 + F_{L1} - F_1 - F_2 = 0 \Rightarrow B_1 + BI_1\ell - Kx - Kx = 0 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow BI_1\ell = 2Kx - B_1 \Rightarrow I_1 = \frac{2Kx - B_1}{B\ell} \overset{S.I}{\Rightarrow} I_1 = \frac{2 \cdot 10^2 \cdot 4{,}5 \cdot 10^{-2} - 3}{1{,}5 \cdot 4 \cdot 10 \cdot 10^{-2}}\ A \Rightarrow$$

$$\Rightarrow I_1 = \frac{9-3}{6 \cdot 10^{-1}}\ A \Rightarrow I_1 = \frac{6 \cdot 10}{6\ A} \Rightarrow \boxed{I_1 = 10\ A}$$

36. ***Από ένα δυναμόμετρο κρεμάμε με μονωτικά νήματα ένα σύρμα σχήματος ημικύκλιου ακτίνας r = 15cm. Το σύστημα βρίσκεται μέσα σε οριζόντιο μαγνητικό πεδίο. Όταν το σύρμα δε διαρρέεται από ρεύμα, το δυναμόμετρο δείχνει ένδειξη 1Ν. όταν το σύρμα διαρρέεται από ρεύμα έντασης I = 10A, το δυναμόμετρο δείχνει ένδειξη 4Ν. Να υπολογιστεί η ένταση του μαγνητικού πεδίου.***

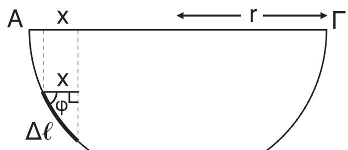


Λύση

Σημείωση:

Στο ημικύκλιο $\overset{\frown}{ΑΓ}$ του σχήματος (1) ακτίνας r, θεωρούμε ένα στοιχειώδες τμήμα $\Delta\ell$ ($\Delta\ell \to 0$).

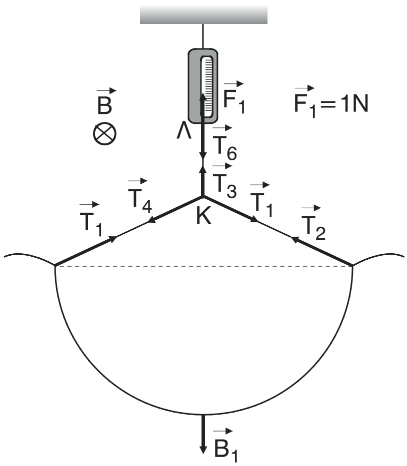
Επειδή το $\Delta\ell$ είναι στοιχειώδες μπορεί να θεωρηθεί ότι είναι **ευθύγραμμο**.



Οπότε, στο ορθογώνιο τρίγωνο με υποτείνουσα το $\Delta\ell$ έχουμε:

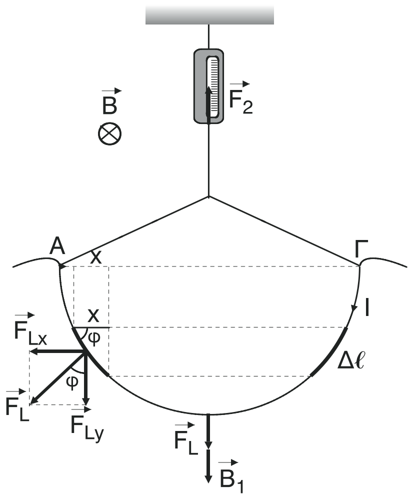
$$\text{συνφ} = \frac{x}{\Delta\ell} \Rightarrow \boxed{x = \Delta\ell \cdot \text{συνφ}}$$

Το μήκος x αποτελεί την **προβολή** του στοιχειώδους τμήματος $\Delta\ell$ πάνω στη διάμετρο ΑΓ. **Αθροίζοντας όλες τις προβολές των στοιχειωδών τμημάτων $\Delta\ell$ στα οποία χωρίζεται το ημικύκλιο προκύπτει η διάμετρος ΑΓ.**



Όταν το ημικυκλικό σύρμα δεν διαρρέεται από ρεύμα ακολουθώντας την ίδια μεθοδολογία όπως στην άσκηση 34 στο ερώτημα α) καταλήγουμε ότι το βάρος $\vec{B}_1$ έχει το ίδιο μέτρο με τη δύναμη επαναφοράς $\vec{F}_1$ του ελατηρίου του δυναμομέτρου, το οποίο είναι 1 N.

Δηλαδή $B_1 = F_1 \overset{F_1 = 1N}{\Longrightarrow} \boxed{B_1 = 1\ N}$



Σε κάθε στοιχειώδες τμήμα $\Delta\ell$ του ημικυκλικού σύρματος που διαρρέεται από ρεύμα έντασης I αναπτύσσεται μία δύναμη Laplace $\vec{F}_L$ την οποία αναλύουμε σε δύο συνιστώσες $\vec{F}_{Lx}$ και $\vec{F}_{L\psi}$ από τις οποίες η $\vec{F}_{Lx}$ είναι οριζόντια και η $\vec{F}_{L\psi}$ κατακόρυφη. Οι οριζόντιες συνιστώσες $\vec{F}_{Lx}$ που αντιστοιχούν σε κάθε στοιχειώδες τμήμα $\Delta\ell$, λόγω συμμετρίας, έχουν συνισταμένη ίση με μηδέν. Οι κατακόρυφες συνιστώσες $\vec{F}_{L\psi}$ που αντιστοιχούν σε κάθε στοιχειώδες τμήμα $\Delta\ell$, είναι ομόρροπες με μέτρο της μορφής

$$\vec{F}_{L\psi} = F_L \text{συνφ},$$

όπου $F_L = BI\Delta\ell$. Άρα $F_{L\psi} = BI\Delta\ell \cdot \text{συνφ}$.

Όμως, όπως δείξαμε στη Σημείωση, $\boxed{\Delta\ell \cdot \text{συνφ} = x}$.

Άρα, $\boxed{F_{L\psi} = BI \cdot x}$.

Για να βρούμε το μέτρο $F_{Lολ}$ της συνισταμένης όλων των $\vec{F}_{L\psi}$, προσθέτουμε τα μέτρα τους αφού αυτές είναι ομόρροπες. Οπότε:

$$F_{Lολ} = F_{L\psi1} + F_{L\psi2} + \ldots \Rightarrow F_{Lολ} = BIx_1 + BIx_2 + \ldots \Rightarrow$$

$$\Rightarrow F_{Lολ} = BI(x_1 + x_2 + \ldots) \Rightarrow F_{Lολ} = BI \cdot (\text{ΑΓ}) \Rightarrow \boxed{F_{Lολ} = BI \cdot 2r} \quad (1),$$

όπου $x_1 + x_2 + \ldots$ το άθροισμα όλων προβολών που μας δίνει το μήκος της διαμέτρου ΑΓ.

Η $\vec{F}_{Lολ}$ θα είναι ομόρροπη του βάρους αφού η ένδειξη του δυναμομέτρου αυξάνεται και γίνεται $F_2 = 4N$.

Έτσι η φορά του ρεύματος έντασης I θα είναι αυτή που φαίνεται στο σχήμα. Ακολουθώντας την ίδια μεθοδολογία όπως στην άσκηση 34 στο ερώτημα β) καταλήγουμε ότι:

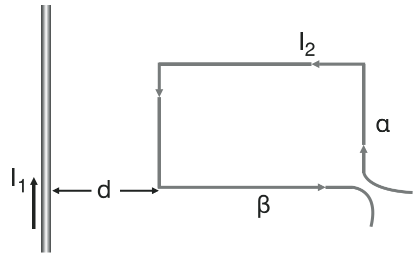
$$F_2 = B_1 + F_{Lολ} \Rightarrow F_{Lολ} = F_2 - B_1 \overset{S.I}{\Rightarrow} F_{Lολ} = (4-1)N \Rightarrow \boxed{F_{Lολ} = 3\ N}$$

$$\text{Όμως από (1)} \Rightarrow F_{Lo\lambda} = BI \cdot 2r \Rightarrow B = \frac{F_{Lo\lambda}}{I \cdot 2r} \overset{S.I}{\Rightarrow}$$

$$B = \frac{3}{10 \cdot 215 \cdot 10^{-2}}\,T \Rightarrow B = \frac{3}{30 \cdot 10^{-1}}\,T \Rightarrow$$

$$B = \frac{3 \cdot 10}{30}\,T \Rightarrow \boxed{B = 1\,T}$$

37. ***Συρμάτινο πλαίσιο σχήματος παραλληλόγραμμου βρίσκεται στο ίδιο επίπεδο και σε απόσταση d = 10cm από ένα ευθύγραμμο αγωγό μεγάλου μήκους που διαρρέεται από ρεύμα έντασης I_1 = 10A. Το πλαίσιο έχει πλευρές α = 10cm, β = 40cm και διαρρέεται από ρεύμα I_2 = 5A. Να υπολογιστεί η δύναμη που δέχεται το πλαίσιο από τον ευθύγραμμο αγωγό.***

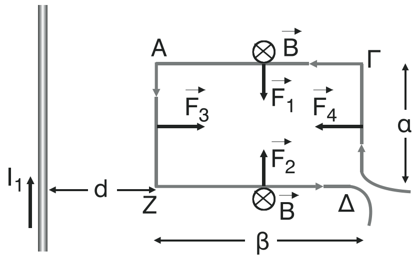


Λύση

Το σύρμα ΑΓ δέχεται από τον ευθύγραμμο αγωγό δύναμη $\vec{F}_1$ μέτρου

$$F_1 = B \cdot I_2 \beta, \quad \text{όπου } B = K_\mu \frac{2I_1}{d + \frac{\beta}{2}},$$

το μέτρο της έντασης του μαγνητικού πεδίου του ευθύγραμμου αγωγού στο μέσο της πλευράς ΑΓ.



$$\text{Άρα } F_1 = 2K_\mu \frac{I_1}{d + \frac{\beta}{2}} I_2 \cdot \beta \overset{S.I}{\Rightarrow} F_1 = \frac{2 \cdot 10^{-7}\ 10 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 10 \cdot 10^{-2}}{10 \cdot 10^{-2} + 2 \cdot 10 \cdot 10^{-2}}\,N \Rightarrow$$

$$F_1 = \frac{4 \cdot 10^{-6}}{3 \cdot 10^{-1}}\,N \Rightarrow \mathbf{F_1 = \frac{4}{3} \cdot 10^{-5}\,N}.$$

Η κατεύθυνση της $\vec{F}_1$ φαίνεται στο σχήμα.

Ομοίως το σύρμα ΖΔ δέχεται από τον ευθύγραμμο αγωγό δύναμη $\vec{F}_2$ **αντίρροπη** της $\vec{F}_1$ και μέτρου

$$F_2 = 2K_\mu \frac{I_1}{d + \frac{\beta}{2}} I_2 \cdot \beta = F_1 = \frac{4}{3} \cdot 10^{-5}\ \text{N}.$$

Άρα οι $\vec{F}_1$ και $\vec{F}_2$ είναι **αντίθετες** οπότε η συνισταμένη τους είναι ίση με μηδέν.

Το σύρμα ΑΖ δέχεται από τον ευθύγραμμο αγωγό δύναμη $\vec{F}_3$ μέτρου:

$$F_3 = 2K_\mu \frac{I_1 I_2}{d} \cdot \alpha \overset{S.I}{\Rightarrow} F_3 = 2 \cdot 10^{-7}\ \frac{10 \cdot 5 \cdot 10 \cdot 10^{-2}}{10 \cdot 10^{-2}}\ \text{N} \Rightarrow \boxed{\mathbf{F_3 = 10^{-5}\ N}}$$

Το σύρμα ΓΔ δέχεται από τον ευθύγραμμο αγωγό δύναμη $\vec{F}_4$ μέτρου:

$$F_4 = 2K_\mu \frac{I_1 I_2}{d+\beta} \cdot \alpha \overset{S.I}{\Rightarrow} F_4 = 2 \cdot 10^{-7}\ \frac{10 \cdot 5 \cdot 10 \cdot 10^{-2}}{10 \cdot 10^{-2} + 40 \cdot 10^{-2}}\ \text{N} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow F_4 = \frac{10^{-6}}{50 \cdot 10^{-2}}\ \text{N} \Rightarrow F_4 = \frac{10^{-6}}{5 \cdot 10^{-1}}\ \text{N} \Rightarrow$$

$$F_4 = \frac{1}{5} \cdot 10^{-5}\ \text{N} \Rightarrow \boxed{\mathbf{F_4 = 0{,}2 \cdot 10^{-5}\ N}}$$

Άρα η συνισταμένη $\vec{\Sigma F}$ των δυνάμεων που δέχεται το πλαίσιο από τον ευθύγραμμο αγωγό έχει μέτρο

$$\mathbf{\Sigma F = F_3 - F_4} \qquad (1)$$

(αφού $\vec{F}_3 \uparrow\downarrow \vec{F}_4$ με $F_3 > F_4$).

Οπότε από (1) $\overset{S.I}{\Rightarrow}$ $\Sigma F = (10^{-5} - 0{,}2 \cdot 10^{-5})\text{N} \Rightarrow \Sigma F = 0{,}8 \cdot 10^{-5}\ \text{N} \Rightarrow$

$$\Rightarrow \boxed{\mathbf{\Sigma F = 8 \cdot 10^{-6}\ N}} \quad \text{με } \vec{\Sigma F} \uparrow\uparrow \vec{F}_3.$$

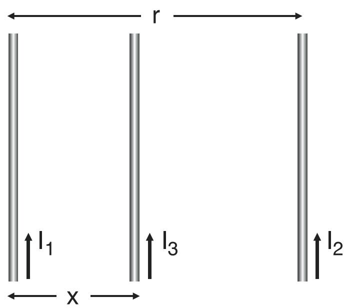
38. ***Δύο παράλληλοι αγωγοί μεγάλου μήκους που βρίσκονται σε απόσταση x = 2cm διαρρέονται από ρεύματα I_1 = 10A και I_2 = 50A. Να υπολογιστεί η δύναμη που ασκεί ο ένας αγωγός σε κάθε 1m του άλλου αγωγού.***

Λύση

Το μέτρο F της δύναμης που ασκεί κάθε αγωγός σε μήκος $\ell = 1$ m του άλλου αγωγού είναι:

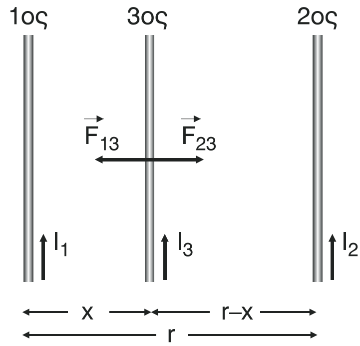
$$F = 2K_\mu \frac{I_1 I_2}{x} \ell \overset{S.I}{\Rightarrow} F = 2 \cdot 10^{-7}\ \frac{10 \cdot 5 \cdot 10 \cdot 1}{2 \cdot 10^{-2}}\ \text{N} \Rightarrow \boxed{\mathbf{F = 5 \cdot 10^{-3}\ N}}$$

39. ***Δύο παράλληλοι αγωγοί μεγάλου μήκους βρίσκονται σε απόσταση μεταξύ τους r = 12cm και διαρρέονται από ομόρροπα ρεύματα I_1 και $I_2 = 5I_1$ αντίστοιχα. Να υπολογιστεί σε ποιο σημείο πρέπει να τοποθετηθεί ένας τρίτος ρευματοφόρος αγωγός, ώστε να ισορροπεί.***



Λύση

Έστω ο 3ος αγωγός τοποθετείται στο επίπεδο των άλλων δύο (αλλιώς οι δυνάμεις που δέχεται από τους άλλους δύο αγωγούς δεν μπορεί να είναι αντίθετοι ώστε να δίνουν συνισταμένη ίση με μηδέν) και σε απόσταση x από τον 1ο αγωγό, όπως φαίνεται στο σχήμα.



Σε μήκος ℓ του 3ου αγωγού, ο οποίος διαρρέεται από ρεύμα έντασης I_1 και I_2, ασκείται δύναμη $\vec{F}_{13}$ από τον 1ο αγωγό και δύναμη $\vec{F}_{23}$ από τον δεύτερο αγωγό.

Οι δύο αυτές δυνάμεις είναι αντίρροπες.

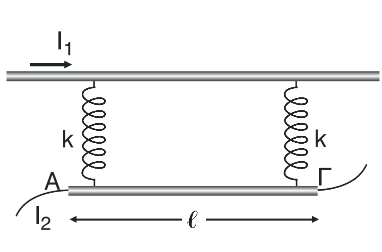
Για να ισορροπεί ο αγωγός πρέπει η συνισταμένη τους $\Sigma\vec{F}$ να είναι ίση με μηδέν. Άρα:

$$\Sigma F = 0 \Rightarrow F_{13} - F_{23} = 0 \Rightarrow F_{13} = F_{23} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 2K_\mu \frac{I_1 I_3}{x}\ell = 2K_\mu \frac{I_2 I_3}{r-x}\ell \Rightarrow \frac{I_1}{x} = \frac{I_2}{r-x} \xRightarrow{I_2=5I_1} \frac{I_1}{x} = \frac{5I_1}{r-x} \Rightarrow$$

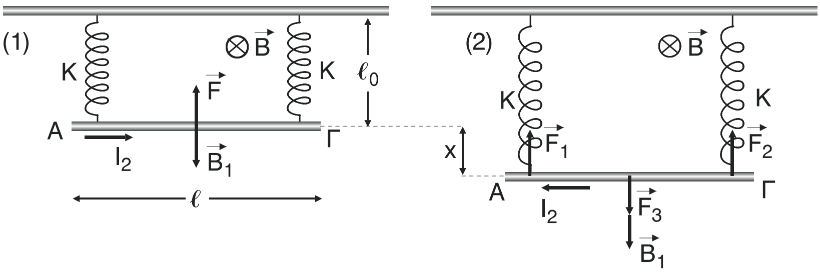
$$5x = r - x \Rightarrow 6x = r \Rightarrow x = \frac{r}{6} \Rightarrow x = \frac{12}{6}\text{cm} \Rightarrow \boxed{x = 2\text{ cm}}$$

40. ***Μία ακλόνητη οριζόντια μεταλλική ράβδος έχει μεγάλο μήκος και διαρρέεται από ρεύμα I_1 = 40A. Από τη ράβδο μέσω δύο ελατηρίων κρέμεται μια άλλη ράβδος ΑΓ μήκους ℓ = 2m. Όταν η ράβδος ΑΓ διαρρέεται από ρεύμα I_2 = 50A ομόρροπα με το ρεύμα της πρώ-***



της ράβδου, τα ελατήρια βρίσκονται στο φυσικό τους μήκος l_0 = 4cm. Ό-ταν αντιστραφεί η φορά του ρεύματος σε μία από τις δύο ράβδους τα ε-λατήρια επιμηκύνονται και το σύστημα ισορροπεί όταν η απόσταση μετα-ξύ των ράβδων γίνει 5cm. Να υπολογιστεί η σταθερά κ των ελατηρίων δεν είναι αγώγιμες.

Λύση



Όταν τα ελατήρια έχουν το φυσικό τους μήκος (σχήμα 1), η ράβσος ΑΓ ι-σορροπεί υπό την επίδραση του βάρους του Β1 και της δύναμης F που δέ-χεται από την ακλόνητη ράβδο.

Άρα για τη συνισταμένη του ΣF έχουμε:

$$\Sigma F = 0 \Rightarrow B_1 - F = 0 \Rightarrow B_1 = F \Rightarrow B_1 = 2K\mu \frac{I_1 I_2}{\ell_0} \ell \Rightarrow$$

$$\Rightarrow B_1 = 2 \cdot 10^{-7} \frac{4 \cdot 10 \cdot 5 \cdot 10}{4 \cdot 10^{-2}} 2\ \text{N} \Rightarrow B_1 = \frac{20 \cdot 10^{-5}}{10^{-2}} \text{N} \Rightarrow$$

$$B_1 = \frac{2 \cdot 10^{-4}}{10^{-2}} \text{N} \Rightarrow \boxed{\mathbf{B_1 = 2 \cdot 10^{-2}\ N}}$$

Όταν αλλάξει η φορά του ρεύματος που διαρρέει τη ράβδο ΑΓ η δύναμη έ-στω F_3 που δέχεται από την ακλόνητη ράβδο, γίνεται τώρα ομόρροπη του βάρους B_1 οπότε η ράβδος ΑΓ ισορροπεί με τα ελατήρια να έχουν επιμη-κυνθεί κατά x = 5cm – 4cm $\Rightarrow \boxed{\mathbf{x = 1\ cm}}$ (σχήμα 2).

Τότε η ράβδος δέχεται από τα ελατήρια δυνάμεις F_1 και F_2 αντίστοιχα με μέ-τρο F_1 = kx και F_2 = kx. Αφού η ράβδος ΑΓ ισορροπεί ισχύει:

$$\Sigma F = 0 \Rightarrow F_1 + F_2 - B_0 - F_3 = 0 \Rightarrow F_1 + F_2 = B_1 + F_3 \Rightarrow$$

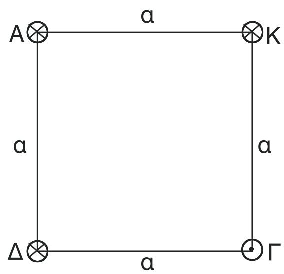
$$\Rightarrow \kappa x + \kappa x = B_1 + 2K_\mu \frac{I_1 I_2}{\ell_0 + x} \Rightarrow 2\kappa x = B_1 + 2K_\mu \frac{I_1 I_2}{\ell_0 + x} \ell \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \kappa = \frac{1}{2x}\left(B_1 + 2K_\mu \frac{I_1 I_2}{\ell_0 + x}\,\ell\right) \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \kappa = \frac{1}{2\cdot 10^{-2}}\left(2\cdot 10^{-2} + 2\cdot 10^{-7}\,\frac{4\cdot 10\cdot 5\cdot 10}{5\cdot 10^{-2}}\cdot 2\right)\frac{N}{M} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \kappa = \frac{10^2}{2}\,(2\cdot 10^{-2} + 1{,}6\cdot 10^{-2})\,\frac{N}{m} \Rightarrow \kappa = 50\cdot 3{,}6\cdot 10^{-2}\,\frac{N}{m} \Rightarrow \boxed{\kappa = 1{,}8\,\frac{N}{m}}$$

41. ***Στην εικόνα βλέπουμε την τομή τεσσάρων ευθυγράμμων αγωγών μεγάλου μήκους. Να υπολογιστεί η δύναμη ανά μέτρο μήκους που δέχεται ο αγωγός Α από τους άλλους αγωγούς. Δίνονται I_A=10A, I_K = 20A, I_Γ = 10A, I_Δ = 20A και α = 10cm.***



Λύση

Στο ορθογώνιο τρίγωνο ΑΔΓ έχουμε:

$$A\Gamma^2 = A\Delta^2 + \Delta\Gamma^2 \Rightarrow A\Gamma^2 = \alpha^2 + \alpha^2 \Rightarrow A\Gamma^2 = 2\alpha^2 \Rightarrow \boxed{A\Gamma = \alpha\sqrt{2}} \quad (1).$$

Σε μήκη ℓ = 1m του αγωγού Α ασκούνται οι δυνάμεις F_1 από τον αγωγό Δ, F_2 από τον αγωγό Κ και F_3 από τον αγωγό Γ. Για τα μέτρα τους έχουμε:

$$F_1 = 2K_\mu \frac{I_A I_\Delta}{\alpha}\,\ell \Rightarrow F_1 = 2\cdot 10^{-7}\,\frac{10\cdot 2\cdot 10}{10\cdot 10^{-2}}\cdot 1\text{ N} \Rightarrow \boxed{F_1 = 4\cdot 10^{-4}\text{ N}},$$

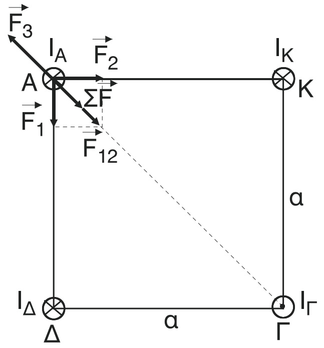
$$F_2 = 2K_\mu \frac{I_A\cdot I_K}{\alpha}\,\ell \Rightarrow F_2 = 2\cdot 10^{-7}\,\frac{10\cdot 2\cdot 10}{10\cdot 10^{-2}}\text{ N} \Rightarrow \boxed{F_2 = 4\cdot 10^{-4}\text{ N} = F_1} \text{ και}$$

$$F_3 = 2K_\mu \frac{I_A I_\Gamma}{A\Gamma}\,\ell \Rightarrow F_3 = 2K_\mu \frac{I_A I_\Gamma}{\alpha\sqrt{2}}\,\ell \Rightarrow F_3 = 2\cdot 10^{-7}\,\frac{10\cdot 10}{10\cdot 10^{-2}\sqrt{2}}\cdot 1\text{ N} \Rightarrow$$

$$F_3 = 2K\mu\,\frac{2}{\sqrt{2}}\cdot 10^{-4}\text{ N} \Rightarrow F_3 = \frac{2\sqrt{2}}{\sqrt{2}\cdot\sqrt{2}}\cdot 10^{-4}\text{ N} \Rightarrow F_3 = \frac{2\sqrt{2}}{2}\cdot 10^{-4}\text{N} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \boxed{F_3 = \sqrt{2}\cdot 10^{-4}\text{ N}}.$$

Επειδή $F_1 = F_2$ το παραλληλόγραμμο με πλευρές τις $\vec{F}_1$ και $\vec{F}_2$ είναι τετράγωνο.
Άρα, η συνισταμένη $\vec{F}_{12}$ των δυνάμεων $\vec{F}_1$, $\vec{F}_2$ διχοτομεί την ορθή γωνία Α.
Αυτό σημαίνει ότι βρίσκεται πάνω στην ΑΓ, οπότε η $\vec{F}_{12}$ είναι αντίρροπη της $\vec{F}_3$.
Για το μέτρο της $\vec{F}_{12}$ έχουμε:



$$F_{12} = \sqrt{F_1^2 + F_2^2} \Rightarrow F_{12} = \sqrt{F_1^2 + F_1^2} \Rightarrow F_{12} = \sqrt{2F_1^2} \Rightarrow F_{12} = F_1\sqrt{2} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \boxed{F_{12} = 4\sqrt{2} \cdot 10^{-4}\ N}$$

Επειδή $F_{12} > F_3$, για το μέτρο ΣF της συνισταμένης των δυνάμεων έχουμε:

$$\Sigma F = F_{12} - F_3 \Rightarrow \Sigma F = (4\sqrt{2} \cdot 10^{-4} - \sqrt{2} \cdot 10^{-4})N \Rightarrow$$

$$\boxed{\Sigma F = 3\sqrt{2} \cdot 10^{-4} N} \quad \text{με} \quad \Sigma\vec{F} \uparrow\uparrow \vec{F}_{12}.$$

42. ***Ένα σωληνοειδές έχει n = 100σπείρες/m και διαρρέεται από ρεύμα έντασης I = 10A. Να υπολογιστεί η ένταση του μαγνητικού πεδίου στο εσωτερικό του σωληνοειδούς. Πόση θα γίνει η ένταση του μαγνητικού πεδίου αν στο εσωτερικό του σωληνοειδούς βάλουμε υλικό που έχει μαγνητική διαπερατότητα μ = 1000.***

Λύση

Το μέτρο Β της έντασης του μαγνητικού πεδίου στο εσωτερικό του σωληνοειδούς είναι:

$$B = K_\mu 4\pi n I \Rightarrow B = 10^{-7}\, 4\pi \cdot 10^2 \cdot 10\ T \Rightarrow \boxed{B = 4\pi \cdot 10^{-4}\ T}.$$

Μετά την εισαγωγή του υλικού η ένταση γίνεται:

$$B_1 = \mu \cdot B \Rightarrow B_1 = 10^3 \cdot 4\pi \cdot 10^{-4}\ T \Rightarrow \boxed{B = 4\pi \cdot 10^{-1}\ T = 0{,}4\pi T}.$$

43. ***Μία επιφάνεια έχει εμβαδό $S = 20cm^2$. Να υπολογιστεί η μαγνητική ροή που περνά μέσα από την επιφάνεια όταν βρεθεί σε μαγνητικό πεδίο έντασης $B = 2T$ και α) είναι κάθετη στις δυναμικές γραμμές, β) είναι παράλληλη στις δυναμικές γραμμές, γ) σχηματίζει γωνία $\theta = 300$ με τις δυναμικές γραμμές.***

Λύση

α. Όταν η επιφάνεια είναι κάθετη στις δυναμικές γραμμές, η γωνία φ που σχηματίζουν οι δυναμικές γραμμές με την κάθετη στην επιφάνεια είναι $\varphi = 0^\circ$. Άρα, η μαγνητική ροή Φ είναι:

$$\Phi = B \cdot S \cdot \sigma\upsilon\nu\varphi \Rightarrow \Phi = 2 \cdot 20 \cdot 10^{-4} \cdot \sigma\upsilon\nu_0 \text{ Wb} \Rightarrow$$

$$\Phi = 40 \cdot 10^{-4} \cdot 1 \text{ Wb} \Rightarrow \boxed{\Phi = 4 \cdot 10^{-3}\text{Wb}}.$$

β. Όταν η επιφάνεια είναι παράλληλη στις δυναμικές γραμμές, η γωνία φ που σχηματίζουν οι δυναμικές γραμμές με την κάθετη στην επιφάνεια είναι $\varphi = 90^\circ$.

Άρα, η μαγνητική ροή Φ είναι:

$$\Phi = B \cdot S\sigma\upsilon\nu\varphi \Rightarrow \Phi = 2 \cdot 20 \cdot 10^{-4} \cdot \sigma\upsilon\nu 90 \text{ Wb} \Rightarrow$$

$$\Phi = 40 \cdot 10^{-4} \cdot 0 \text{ Wb} \Rightarrow \boxed{\Phi = 0\text{Wb}}.$$

γ. Όταν η επιφάνεια σχηματίζει με τις δυναμικές γραμμές γωνία $\theta = 30^\circ$ τότε η γωνία φ που σχηματίζουν οι δυναμικές γραμμές με την κάθετη στην επιφάνεια είναι $\varphi = 90^\circ - \theta \Rightarrow \varphi = 90^\circ - 30^\circ \Rightarrow \varphi = 60^\circ$.

Άρα, η μαγνητική ροή Φ είναι:

$$\Phi = B \cdot S \Rightarrow \Phi = 2 \cdot 20 \cdot 10^{-4} \sigma\upsilon\nu 60 \text{ Wb} \Rightarrow \Phi = 40 \cdot 10^{-4} \cdot \frac{1}{2} \text{ Wb} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \boxed{\Phi = 2 \cdot 10^{-3} \text{ Wb}}.$$

44. ***Σε πηνίο που έχει $N = 100$σπείρες αυξάνεται η ροή σε κάθε σπείρα κατά 10^{-2}Wb σε χρόνο $\Delta t = 0{,}2s$. Να υπολογιστεί η ηλεκτρεγερτική δύναμη που αναπτύσσεται.***

Λύση

Το μέτρο $E_{\varepsilon\pi}$ της μέσης επαγωγικής ΗΕΔ όταν η μαγνητική ροή που περνά από κάθε σπείρα αυξάνεται κατά $\Delta\Phi = 10^{-2}$ Wb είναι:

$$E_{\varepsilon\pi} = N\frac{\Delta\Phi}{\Delta t} \Rightarrow E_{\varepsilon\pi} = 10^2\frac{10^{-2}}{2\cdot 10^{-1}}\,V \Rightarrow E_{\varepsilon\pi} = \frac{10}{2}\,V \Rightarrow \boxed{E_{\varepsilon\pi} = 5V}.$$

45. ***Ένας κυκλικός αγωγός ακτίνας r = 10cm βρίσκεται κάθετα στις δυναμικές γραμμές ομογενούς μαγνητικού πεδίου έντασης B = 0,1T. Αν σε χρόνο Δt = 0,1s ο κυκλικός αγωγός στραφεί κατά 900 γύρω από κάθετο άξονα που περνά από το κέντρο του να υπολογιστεί η ΗΕΔ από επαγωγή.***

Λύση

Ο κυκλικός αγωγός έχει εμβαδό

$$S = \pi r^2 \Rightarrow S = \pi\cdot(10\cdot 10^{-2})^2\,m^2 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow S = \pi\cdot(10^{-1})^2\,m_2 \Rightarrow \boxed{S = \pi\cdot 10^{-2}m^2}.$$

Όταν το επίπεδο του κυκλικού αγωγού είναι κάθετο στις δυναμικές γραμμές διέρχεται από αυτόν μαγνητική ροή

$$\Phi_{\alpha\rho\chi} = B\cdot S \Rightarrow \Phi_{\alpha\rho\chi} = 10^{-1}\pi\cdot 10^{-2}\,Wb \Rightarrow \Phi_{\alpha\rho\chi} = \pi\cdot 10^{-3}\,Wb.$$

Σ.Σ.

Ο κάθετος άξονας που αναφέρεται στην εκφώνηση γύρω από τον οποίο στρέφεται ο αγωγός κατά 90˚ εννοείται ότι είναι κάθετος στις δυναμικές γραμμές και διέρχεται από το κέντρο του και όχι κάθετος στο επίπεδο του κυκλικού αγωγού.

Μετά τη στροφή κατά 90˚ γύρω από τον άξονα που αναφέρθηκε πιο πάνω, στο επίπεδο του κυκλικού αγωγού γίνεται παράλληλο στις δυναμικές γραμμές.
Άρα η μαγνητική ροή που διέρχεται από τον αγωγό είναι τώρα

$$\boxed{\Phi_{\tau\varepsilon\lambda} = 0Wb}.$$

Οπότε η μέση επαγωγική ΗΕΔ που αναπτύσσεται έχει μέτρο:

$$E_{\varepsilon\pi} = \frac{|\Delta\Phi|}{\Delta t} = \frac{|\Phi_{\tau\varepsilon\lambda} - \Phi_{\alpha\rho\chi}|}{\Delta t} \Rightarrow E_{\varepsilon\pi} = \frac{|0 - \pi\cdot 10^{-3}|}{10^{-1}}\,V \Rightarrow E_{\varepsilon\pi} = \frac{|-\pi\cdot 10^{-3}|}{10^{-1}}\,V \Rightarrow$$

$$\Rightarrow E_{\varepsilon\pi} = \frac{\pi\cdot 10^{-3}}{10^{-1}}\,V \Rightarrow \boxed{E_{\varepsilon\pi} = \pi\cdot 10^{-2}\,V}.$$

46. ***Ένα κυκλικό πλαίσιο ακτίνας r = 20cm αποτελείται από N = 20 σπείρες και είναι κάθετο στις δυναμικές γραμμές μαγνητικού πεδίου έντασης B = 2T. Να υπολογιστεί η ΗΕΔ από επαγωγή που θα αναπτυχθεί στο πλαί-***

σιο όταν σε χρόνο $\Delta t = \pi$ s α) το μέτρο της μαγνητικής επαγωγής τετραπλασιαστεί, β) το μέτρο της μαγνητικής επαγωγής υποτετραπλασιαστεί, γ) η φορά της μαγνητικής επαγωγής αντιστραφεί.

Λύση

Το εμβαδό κάθε σπείρας του κυκλικού πλαισίου είναι

$$S = \pi \cdot r^2 \Rightarrow S = \pi \cdot (2 \cdot 10 \cdot 10^{-2})^2\ m^2 \Rightarrow S = \pi \cdot (2 \cdot 10^{-1})^2\ m^2 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \boxed{S = 4\pi \cdot 10^{-2}\ m^2}.$$

Η μαγνητική ροή που διέρχεται αρχικά από το πλαίσιο είναι

$$\Phi_{αρχ} = N \cdot B \cdot S \Rightarrow \Phi_{αρχ} = 2 \cdot 10 \cdot 2 \cdot 4\pi \cdot 10^{-2}\ Wb \Rightarrow$$

$$\Phi_{αρχ} = 16\pi \cdot 10^{-1}\ Wb \Rightarrow \boxed{\Phi_{αρχ} = 1{,}5\pi\ Wb}.$$

α. **Σ.Σ.** Ως «μαγνητική επαγωγή» στην εκφώνηση εννοείται η ένταση του μαγνητικού πεδίου.

Αν το μέτρο της έντασης του μαγνητικού πεδίου τετραπλασιαστεί, δηλαδή γίνει ίσο με 4Β, η μαγνητική ροή που διέρχεται από το πλαίσιο γίνεται:

$$\Phi_{τελ} = N \cdot 4B \cdot S = 4NB \cdot S \Rightarrow \Phi_{τελ} = 4\Phi_{αρχ} \Rightarrow \Phi_{τελ} = 4 \cdot 1{,}6\pi\ Wb \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \boxed{\Phi_{τελ} = 6{,}4 \cdot \pi\ Wb}.$$

Άρα η μέση επαγωγική ΗΕΔ που αναπτύσσεται στο πλαίσιο έχει μέτρο:

$$E_{επ} = \frac{|\Delta\Phi|}{\Delta t} \Rightarrow E_{επ} = \frac{|\Phi_{τελ} - \Phi_{αρχ}|}{\Delta t} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow E_{επ} = \frac{|6{,}4\pi - 1{,}6\pi|}{\pi}\ V \Rightarrow E_{επ} = \frac{4{,}8}{\pi}\ V \Rightarrow \boxed{E_{επ} = 4{,}8\ V}.$$

β. Αν ο μέτρο της έντασης του μαγνητικού πεδίου υποτετραπλασιαστεί, δηλαδή γίνει ίσο με $\frac{B}{4}$, η μαγνητική ροή που διέρχεται από το πλαίσιο γίνεται:

$$\Phi_{τελ} = N\frac{B}{4}S = \frac{1}{4}NBS \Rightarrow \Phi_{τελ} = \frac{1}{4}\Phi_{αρχ} \Rightarrow \Phi_{τελ} = \frac{1}{4}1{,}6\pi\ Wb \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \boxed{\Phi_{τελ} = 0{,}4\pi\ Wb}.$$

Άρα η μέση επαγωγική ΗΕΔ που αναπτύσσεται στο πλαίσιο έχει μέτρο:

$$E_{\varepsilon\pi} = \frac{|\Delta\Phi|}{\Delta t} \Rightarrow E_{\varepsilon\pi} = \frac{|\Phi_{\tau\varepsilon\lambda} - \Phi_{\alpha\rho\chi}|}{\Delta t} \Rightarrow$$

$$E_{\varepsilon\pi} = \frac{|0{,}4\pi - 1{,}6\pi|}{\pi} V \Rightarrow E_{\varepsilon\pi} = \frac{|-1{,}2\pi|}{\pi} V \Rightarrow E_{\varepsilon\pi} = \frac{1{,}2\pi}{\pi} V \Rightarrow \boxed{\mathbf{E_{\varepsilon\pi} = 1{,}2\ V}}.$$

γ. Αν η φορά της έντασης του μαγνητικού πεδίου αναστραφεί τότε η μαγνητική ροή που διέρχεται από το πλαίσιο γίνεται:

$$\Phi_{\tau\varepsilon\lambda} = -N \cdot B \cdot S \Rightarrow \Phi_{\tau\varepsilon\lambda} = -\Phi_{\alpha\rho\chi} \Rightarrow \boxed{\mathbf{\Phi_{\tau\varepsilon\lambda} = -1{,}6\pi\ Wb}}.$$

Άρα η μέση επαγωγική ΗΕΔ που αναπτύσσεται στο πλαίσιο έχει μέτρο:

$$E_{\varepsilon\pi} = \frac{|\Delta\Phi|}{\Delta t} \Rightarrow E_{\varepsilon\pi} = \frac{|\Phi_{\tau\varepsilon\lambda} - \Phi_{\alpha\rho\chi}|}{\Delta t} \Rightarrow E_{\varepsilon\pi} = \frac{|-1{,}6\pi - 1{,}6\pi|}{\pi} V \Rightarrow$$

$$\Rightarrow E_{\varepsilon\pi} = \frac{|-3{,}2\pi|}{\pi} \Rightarrow E_{\varepsilon\pi} = \frac{3{,}2\pi}{\pi} V \Rightarrow \boxed{\mathbf{E_{\varepsilon\pi} = 3{,}2V}}.$$

47. ***Ένα πηνίο έχει $N = 100$σπείρες και το εμβαδόν κάθε σπείρας είναι $S = 100cm^2$. Το πηνίο βρίσκεται με τον άξονα του παράλληλο σε ομογενές μαγνητικό πεδίο έντασης $B = 2T$ και έχει αντίσταση $R_1 = 0{,}9\Omega$ ανά σπείρα. Αν συνδέσουμε τις άκρες του πηνίου με αμπερόμετρο αντίστασης $R_2 = 10\Omega$, να βρεθεί η ένδειξή του όταν σε χρόνο $\Delta t = 1s$ η ένταση του μαγνητικού πεδίου α) διπλασιάζεται, β) μηδενίζεται.***

Λύση

Η αντίσταση R ολόκληρου του πηνίου είναι

$$R = N \cdot R_1 \Rightarrow R = 100 \cdot 0{,}9\Omega \Rightarrow R = 90\Omega.$$

Η μαγνητική ροή που διέρχεται αρχικά από το πηνίο είναι:

$$\Phi_{\alpha\rho\chi} = N \cdot B \cdot S \Rightarrow \Phi_{\alpha\rho\chi} = 10^2 \cdot 2 \cdot 10^2 \cdot 10^{-4}\ Wb \Rightarrow \boxed{\mathbf{\Phi_{\alpha\rho\chi} = 2Wb}}.$$

α. Όταν η ένταση του μαγνητικού πεδίου διπλασιάζεται, δηλαδή το μέτρο της γίνεται 2B, η μαγνητική ροή που διέρχεται από το πηνίο γίνεται:

$$\Phi_{\tau\varepsilon\lambda} = N \cdot 2B \cdot S \Rightarrow \Phi_{\tau\varepsilon\lambda} = 2NBS \Rightarrow \Phi_{\tau\varepsilon\lambda} = 2\Phi_{\alpha\rho\chi} \Rightarrow \boxed{\mathbf{\Phi_{\tau\varepsilon\lambda} = 4Wb}}.$$

Η μέση επαγωγική ΗΕΔ που αναπτύσσεται στο πηνίο έχει μέτρο:

$$E_{επ} = \frac{|\Delta\Phi|}{\Delta t} \Rightarrow E_{επ} = \frac{|\Phi_{τελ} - \Phi_{αρχ}|}{\Delta t} \Rightarrow E_{επ} = \frac{|4-2|}{1} V \Rightarrow \boxed{\mathbf{E_{επ} = 2V}}.$$

Επειδή μέσω του αμπερομέτρου δημιουργείται κλειστό κύκλωμα, αυτό θα διαρρέεται από επαγωγικό ρεύμα έντασης Ιεπ, που είναι και η ένδειξη του αμπερομέτρου.

Έχουμε: $I_{επ} = \frac{E_{επ}}{R_{ολ}} \Rightarrow I_{επ} = \frac{E_{επ}}{R + R_2} \Rightarrow I_{επ} = \frac{2}{90 + 10} A \Rightarrow I_{επ} = \frac{2}{100} A \Rightarrow$

$$\Rightarrow \boxed{\mathbf{I_{επ} = 0{,}02A}}.$$

Σ.Σ.

Για να δείχνει το αμπερόμετρο μία και μόνο ένδειξη πρέπει η μαγνητική ροή να μεταβάλλεται με σταθερό ρυθμό ώστε η μέση τιμή της έντασης του ρεύματος που υπολογίσαμε (Ιεπ = 0,02 A) να ισούται με τη στιγμιαία τιμή. Αυτό δεν αναφέρεται στην εκφώνηση οπότε μάλλον εννοείται. Καλό θα ήταν να γινόταν διευκρίνηση. Το ίδιο ισχύει και για το ερώτημα β).

β. Όταν η ένταση του μαγνητικού πεδίου μηδενίζεται, η μαγνητική ροή που διέρχεται από το πηνίο γίνεται $\boxed{\mathbf{\Phi_{τελ} = 0Wb}}$.

Η μέση επαγωγική ΗΕΔ που αναπτύσσεται στο πηνίο έχει μέτρο:

$$E_{επ} = \frac{|\Delta\Phi|}{\Delta t} \Rightarrow E_{επ} = \frac{|\Phi_{τελ} - \Phi_{αρχ}|}{\Delta t} \Rightarrow E_{επ} = \frac{|0-2|}{1} V \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \boxed{\mathbf{E_{επ} = 2V}}.$$

Οπότε για την ένταση του επαγωγικού ρεύματος έχουμε:

$$I_{επ} = \frac{E_{επ}}{R_{ολ}} \Rightarrow I_{επ} = \frac{E_{επ}}{R + R_2} \Rightarrow I_{επ} = \frac{2}{100} A \Rightarrow \boxed{\mathbf{I_{επ} = 0{,}02\ A}}.$$

48. ***Ένα σωληνοειδές διαρρέεται από Ι = 2Α έχει n = 5 σπείρες/cm, αντίσταση $R_{ολ}$ = 40Ω και το εμβαδόν κάθε σπείρας είναι S = 20cm². Να υπολογιστούν η ΗΕΔ από επαγωγή και το φορτίο που θα αναπτυχθεί αν: α) διακόψουμε το ρεύμα σε χρόνο Δt = 0,01s, β) βάλουμε μέσα στο σωληνοειδές σιδηρομαγνητικό υλικό που έχει μαγνητική διαπερατότητα μ = 2001 σε χρόνο Δt = 1s. Δίνεται ℓ = 1m.***

Λύση

Αν Ν ο αριθμός των σπειρών του σωληνοειδούς έχουμε:

$$\frac{N}{l} = n \Rightarrow N = nl \Rightarrow \Rightarrow N = \frac{5\ \text{σπείρες}}{\text{cm}} \cdot 1\text{m} \Rightarrow N = \frac{5\ \text{σπείρες}}{\text{cm}} \cdot 100\ \text{cm} \Rightarrow$$

$$N = 500\ \text{σπείρες} \Rightarrow \boxed{\mathbf{N = 5 \cdot 10^2\ σπείρες}}.$$

Το μέτρο B της έντασης του ομογενούς μαγνητικού πεδίου στο εσωτερικό του σωληνοειδούς είναι:

$$B = K_\mu 4\pi \frac{N}{\ell} \cdot I \Rightarrow B = 10^{-7} \cdot 4\pi \frac{5 \cdot 10^2}{1} 2\ T \Rightarrow \boxed{\mathbf{B = 4\pi \cdot 10^{-4}\ T}}.$$

Η μαγνητική ροή που διέρχεται αρχικά από το σωληνοειδές είναι:

$$\Phi_{αρχ} = N \cdot B \cdot S \Rightarrow \Phi_{αρχ} = 5 \cdot 10^2 \cdot 4\pi \cdot 10^{-4} \cdot 2 \cdot 10 \cdot 10^{-4}\ Wb \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \boxed{\mathbf{\Phi_{αρχ} = 4\pi \cdot 10^{-4}\ Wb}}.$$

α. Αν η ένταση του ρεύματος μηδενιστεί τότε η ένταση του μαγνητικού πεδίου στο εσωτερικό του σωληνοειδούς θα μηδενιστεί, οπότε η μαγνητική ροή γίνεται: $\Phi_{τελ} = 0$ Wb. Η μέση επαγωγική ΗΕΔ έχει μέτρο:

$$E_{επ} = \frac{|\Delta\Phi|}{\Delta t} \Rightarrow E_{επ} = \frac{|\Phi_{τελ} - \Phi_{αρχ}|}{\Delta t} \Rightarrow E_{επ} = \frac{|0 - 4\pi \cdot 10^{-4}|}{10^{-2}}\ V \Rightarrow$$

$$\Rightarrow E_{επ} = \frac{4\pi \cdot 10^{-4}}{10^{-2}}\ V \Rightarrow \boxed{\mathbf{E_{επ} = 4\pi \cdot 10^{-2}\ V}}.$$

Το επαγωγικό φορτίο που αναπτύσσεται είναι:

$$Q = \frac{|\Delta\Phi|}{R_{ολ}} = \frac{|\Phi_{τελ} - \Phi_{αρχ}|}{R_{ολ}} \Rightarrow Q = \frac{|0 - 4\pi \cdot 10^{-4}|}{4 \cdot 10}\ C \Rightarrow$$

$$\Rightarrow Q = \frac{4\pi \cdot 10^{-4}}{4 \cdot 10}\ C \Rightarrow \boxed{\mathbf{Q = 4\pi \cdot 10^{-5}\ C}}.$$

β. Αν εισάγουμε το σιδηρομαγνητικό υλικό το μέτρο της έντασης του μαγνητικού πεδίου θα γίνει:

$$B_1 = \mu B \Rightarrow \boxed{\mathbf{B_1 = 2001 \cdot 4\pi \cdot 10^{-4}\ T}} \Rightarrow B_1 = 8004\pi \cdot 10^{-4}\ T,$$

οπότε η μαγνητική ροή γίνεται:

$$\Phi_{τελ} = N \cdot B_1 \cdot S \Rightarrow \Phi_{τελ} = 5 \cdot 10^2 \cdot 8004 \cdot \pi \cdot 10^{-4} \cdot 2 \cdot 10 \cdot 10^{-4}\ Wb \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \boxed{\mathbf{\Phi_{τελ} = 8004 \cdot \pi 10^{-4}\ Wb}}.$$

Η μέση επαγωγική ΗΕΔ έχει μέτρο:

$$E_{επ} \ \frac{|ΔΦ|}{Δt} \Rightarrow E_{επ} = \frac{|Φ_{τελ} - Φ_{αρχ}|}{Δt} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow E_{επ} = \frac{|8004 \cdot π \cdot 10^{-4} - 4π \cdot 10^{-4}|}{1} V = \frac{8000π \cdot 10^{-4}}{1} V \Rightarrow$$

$$\Rightarrow E_{επ} = 8000 \cdot π \cdot 10^{-4} V = 0{,}8π \text{ V.}$$

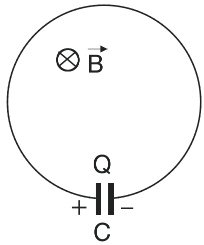
Το επαγωγικό φορτίο που αναπτύσσεται είναι

$$Q = \frac{|ΔΦ|}{R_{ολ}} = \frac{|Φ_{τελ} - Φ_{αρχ}|}{R_{ολ}} \Rightarrow Q = \frac{|8004 \cdot π \cdot 10^{-4} - 4π \cdot 10^{-4}|}{4 \cdot 10} C \Rightarrow$$

$$\Rightarrow Q = \frac{8000π \cdot 10^{-4}}{4 \cdot 10} C = 2 \cdot 10^2 π \cdot 10^{-4} C \Rightarrow \boxed{Q = 2π \cdot 10^{-2} C}.$$

49. ***Ένας συρμάτινος δακτύλιος έχει ακτίνα $r = 10\sqrt{π}$ cm κόβεται σε κάποιο σημείο και συνδέεται πυκνωτής χωρητικότητα $C = 2μF$. Ο δακτύλιος τοποθετείται κάθετα στις δυναμικές γραμμές μαγνητικού πεδίου η ένταση του οποίου μεταβάλλεται με ρυθμό $ΔB/Δt = 2T/s$. Να υπολογιστούν α) το φορτίο του πυκνωτή, β) η ενέργεια που αποθηκεύεται σ'αυτόν. ($π^2 \cong 10$).***

Λύση



Το εμβαδό του δακτυλίου είναι:

$S = πr^2 \Rightarrow S = π \cdot (10\sqrt{π} \cdot 10^{-2})^2 \text{ m}^2 \Rightarrow$

$S = π \cdot 10^2 \cdot π \cdot 10^{-4} \text{ m}^2 \Rightarrow$

$S = π^2 \cdot 10^{-2} \text{ m}^2 \Rightarrow S = 10 \cdot 10^{-2} \text{ m}^2 \Rightarrow$

$\Rightarrow \boxed{S = 10^{-2} \text{ m}^2}.$

Το μέτρο της επαγωγικής ΗΕΔ που αναπτύσσεται στο δακτύλιο είναι:

$$E_{επ} = \left|\frac{ΔΦ}{Δt}\right| = \left|\frac{Δ(B \cdot S)}{Δt}\right| = \left|\frac{SΔB}{Δt}\right| = S\frac{ΔB}{Δt} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow E_{επ} = 10^{-1} \cdot 2V \Rightarrow \boxed{E_{επ} = 0{,}2V}.$$

Η επαγωγική αυτή ΗΕΔ $E_{επ}$ είναι ίση με την τάση Vc στα άκρα του πυκνωτή. Δηλαδή, $V_c = E_{επ} = 0{,}2V$.

α. Το φορτίο Q του πυκνωτή είναι:

$$Q = C \cdot V_c \Rightarrow Q = 2 \cdot 10^{-6} \cdot 0{,}2C \Rightarrow Q = 0{,}4 \cdot 10^{-6} C.$$

β. Η ενέργεια U που αποθηκεύτηκε στον πυκνωτή είναι:

$$U = \frac{1}{2} Q \cdot V_c \Rightarrow U = \frac{1}{2} \cdot 0{,}4 \cdot 10^{-6} \cdot 0{,}2 \text{ J} \Rightarrow U = 0{,}04 \cdot 10^{-6} \text{ J} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \boxed{U = 4 \cdot 10^{-8} \text{ J}}.$$

50. ***Ένα κυκλικό πλαίσιο έχει N = 20 σπείρες, το εμβαδόν κάθε σπείρας είναι S = 0,2m², το πλαίσιο είναι κάθετο στις δυναμικές γραμμές ομογενούς μαγνητικού πεδίου και κάθε σπείρα έχει αντίσταση R = 2Ω. Όταν στις άκρες του πλαισίου ..***

Λύση

Η αντίσταση όλου του πλαισίου είναι:

$$R_\pi = N \cdot R \Rightarrow R_\pi = 20 \cdot 2\Omega \Rightarrow \boxed{R_\pi = 40\Omega}.$$

Η μαγνητική ροή που διέρχεται αρχικά από το πλαίσιο είναι:

$$\boxed{\Phi_{αρχ} = N \cdot B \cdot S} \quad (1),$$

όπου B το μέτρο της έντασης του ομογενούς μαγνητικού πεδίου. Όταν το πλαίσιο βρεθεί έξω από το μαγνητικό πεδίο, η μαγνητική ροή γίνεται:

$$\boxed{\Phi_{τελ} = 0} \quad (2).$$

Το επαγωγικό ηλεκτρικό φορτίο είναι:

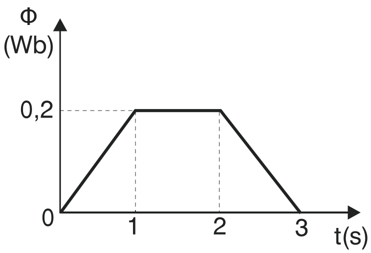
$$q = \frac{|\Delta\Phi|}{R_{ολ}} \Rightarrow q = \frac{|\Phi_{τελ} - \Phi_{αρχ}|}{R_\pi + R_1} \Rightarrow q = \frac{|0 - N \cdot B \cdot S|}{R_\pi + R_1} \Rightarrow$$

$$q = \frac{|-NBS|}{R_\pi + R_1} \Rightarrow q = \frac{N \cdot B \cdot S}{R_\pi + R_1} \Rightarrow N \cdot B \cdot S = q(R_\pi + R_1) \Rightarrow$$

$$B = \frac{q(R_\pi + R_1)}{N \cdot S} \Rightarrow B = \frac{5/3 \cdot 10^{-3}\,(40+10)}{20 \cdot 0{,}2} \text{ T} \Rightarrow B = \frac{5/3 \cdot 10^{-3} \cdot 50}{4} \text{ T} \Rightarrow$$

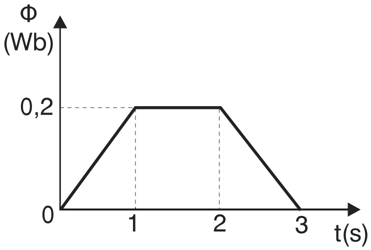
$$B = \frac{250 \cdot 10^{-3}}{12} \text{ t} \Rightarrow \Rightarrow \boxed{B = \frac{125}{6} \cdot 10^{-3} \text{ T}}.$$

51. ***Ένα τετράγωνο πλαίσιο έχει αντίσταση R = 10 Ω και βρίσκεται κάθετα στις δυναμικές γραμμές ομογενούς μαγνητικού πεδίου η ροή του οποίου μεταβάλλεται με το χρόνο όπως φαίνεται στην εικόνα. Να γίνει το διάγραμμα α) της ΗΕΔ με το χρόνο και β) του επαγωγικού ρεύματος με το χρόνο.***



Λύση

- Από 0s – 1s η μαγνητική ροή Φ σε συνάρτηση με το χρόνο t είναι της μορφής **Φ = αt** (1), όπου α = σταθερό > 0. Γνωρίζουμε ότι ο ρυθμός μεταβολής dΦ/dt ισούται με το συντελεστή διεύθυνσης α.



Δηλαδή: $\boxed{\frac{d\Phi}{dt} = \alpha}$.

Από τη γραφική παράσταση έχουμε ότι:

για t = 1s είναι Φ = 0,2Wb $\Rightarrow$ α · 1s = 0,2Wb $\Rightarrow$ $\boxed{\alpha = 0{,}2\ \frac{Wb}{s}}$.

Άρα από (1) $\Rightarrow$ $\boxed{\Phi = 0{,}2 \cdot t}$ (S.I.)

α. Για την επαγωγική ΗΕΔ έχουμε: $E_{επ} = -\frac{d\Phi}{dt} \Rightarrow \boxed{E_{επ} = -0{,}2V = σταθ}$.

β. Για την ένταση του επαγωγικού ρεύματος έχουμε:

$$I_{επ} = \frac{E_{επ}}{R} \Rightarrow I_{επ} = \frac{-0{,}2}{10}\,A \Rightarrow \boxed{I_{επ} = -0{,}02A = σταθ}.$$

- **Από 1s – 2s** η μαγνητική ροή Φ είναι Φ = 0,2Wb = σταθ.

Άρα $\frac{d\Phi}{dt} = 0$ αφού Φ = σταθερό.

α. Για την επαγωγική ΗΕΔ έχουμε: $E_{επ} = -\frac{d\Phi}{dt} \Rightarrow \boxed{E_{επ} = 0V}$.

β. Για την ένταση του επαγωγικού ρεύματος έχουμε:

$$I_{επ} = \frac{E_{επ}}{R} \Rightarrow I_{επ} = \frac{0}{10}\,A \Rightarrow \Rightarrow \boxed{I_{επ} = 0A}.$$

- **Από 2s – 3s** η μαγνητική ροή Φ σε συνάρτηση με το χρόνο t είναι της μορφής $\Phi = \kappa t + \lambda$ (2) όπου κ,λ = σταθερό με $\kappa < 0$.

  Ο ρυθμός μεταβολής $\frac{d\Phi}{dt}$ ισούται με το συντελεστή διεύθυνσης κ.

  Δηλαδή, $\boxed{\frac{d\Phi}{dt} = \kappa}$.

  Από τη γραφική παράσταση έχουμε ότι:

  για t = 2s είναι $\Phi = 0{,}2\text{Wb} \Rightarrow 0{,}2\text{Wb} = \kappa \cdot 2\text{ s} + \lambda$ (3)

  για t = 3s είναι $\Phi = 0\text{Wb} \Rightarrow 0\text{Wb} = \kappa \cdot 3\text{ s} + \lambda$ (4).

  Αφαιρώντας κατά μέλη τις (3) και (4) έχουμε:

$$(3) - (4) \Rightarrow 0{,}2\text{Wb} - 0\text{Wb} = \kappa \cdot 2\text{ s} + \lambda - \kappa \cdot 3\text{ s} - \lambda \Rightarrow$$

$$0{,}2\text{Wb} = -\kappa \cdot 1\text{s} \Rightarrow \boxed{\kappa = -0{,}2\,\frac{\text{Wb}}{\text{s}}} \text{ από (4)} \Rightarrow \lambda = -\kappa \cdot 35 \Rightarrow$$

$$\lambda = -\left(0{,}2\,\frac{\text{Wb}}{\text{s}}\right) \cdot 3\text{ s} \Rightarrow \boxed{\lambda = 0{,}6\text{Wb}}.$$

Άρα, από (2) $\Rightarrow \boxed{\Phi = -0{,}2\,t + 0{,}6t}$ (SI).

α. Για την επαγωγική ΗΕΔ έχουμε:

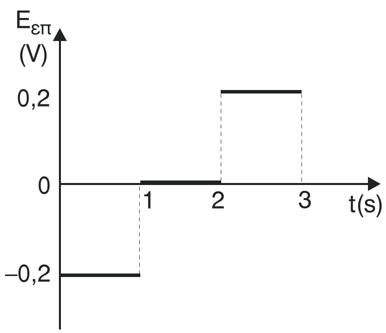
$$E_{\varepsilon\pi} = -\frac{d\Phi}{dt} \Rightarrow E_{\varepsilon\pi} = -(-0{,}2)\text{V} \Rightarrow \boxed{E_{\varepsilon\pi} = 0{,}2\text{V} = \text{σταθ.}}$$

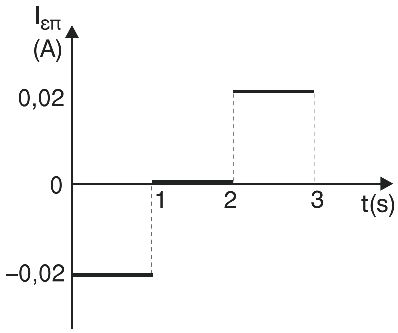
β. Για την ένταση του επαγωγικού ρεύματος έχουμε:

$$I_{\varepsilon\pi} = \frac{E_{\varepsilon\pi}}{R} \Rightarrow \boxed{I_{\varepsilon\pi} = \frac{0{,}2}{10}\text{A} \Rightarrow I_{\varepsilon\pi} = 0{,}02\text{A} = \text{σταθ}}.$$

Έτσι προκύπτουν οι παρακάτω γραφικές παραστάσεις

$$E_{\varepsilon\pi} = f(t) \text{ και } I_{\varepsilon\pi} = f(t).$$





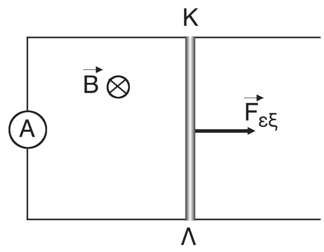
52. ***Μία μεταλλική ράβδος μήκους ℓ = 2 m κινείται κάθετα στις δυναμικές γραμμές ομογενούς μαγνητικού πεδίου έντασης B = 0,2 T με σταθερή ταχύτητα υ = 10 m/s. Να υπολογιστεί η ΗΕΔ επαγωγής που δημιουργείται στις άκρες της ράβδου.***

Λύση

Το μέτρο της επαγωγικής ΗΕΔ είναι

$$E_{επ} = B\upsilon\ell \Rightarrow E_{επ} = 0{,}2 \cdot 10 \cdot 2V \Rightarrow \boxed{E_{επ} = 4V}.$$

53. ***Ευθύγραμμος αγωγός μήκους ΚΛ = 0,5 m μπορεί να ολισθαίνει χωρίς τριβές πάνω σε δύο οριζόντιες χωρίς αντίσταση ράγες οι άκρες των οποίων έχουν συνδεθεί με απερόμετρο αντίστασης R_1 = 2Ω. Το σύστημα, βρίσκεται μέσα σε κατακόρυφο ομογενές μαγνητικόπεδίο έντασης B = 0,8T. Ο αγωγός ΚΛ έχει αντίσταση R_2 = 8 Ω και κινείται με την επίδραση εξωτερικής δύναμης με σταθερή ταχύτητα υ = 5 m/s. Να υπολογιστούν α) η ένδειξη του αμπερομέτρου, β) η ισχύς που καταναλώνεται στις αντιστάσεις, γ) η εξωτερική δύναμη που κινεί τον αγωγό, δ) τη διαφορά δυναμικού ΚΛ.***



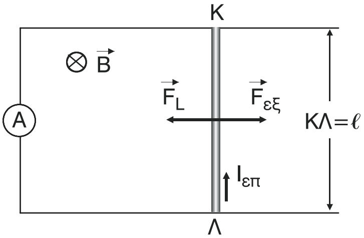
Λύση

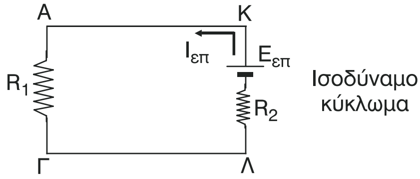
α. Στη ράβδο αναπτύσσεται επαγωγική ΗΕΔ μέτρου

$$E_{επ} = B\upsilon\ell \overset{S.I.}{\Rightarrow} E_{επ} = 0{,}8 \cdot 0{,}5V \Rightarrow$$

$$E_{επ} = 2V.$$

Η πολικότητα της υποθετικής πηγής που δημιουργείται φαίνεται στο ισοδύναμο κύκλωμα στο διπλανό σχήμα. Από το ισοδύναμο κύκλωμα για την ένταση Ιεπ του επαγωγικού ρεύματος, από το νόμο του Ohm για κλειστό κύκλωμα, έχουμε:





$$I_{επ} = \frac{E_{επ}}{R_{ολ}} \Rightarrow I_{επ} = \frac{E_{επ}}{R_1 + R_2} \overset{S.I.}{\Rightarrow}$$

$$I_{επ} = \frac{2}{2+8}\,A \Rightarrow I_{επ} = \frac{2}{10}\,A \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \boxed{I_{επ} = 0{,}2A}.$$

Αυτή είναι και η ένδειξη του αμπερομέτρου.

β. Η ισχύς που καταναλώνεται στην αντίσταση R_1 είναι:

$$P_{R_1} = I_{επ}^2 \cdot R_1 \overset{S.I.}{\Rightarrow} P_{R_1} = 0{,}2^2 \cdot 2\,W \Rightarrow P_{R_1} = 0{,}04 \cdot 2\,W \Rightarrow \boxed{P_{R_1} = 0{,}08\,W}$$

και στην αντίσταση R_2 είναι:

$$P_{R_2} = I_{επ}^2 \cdot R_2 \overset{S.I.}{\Rightarrow} P_{R_2} = 0{,}2^2 \cdot 8\,W \Rightarrow P_{R_2} = 0{,}04 \cdot 8\,W \Rightarrow \boxed{P_{R_2} = 0{,}32\,W}.$$

γ. Στον αγωγό ΚΛ εκτός από την εξωτερική δύναμη $\vec{F}_{εξ}$ ασκείται και η δύναμη Laplace $\vec{F}_L$ από το πεδίο, το μέτρο της οποίας είναι:

$$F_L = BI_{επ} \cdot \ell \overset{S.I.}{\Rightarrow} F_L = 0{,}8 \cdot 0{,}2 \cdot 0{,}5\,N \Rightarrow \boxed{F_L = 0{,}08N}.$$

Από τον κανόνα των τριών δακτύλων προκύπτει ότι $\vec{F}_L \uparrow\downarrow \vec{F}_{εξ}$, όπως φαίνεται και στο σχήμα.

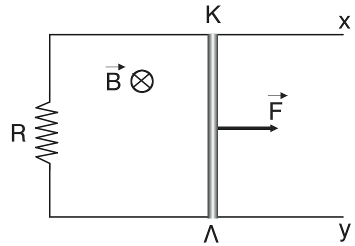
Όμως, αφού $\vec{υ}$ = σταθερό η συνισταμένη ΣF θα είναι ίση με μηδέν.

Άρα $ΣF = 0 \Rightarrow F_{εξ} - F_L = 0 \Rightarrow F_{εξ} = F_L \Rightarrow \boxed{F_{εξ} = 0{,}08N}$.

δ. Η διαφορά δυναμικού $V_{ΚΛ}$ είναι ίση με $V_{ΑΓ}$, δηλαδή:

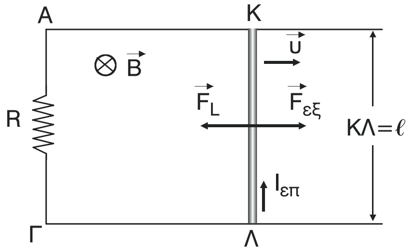
$$V_{ΚΛ} = V_{ΑΓ} \Rightarrow V_{ΚΛ} = I_{επ} \cdot R_1 \overset{S.I.}{\Rightarrow} V_{ΚΛ} = 0{,}2 \cdot 2V \Rightarrow \boxed{V_{ΚΛ} = 0{,}4V}.$$

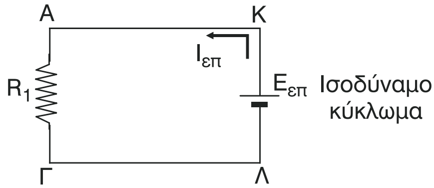
54. ***Δύο οριζόντες χωρίς αντίσταση ράγες είναι παράλληλες μεταξύ τους και οι άκρες τους συνδέονται με αντίσταση R = 2 Ω. Μία ράβδος μπορεί να ολισθαίνει χωρίς τριβές πάνω στις δύο ράγες. Στη ράβδο αρχίζει να ασκείται σταθερή δύναμη F = 0,4 N με φορά προς τα δεξιά. Αν το σύστημα βρίσκεται μέσα σε ομογενές μαγνητικό πεδίο έντασης B = 0,2 T να υπολογιστεί η οριακή ταχύτητα που θα αποκτήσει τελικά η ράβδος. Η ράβδος δεν έχει αντίσταση, εφάπτεται συνεχώς στις ράγες και έχει μήκος ℓ = 1 m.***



Λύση

Η ράβδος ΚΛ αρχίζει να κινείται υπό την επίδραση της $\vec{F}$ και κάποια στιγμή έχει ταχύτητα έστω υ ομόρροπη της $\vec{F}$. Στη ράβδο αρχίζει να αναπτύσσεται επαγωγική ΗΕΔ $E_{επ} = BU\ell$ (1). Αφού υπάρχει κλειστό κύκλωμα θα εμφανιστεί επαγωγικό ρεύμα έντασης $I_{επ} = \dfrac{E_{επ}}{R_{ολ}} \Rightarrow I_{επ} = \dfrac{E_{επ}}{R} \Rightarrow I_{επ} = \dfrac{BU\ell}{R}$ (2).





Επειδή η ράβδος ΚΛ διαρρέεται από ρεύμα θα ασκείται πάνω της δύναμη Laplace $\vec{F}_L$ από το πεδίο, μέτρου

$$F_L = BI_{επ} \cdot \ell \Rightarrow F_L = B\,\frac{Bu\ell}{R}\,\ell \Rightarrow F_L = \frac{B^2u\ell^2}{R} \text{ (3), με } \vec{F}_L \uparrow\downarrow \vec{F}.$$

Έτσι η συνισταμένη $\Sigma\vec{F}$ έχει αλγεβρική τιμή $\Sigma F = F - F_L \Rightarrow \Sigma F = F - \dfrac{B^2u\ell^2}{R}$ (4), με $\Sigma\vec{F} \uparrow\uparrow \vec{u}$.

Καθώς η ταχύτητα υ αυξάνεται, από την (4) προκύπτει ότι η ΣF μειώνεται αλλά εξακολουθεί να είναι ΣF > 0 που σημαίνει ότι η ΣF είναι ομόρροπη της υ ($\Sigma\vec{F} \uparrow\uparrow \vec{u}$). Κάποια στιγμή, αφού υ αυξάνεται, θα γίνει ΣF = 0. Στη συνέχεια εξετάζοντας αν η ταχύτητα αυξάνεται ή μειώνεται διαπιστώνουμε ότι:

- για να αυξηθεί η ταχύτητα υ πρέπει να γίνει $\Sigma\vec{F} \uparrow\uparrow \vec{u}$, δηλαδή να γίνει ΣF > 0. Οπότε από την (4) προκύπτει ότι πρέπει να μειωθεί η ταχύτητα υ. Συμπέρασμα: Για να αυξηθεί η ταχύτητα υ πρέπει να μειωθεί η ταχύτητα υ, κάτι που είναι αδύνατο να συμβεί.

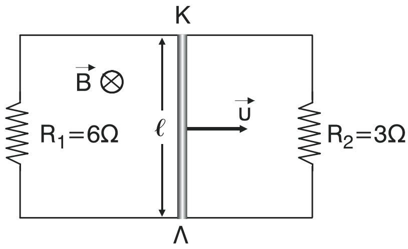
- για να μειωθεί η ταχύτητα υ πρέπει να γίνει $\vec{\Sigma F}\uparrow\uparrow\vec{\upsilon}$, δηλαδή να γίνει $\Sigma F < 0$. Οπότε από την (4) προκύπτει ότι πρέπει να αυξηθεί η ταχύτητα υ. Συμπέρασμα: Για να μειωθεί η ταχύτητα υ πρέπει να αυξηθεί η ταχύτητα υ, κάτι που είναι αδύνατο να συμβεί. Άρα από τη στιγμή που θα γίνει $\Sigma F = 0$ και μετά η ράβδος ΚΛ θα κινείται με σταθερή (οριακή) ταχύτητα, έστω $\upsilon_{o\rho}$.

Δηλαδή: $\upsilon = \upsilon_{o\rho}$ όταν

$$\Sigma F = 0 \Rightarrow F - \frac{B^2\ell^2}{R}\upsilon_{o\rho} = 0 \Rightarrow F = \frac{B^2\ell^2}{R}\upsilon_{o\rho} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \upsilon_{o\rho} = \frac{80}{4}\frac{m}{s} \Rightarrow \boxed{\upsilon_{o\rho} = 20\ \frac{m}{s}}.$$

55. ***Στην εικόνα δίνονται $R_{K\Lambda} = 2\ \Omega$, $B = 0{,}2\ T$ και $\ell = 1\ m$. Να υπολογιστούν οι εντάσεις που διαρρέουν τις αντιστάσεις R_1, R_2, $R_{K\Lambda}$ και η διαφορά δυναμικού $V_{K\Lambda}$ όταν η ράβδος κινείται με σταθερή ταχύτητα $\upsilon = 10\ m/s$.***

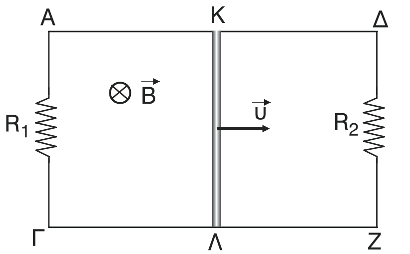


Λύση

Στη ράβδο ΚΛ αναπτύσσεται επαγωγική ΗΕΔ

$$E_{\varepsilon\pi} = B\upsilon\ell \Rightarrow E_{\varepsilon\pi} = 0{,}2 \cdot 10 \cdot 1\ V \Rightarrow$$

$$\boxed{E_{\varepsilon\pi} = 2V}.$$

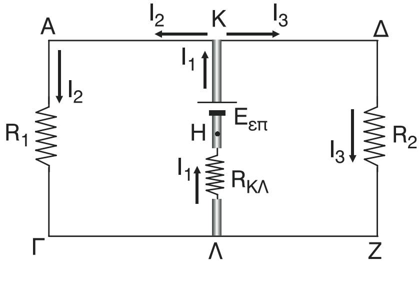


Η πολιτικότητά της φαίνεται στο διπλανό ισοδύναμο κύκλωμα.

Επίσης έχουμε:

$$V_{A\Gamma} = V_{BZ} \Rightarrow I_2 \cdot R_1 = I_3 \cdot R_2 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 6I_2 = 3I_3 \Rightarrow \boxed{I_3 = 2I_2}\ (1).$$



Ακόμη:

$$V_{KA} + V_{A\Gamma} + V_{\Gamma\Lambda} + V_{\Lambda H} + V_{HK} = V_{KK} \Rightarrow$$

$$0 + I_2R_1 + 0 + I_1R_{K\Lambda} + (-E_{\varepsilon\pi}) = 0 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow I_2R_1 + I_1R_{ΚΛ} = E_{επ} \Rightarrow 6I_2 + 2I_1 = 2 \Rightarrow 3I_2 + I_1 = 1 \Rightarrow \boxed{I_1 = 1 - 3I_2} \quad (2).$$

Τέλος, από τον 1ο κανόνα του Kirchhoff στον κόμβο και έχουμε:

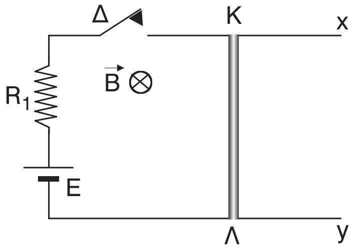
$$I_1 = I_2 + I_3 \Rightarrow 1 - 3I_2 = I_2 + 2I_2 \Rightarrow 1 = 3I_2 + 3I_2 \Rightarrow 6I_2 = 1 \Rightarrow \boxed{I_2 = \frac{1}{6}\,A}.$$

$$\text{Από (1)} \Rightarrow I_3 = 2\frac{1}{6}\,A \Rightarrow \boxed{I_3 = \frac{1}{3}\,A}.$$

$$\text{Από (2)} \Rightarrow I_1 = \left(1 - 3\,\frac{1}{6}\right)A \Rightarrow I_1 = \left(1 - \frac{1}{2}\right)A \Rightarrow \boxed{I_1 = \frac{1}{2}\,A}.$$

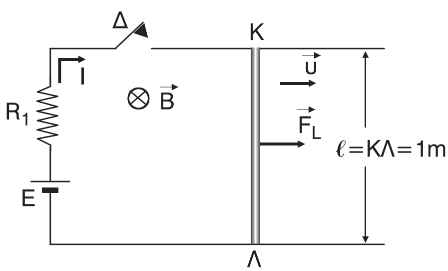
Τέλος, έχουμε: $V_{ΚΛ} = V_{ΑΓ} \Rightarrow V_{ΚΛ} = I_2R_1 \Rightarrow V_{ΚΛ} = \frac{1}{6}\,6\ V \Rightarrow \boxed{V_{ΚΛ} = 1V}$.

56. ***Στην εικόνα τη χρονική στιγμή t = 0 κλείνουμε το διακόπτη. Η ράβδος ΚΛ μπορεί να κινείται χωρίς τριβές πάνω στους οριζόντιους αγωγούς. Να υπολογιστεί η οριακή ταχύτητα της ράβδου ΚΛ. Δίνονται Β=0,4 Τ, Ε = 10 V, ΚΛ = 1 m. Οι παράλληλοι οριζόντιοι αγωγοί έχουν μεγάλο μήκος και δεν παρουσιάζουν αντίσταση.***



Λύση

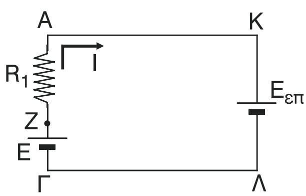
Κλείνοντας το διακόπτη Δ, λόγω της πηγής Ε, η ράβδος ΚΛ θα διαρρέεται από ρεύμα με αποτέλεσμα να ασκηθεί πάνω της δύναμη Laplace F_L, όπως φαίνεται στο σχήμα.



Έτσι θα αρχίσει να κινείται και κάποια στιγμή η ταχύτητά του θα είναι, έστω, υ. Στη ράβδο θα αναπτυχθεί επαγωγική ΗΕΔ

$$\boxed{E_{επ} = Bυ\ell} \quad (1).$$

Η πολικότητά της φαίνεται στο σχήμα.



Στο ισοδύναμο κύκλωμα έχουμε:

$$V_{AK} + V_{K\Lambda} + V_{\Gamma\Lambda} + V_{\Gamma Z} + V_{ZA} = V_{AA} \Rightarrow 0 + E_{\varepsilon\pi} + 0 - E + IR_1 = 0 \Rightarrow$$

$$IR_1 = E - E_{\varepsilon\pi} \Rightarrow \boxed{I = \frac{E - B\upsilon\ell}{R}} \quad (2),$$

όπου I η ένταση του ρεύματος που διαρρέει το κύκλωμα εξαιτίας και των δύο πηγών. Το μέτρο της δύναμης Laplace είναι:

$$F_L = BI\ell \Rightarrow F_L = B \cdot \left(\frac{E - B\upsilon\ell}{R}\right)\ell \Rightarrow F_L = \frac{BE\ell - B^2\upsilon\ell^2}{R} \Rightarrow$$

$$\boxed{F_L = -\frac{B^2\ell^2}{R}\upsilon + \frac{BE\ell}{R}} \quad (3)$$

Η συνισταμένη ΣF των δυνάμεων είναι $\Sigma F = F_L$. Άρα:

$$\Sigma F = F_L \Rightarrow \boxed{\Sigma F = -\frac{B^2\ell^2}{R} \cdot \upsilon + \frac{BE\ell}{R}} \quad (4).$$

Καθώς η ταχύτητα υ αυξάνεται, η ΣF, από τη σχέση (4), θα μειώνεται. Κάποια στιγμή γίνεται ΣF = 0 και στη συνέχεια η ράβδος κινείται με σταθερή (οριακή) ταχύτητα (βλέπε λύση άσκησης 54 σχολικού βιβλίου).
Δηλαδή, $\upsilon = \upsilon_{o\rho}$, όταν

$$\Sigma F = 0 \Rightarrow -\frac{B^2\ell^2}{R} - \upsilon_{o\rho} + \frac{BE\ell}{R} = 0 \Rightarrow \frac{BE\ell}{R} = \frac{B^2\ell^2\upsilon_{o\rho}}{R} \Rightarrow$$

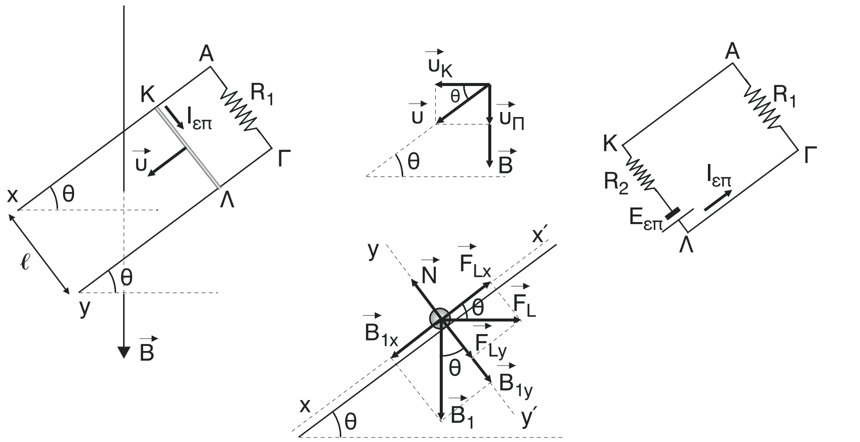
$$BE\ell = B^2\ell^2\upsilon_{o\rho} \Rightarrow \upsilon_{o\rho} = \frac{BE\ell}{B^2\ell^2} \Rightarrow \upsilon_{o\rho} = \frac{E}{B\ell} \Rightarrow$$

$$\overset{S.I.}{\Rightarrow} \upsilon_{o\rho} = \frac{10}{0,4 \cdot 1}\,\frac{m}{s} \Rightarrow \boxed{\upsilon_{o\rho} = 25\,\frac{m}{s}}.$$

57. ***Δύο παράλληλες μεταλλικές ράγες απέχουν μεταξύ τους $\ell = 1$ m, σχηματίζουν γωνία $\theta = 30^\circ$ με το οριζόντιο επίπεδο και στο πάνω μέρος τους συνδέεται με αντίσταση $R_1 = 8\ \Omega$. Μία οριζόντια μεταλλική ράβδος έχει μάζα m = 20 gr, αντίσταση $R_2 = 2\ \Omega$ και μπορεί να ολισθαίνει χωρίς τριβές πάνω στις δύο ράγες ώστε τα άκρα της συνεχώς να εφάπτονται σ' αυ-***

τές. Το σύστημα βρίσκεται μέσα σε κατακόρυφο ομογενές μαγνητικό πεδίο έντασης Β = 1 Τ. Αν αφεθεί η ράβδος ελεύθερη και κινηθεί, να υπολογιστεί η οριακή της ταχύτητα.

Λύση



Η ράβδος ΚΛ θα αρχίσει να κατεβαίνει κατά μήκος του κεκλιμένου επιπέδου υπό την επίδραση του βάρους της B_1 και κάποια που η ταχύτητά της, είναι, έστω, U, η επαγωγική ΗΕΔ που αναπτύσσεται στη ράβδο είναι (σχήμα 2)

$$E_{\varepsilon\pi} = B\upsilon_{\kappa} \cdot \ell \Rightarrow \mathbf{E_{\varepsilon\pi} = B\upsilon\ell\sigma\upsilon\nu\theta} \quad (1).$$

Η ράβδος ΚΛ θα διαρρέεται από επαγωγικό ρεύμα (σχήμα 3) έντασης

$$I_{\varepsilon\pi} = \frac{E_{\varepsilon\pi}}{R_{o\lambda}} \Rightarrow \mathbf{I_{\varepsilon\pi} = \frac{B\upsilon\ell\sigma\upsilon\nu\theta}{R_1 + R_2}} \quad (2).$$

Έτσι στη ράβδο εκτός από το βάρος της B_1 και την κάθετη αντίδραση Ν που δέχεται από τις ράγες Αχ και Γψ θα ασκείται από το μαγνητικό πεδίο και δύναμη Laplace F_L (σχήμα 4), μέτρου

$$F_L = BI_{\varepsilon\pi} \cdot \ell \Rightarrow F_L = B\,\frac{B\upsilon\ell^2\sigma\upsilon\nu\theta}{R_1 + R_2} \quad (3).$$

Αναλύουμε τις B_1 και F_L σε δύο συνιστώσες από τις οποίες η μία είναι παράλληλη στο κεκλιμένο επίπεδο και η άλλη κάθετη σ’αυτό.

Επειδή $\Sigma F_{\psi} = 0$ για τη συνισταμένη ΣF ισχύει

$$\Sigma F = \Sigma F_x \Rightarrow \Sigma F = B_{1x} - F_{Lx} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \Sigma F = B_1 ημθ - F_L \cdot συνθ \Rightarrow \Sigma F = mgημθ - \frac{B^2 υ \ell^2 συνθ}{R_1 + R_2} συνθ \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \Sigma F = mgημθ - \frac{B^2 \ell^2 συν^2θ}{R_1 + R_2} \cdot υ \; (4).$$

Ισχύει (βλέπε λύση άσκησης 54 σχολικού βιβλίου) ότι:

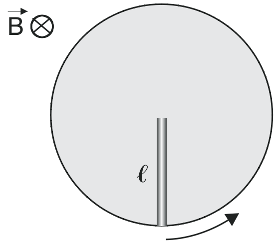
$$υ = υ_{ορ} \text{ όταν } \Sigma F = 0 \Rightarrow mgημθ - \frac{B^2 \ell^2 συν^2θ}{R_1 + R_2} υ_{ορ} = 0 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow mgημθ = \frac{B^2 \ell^2 συν^2θ}{R_1 + R_2} υ_{ορ} \Rightarrow mg\,(R_1 + R_2)ημθ = B^2 \ell^2 συν^2θ \cdot υ_{ορ} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow υ_{ορ} = \frac{mg(R_1 + R_2)ημθ}{B^2 \ell^2 συν^2θ} \Rightarrow υ_{ορ} = \frac{20 \cdot 10^{-3} \cdot 10(8 + 2)\; 1/2}{1^2 \cdot 1^2 (\sqrt{3}/2)^2} \frac{m}{s} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow υ_{ορ} = \frac{10 \cdot 10^{-2} \cdot 10}{3/4} \frac{m}{s} \Rightarrow \boxed{υ_{ορ} = \frac{4}{3} \frac{m}{s}}.$$

58. ***Ένας ευθύγραμμος αγωγός μήκους $\ell = 15$ cm περιστρέφεται μέσα σε ομογενές μαγνητικό πεδίο έντασης $B = 0,5$ T, με συχνότητα $f = 60$ Hz σε επίπεδο κάθετο στις δυναμικές γραμμές του πεδίου γύρω από το ένα άκρο του. Να υπολογιστεί η ΗΕΔ από επαγωγή στις άκρες του αγωγού.***



Λύση

Η ΗΕΔ από επαγωγή που αναπτύσσεται στον αγωγό είναι:

$$E_{επ} = \frac{1}{2} B ω \ell^2 \; (1),$$

όπου $ω = 2πf$ η γωνιακή ταχύτητα περιστροφής του αγωγού. Άρα,

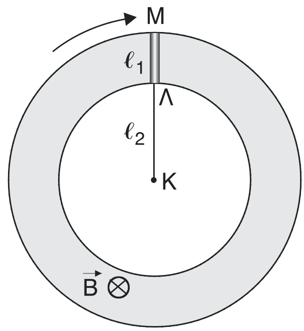
$$E_{επ} = \frac{1}{2} B \cdot 2πf\ell^2 \Rightarrow E_{επ} = Bπ \cdot f\ell^2 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow E_{επ} = 0,5 \cdot π \cdot 60 \cdot (15 \cdot 10^{-2})^2 \; V \Rightarrow$$

$$\Rightarrow E_{επ} = 30π \cdot 225 \cdot 10^{-4} \; V \Rightarrow E_{επ} = 675π \cdot 10^{-4} \; V$$

$$\Rightarrow \boxed{E_{επ} = 6,75π \cdot 10^{-2} V}.$$

59. ***Ο αγωγός ΛΜ μήκους ℓ_1 = 1 m δένεται με μονωτικό νήμα μήκους ℓ_2 = 2 m και περιστρέφεται με συχνότητα $f = \frac{20}{\pi}$ Hz οριζόντια μέσα σε κατακόρυφο ομογενές μαγνητικό πεδίο έντασης $B = 10^{-4}$ T. Να υπολογιστεί η ΗΕΔ από επαγωγή στις άκρες ΛΜ του αγωγού.***

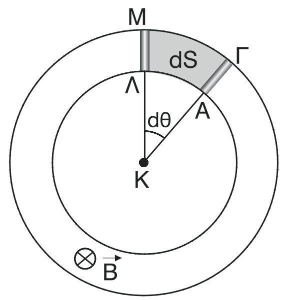


Λύση

Για το μέτρο της επαγωγικής ΗΕΔ έχουμε:

$$E_{\varepsilon\pi} = \left|\frac{d\Phi}{dt}\right| = \frac{d\Phi}{dt} = \frac{BdS}{dt} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \boxed{E_{\varepsilon\pi} = B\frac{dS}{dt}} \quad (1).$$



Όμως $dS = E_{KM\Gamma} - E_{K\Lambda A} \Rightarrow$

$$\Rightarrow dS = \frac{1}{2}d\theta KM^2 - \frac{1}{2}d\theta K\Lambda^2 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow dS = \frac{1}{2}d\theta\,(\ell_1 + \ell_2)^2 - \frac{1}{2}d\theta\ell_2^2 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow dS = \frac{1}{2}d\theta\,[(\ell_1 + \ell_2)^2 - \ell_2^2] \quad (2).$$

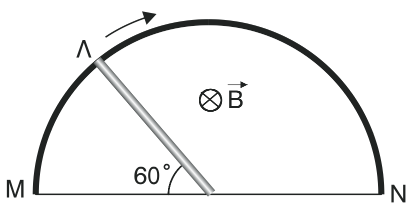
Από (1) και (2) $\Rightarrow E_{\varepsilon\pi} = \frac{1}{2}B\frac{d\theta}{dt}[(\ell_1 + \ell_2)^2 - \ell_2^2] \Rightarrow$

$$\Rightarrow E_{\varepsilon\pi} = \frac{1}{2}B\omega\,[(\ell_1 + \ell_2)^2 - \ell_2^2] \Rightarrow E_{\varepsilon\pi} = \frac{1}{2}B \cdot 2\pi f\,(\ell_1 + \ell_2 - \ell_2)(\ell_1 + \ell_2 + \ell_2) \Rightarrow$$

$$\Rightarrow E_{\varepsilon\pi} = B\pi \cdot f\ell_1(\ell_1 + 2\ell_2) \Rightarrow E_{\varepsilon\pi} = 10^{-4} \cdot \pi\,\frac{20}{\pi}\,1 \cdot (1 + 2 \cdot 2)\ \text{V} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow E_{\varepsilon\pi} = 10^{-4} \cdot 2 \cdot 10 \cdot 5\ \text{V} \Rightarrow E_{\varepsilon\pi} = 10^{-2}\ \text{V}.$$

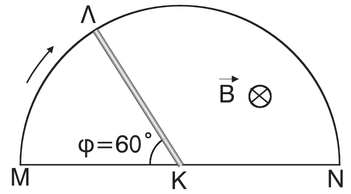
60. ***Ο αγωγός ΚΛ έχει μήκος ℓ = 3 m και περιστρέφεται με συχνότητα $f = \frac{10}{\pi}$ Hz ώστε να εφάπτεται συνεχώς πάνω σε ημιπεριφέρεια από ομογενές σύρμα αντίστασης R = 9 Ω. Το σύστημα βρίσκεται συνεχώς μέσα σε κατακόρυφο ομογενές μαγνητικό πεδίο έ-***



ντασης B = 0,2 T. Να υπολογιστεί η ένταση του ρεύματος που διαρρέει τη ράβδο από τους αγωγούς Κμ και ΚΝ όταν η ράβδος σχηματίζει γωνία 60° με την ΚΜ. Οι αγωγοί ΚΜ, ΚΝ και η ράβδος ΚΛ δεν έχουν αντίσταση.

Λύση

Η επαγωγική ΗΕΔ που αναπτύσσεται στη ράβδο ΚΛ είναι:

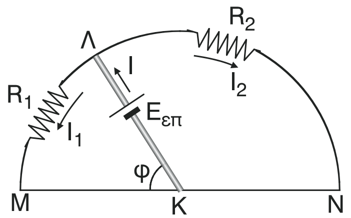


$$E_{επ} = \frac{1}{2} Bω\ell^2 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow E_{επ} = \frac{1}{2} B^2πf\ell^2 \Rightarrow E_{επ} = Bπf\ell^2 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow E_{επ} = 0{,}2 \cdot π \cdot \frac{10}{π} 3^2 \text{ V} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow E_{επ} = 2 \cdot 9 \text{ V} \Rightarrow \boxed{E_{επ} = 18\text{V}}.$$



Η πολικότητά της φαίνεται στο διπλανό ισοδύναμο κύκλωμα.

Για τα τόξα $\overset{\frown}{ΜΛ}$ και $\overset{\frown}{ΛΝ}$ έχουμε:

$$(ΜΛ) = \frac{1}{3} (ΜΛΝ) \text{ και } (ΝΛ) = \frac{2}{3} (ΜΛΝ), R_1 = π \frac{(ΜΛ)}{S} \text{ και } R_2 = ρ \frac{(ΝΛ)}{S}$$

όπου S το εμβαδό διατομής του σύρματος.

$$\text{Ισχύει: } R = ρ \frac{(ΜΛΝ)}{S} \Rightarrow R = ρ \frac{2(ΜΛ)}{S} \Rightarrow R = 3ρ \frac{(ΜΛ)}{S} \Rightarrow R = 3R_1 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow R_1 = \frac{R}{3} \Rightarrow R_1 = \frac{9}{3} Ω \Rightarrow \boxed{R_1 = 3Ω}.$$

Ομοίως:

$$R = ρ \frac{(ΜΝΛ)}{S} \Rightarrow R = ρ \frac{3/2 \, (ΝΛ)}{S} \Rightarrow R = \frac{3}{2} ρ \frac{(ΝΛ)}{S} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow R = \frac{3}{2} R_2 \Rightarrow \Rightarrow R_2 = \frac{2}{3} R \Rightarrow R_2 = \frac{2}{3} \cdot 9Ω \Rightarrow \boxed{R_2 = 6Ω}.$$

Στο ισοδύναμο κύκλωμα έχουμε:

$$V_{ΛΜ} + V_{ΜΚ} + V_{ΚΛ} = V_{ΛΛ} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow I_1R_1 + 0 - E_{επ} = 0 \Rightarrow I_1R_1 = E_{επ} \Rightarrow I_1 = \frac{E_{επ}}{R_1} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow I_1 = \frac{18}{3}\,A \Rightarrow \boxed{\mathbf{I_1 = 6A}} \text{ και}$$

$$V_{ΛΝ} + V_{ΝΚ} + V_{ΚΛ} = V_{ΛΛ} \Rightarrow I_2R_2 + 0 - E_{επ} = 0 \Rightarrow I_2R_2 = E_{επ} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow I_2 = \frac{E_{επ}}{R_2} \Rightarrow I_2 = \frac{18}{6}\,A \Rightarrow \boxed{\mathbf{I_2 = 3A}}.$$

Στον κόμβο Λ έχουμε, από τον πρώτο κανόνα του Kirchhoff:

$$I = I_1 + I_2 \Rightarrow I = (6 + 3)A \Rightarrow \boxed{\mathbf{I = 9A}}.$$

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 4

ΤΑΛΑΝΤΩΣΕΙΣ

4.1. ΜΗΧΑΝΙΚΕΣ ΤΑΛΑΝΤΩΣΕΙΣ

ΣΤΟΙΧΕΙΑ ΘΕΩΡΙΑΣ

4.1.1. Περιοδικα φαινομενα – Ταλαντωσεις

4.1.2. Γραμμικη αρμονικη ταλαντωση με ιδανικο ελατηριο.

Στο κεφάλαιο αυτό θα αναφερθούμε στις μηχανικές ταλαντώσεις οι οποίες ανήκουν σε μια μεγάλη ομάδα φαινομένων που εμφανίζονται πού συχνά στη φύση και δεν είναι άλλα από τα περιοδικά φαινόμενα.

- **Περιοδικό φαινόμενο** ονομάζεται κάθε φαινόμενο που επαναλαμβάνεται το ίδιο σε ίσα χρονικά διαστήματα.
- **Περιοδική κίνηση** ονομάζεται κάθε κίνηση που επαναλαμβάνεται η ίδια σε ίσα χρονικά διαστήματα.
- **Ταλάντωση** ονομάζεται κάθε περιοδική (παλινδρομική) κίνηση που γίνεται μεταξύ δύο ακραίων θέσεων γύρω από ένα σταθερό σημείο που είναι η θέση ισορροπίας του σώματος που ταλαντώνεται.
- **Γραμμική ταλάντωση** ονομάζεται κάθε ταλάντωση που γίνεται πάνω σε ευθεία γραμμή.
- **Γραμμική αρμονική ταλάντωση ή απλή αρμονική ταλάντωση** ονομάζεται κάθε γραμμική ταλάντωση στην οποία, η απομάκρυνση του σώματος που ταλαντώνεται, από τη θέση ισορροπίας του, είναι ημιτονοειδής (αρμονική) συνάρτηση του χρόνου.

Περίοδος Τ ενός περιοδικού φαινομένου ονομάζεται ο χρόνος που μεσολαβεί μεταξύ δύο διαδοχικών επαναλήψεων του φαινομένου.

Για παράδειγμα, το «άναψε – σβήσε» στο φλας του αυτοκινήτου είναι ένα περιοδικό φαινόμενο. Ο χρόνος που μεσολαβεί μεταξύ δύο διαδοχικών λάμψεων είναι η περίοδος αυτού του φαινομένου. Η εμφάνιση των μελτεμιών στην περιοχή του Αιγαίου είναι ένα περιοδικό φαινόμενο. Ο χρόνος που μεσολαβεί μεταξύ δύο διαδοχικών εμφανίσεων των μελτεμιών (1 έτος) είναι η περίοδος αυτού του φαινομένου.

Υπάρχουν όμως και περιοδικά φαινόμενα που εξελίσσονται σε όλη τη διάρκεια της περιόδου όπως για παράδειγμα η περιστροφή της γης γύρω από τον άξονά της ή γύρω από τον ήλιο, ή η ταλάντωση ενός σώματος. Τα φαινόμενα αυτά για να ολοκληρωθούν χρειάζονται όλο το χρόνο της περιόδου. Έτσι για μια ταλάντωση μπορούμε να πούμε ότι:

Περίοδος Τ μιας ταλάντωσης ονομάζεται ο χρόνος που χρειάζεται γα να ολοκληρωθεί μια πλήρης ταλάντωση.

Ένα άλλο φυσικό μέγεθος, εκτός από την περίοδο, που χρησιμοποιούμε στη μελέτη των περιοδικών φαινομένων, άρα και των ταλαντώσεων, είναι η συχνότητα. Έχουμε ότι:

Συχνότητα f ενός περιοδικού φαινομένου ονομάζεται το πηλίκο, του αριθμού των επαναλήψεων Ν του φαινομένου που συμβαίνουν σε χρόνο t, προς το χρόνο αυτό. Αντίστοιχα για τις ταλαντώσεις έχουμε ότι:

Συχνότητα f μιας ταλάντωσης ονομάζεται το πηλίκο, του αριθμού των ταλαντώσεων Ν που συμβαίνουν σε χρόνο t, προς το χρόνο αυτό.

Δηλαδή:

$$\boxed{f = \frac{N}{t}} \qquad (47)$$

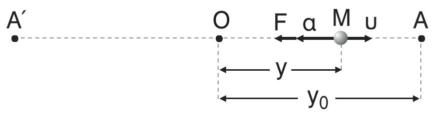
Είναι φανερό ότι σε χρόνο t = T συμβαίνει N = 1 ταλάντωση.

Άρα, από (47) $\Rightarrow f = \dfrac{N}{t} \Rightarrow \boxed{f = \dfrac{1}{T} \text{ ή } T = \dfrac{1}{f}}$ (48).

Δηλαδή τα μεγέθη f και T είναι αντίστροφα.

Μονάδα μέτρησης της περιόδου Τ στο SI είναι το 1s και της συχνότητας f το 1 Hz (1 Χέρτζ). Ισχύει: $\boxed{1\text{Hz} = \dfrac{1}{s} = s^{-1}}$**.**

Γραμμική αρμονική ταλάντωση – Χρονικές εξισώσεις απομάκρυνσης, ταχύτητας, επιτάχυνσης, δύναμης επαναφοράς της ταλάντωσης.



Σχήμα 19

Έστω ότι υλικό σημείο μάζας m εκτελεί γραμμική αρμονική ταλάντωση πάνω στην ευθεία ΑΑ’ μεταξύ των σημείων Α και Α’ γύρω από το σημείο Ο που είναι η θέση ισορροπίας της ταλάντωσης, δηλαδή η θέση στην οποία το υλικό σημείο θα ισορροπήσει αν σταματήσει να εκτελεί ταλάντωση. Τα σημεία Α και Α' ισαπέχουν από το σημείο Ο και ονομάζονται ακραίες θέσεις της ταλάντωσης.

Ως απομάκρυνση **ψ** του σώματος που εκτελεί γραμμική αρμονική ταλάντωση ορίζουμε την αλγεβρική τιμή της μετατόπισης του ταλαντούμενου σώματος από τη θέση ισορροπίας του.

Ως πλάτος **ψο** του σώματος που εκτελεί γραμμική αρμονική ταλάντωση (ή πλάτος της ταλάντωσης) ορίζουμε την μέγιστη απομάκρυνση του ταλαντούμενου σώματος. Το πλάτος είναι πάντα θετικό.

Όταν λοιπόν το ταλαντούμενο σώμα διέρχεται από τη θέση ισορροπίας η απομάκρυνση είναι $\psi = 0$ ενώ στις ακραίες θέσεις Α και Α' η απομάκρυνση είναι $\psi = \psi_0$ και $\psi = -\psi_0$ αντίστοιχα.

Η εξίσωση που μας δίνει την απομάκρυνση του ψ σε συνάρτηση με το χρόνο t είναι της μορφής $\boldsymbol{\psi = \psi_0\,\eta\mu(\omega t + \varphi)}$ (49).

Η εξίσωση (49) ονομάζεται **χρονική εξίσωση της απομάκρυνσης** ή εξίσωση κίνησης του σώματος που ταλαντώνεται. Στην εξίσωση αυτή είναι:

ψ: στιγμιαία τιμή της απομάκρυνσης. Μονάδα μέτρησής της στο SI είναι το 1m.

$\boldsymbol{\psi_0}$: μέγιστη απομάκρυνση ή πλάτος. Μονάδα μέτρησής της στο SI είναι το 1m.

ωt + φ: φάση της απομάκρυνσης. Έχει διαστάσεις γωνίας και η μονάδα μέτρησης της στο SI είναι το 1 rad.

φ: αρχική φάση της απομάκρυνσης. Ισούται με την τιμή της φάσης $(\omega t + \varphi)$ τη χρονική στιγμή $t = 0$ και η μονάδα μέτρησής της στο SI είναι το 1 rad. Για την αρχική φάση ισχύει $\boxed{\boldsymbol{0 \leq \varphi < 2\pi}}$.

ω: κυκλική συχνότητα (ή γωνιακή συχνότητα). Για την κυκλική συχνότητα ισχύει $\omega = 2\pi f = \dfrac{2\pi}{T}$ (50), και η μονάδα μέτρησής της στο SI είναι το $1\ \dfrac{rad}{s}$.

Στα πλαίσια αυτού του βιβλίου θα ασχοληθούμε με την περίπτωση που η αρχική φάση της απομάκρυνσης της ταλάντωσης είναι ίση με μηδέν ($\varphi = 0$). Αυτό συμβαίνει αν αρχίζουμε να μετράμε το χρόνο ($t = 0$) τη στιγμή που το σώμα, καθώς ταλαντώνεται, διέρχεται από τη θέση ισορροπίας κινούμενο προς τη θετική κατεύθυνση (δηλαδή έχοντας θετική ταχύτητα). Έτσι η χρονική εξίσωση της απομάκρυνσης είναι: $\boldsymbol{\psi = \psi_0\,\eta\mu\omega t}$ (51).

Πρέπει να τονίσουμε ότι η τιμή της αρχικής φάσης καθορίζεται αποκλειστικά από τη θέση στην οποία βρίσκεται το σώμα που ταλαντώνεται τη στιγμή $t = 0$ και από την κατεύθυνση της κίνησής του την ίδια στιγμή (δηλαδή, από την τιμή της απομάκρυνσής του ψ και το πρόσημο της ταχύτητάς του υ, τη στιγμή $t = 0$).

Η απομάκρυνση ψ του σώματος που εκτελεί γραμμική αρμονική ταλάντωση ταυτίζεται με την αλγεβρική τιμή της θέσης του σώματος ως προς τη θέση ισορροπίας. Έτσι, επειδή η αλγεβρική τιμή υ της ταχύτητας του σώματος ισούται με τον ρυθμό μεταβολής της θέσης $\frac{d\psi}{dt}$, θα έχουμε:

$$\upsilon = \frac{d\psi}{dt} \;(52), \text{ όπου } \psi = \psi_0\, \eta\mu\omega t.$$

Αποδεικνύεται ότι : $\boldsymbol{\upsilon = \omega \cdot \psi_0 \sigma\upsilon\nu\omega t}$ (53) ή

$$\boldsymbol{\upsilon = \upsilon_0\, \sigma\upsilon\nu\omega t} \quad (54),$$

όπου $\boldsymbol{\upsilon_0 = \omega\psi_0}$ **(55)** είναι η μέγιστη ταχύτητα του σώματος που ταλαντώνεται.

Από τη σχέση (54) φαίνεται ότι η ταχύτητα του σώματος που ταλαντώνεται μεταβάλλεται σε συνάρτηση με το χρόνο. Άρα το ταλαντούμενο σώμα κινείται με επιτάχυνση της οποίας η διεύθυνση είναι παράλληλη στην ευθύγραμμη τροχιά που ακολουθεί το σώμα.

Η αλγεβρική τιμή της επιτάχυνσης είναι $\alpha = \frac{d\upsilon}{dt}$ (56), όπου $\upsilon = \omega\psi_0\sigma\upsilon\nu\omega t$.

Αποδεικνύεται ότι: $\boldsymbol{\alpha = -\omega^2\psi_0\eta\mu\omega t}$ **(57) ή**

$$\boldsymbol{\alpha = -\alpha\eta\mu\omega t} \quad \textbf{(58)}$$

όπου $\boldsymbol{\alpha_0 = \omega^2\psi_0}$ **(59)** είναι η μέγιστη επιτάχυνση του σώματος που ταλαντώνεται.

Η συνισταμένη, έστω $\vec{F}$, των δυνάμεων που ασκούνται στο σώμα είναι κάθε στιγμή ομόρροπη με την επιτάχυνση $\vec{\alpha}$. Η αλγεβρική της τιμή είναι: $\boldsymbol{F = m \cdot \alpha}$ **(60)**, όπου $\alpha = -\omega_2\psi_0\eta\mu\omega t$. Άρα:

$$F = m \cdot \alpha \Rightarrow F = m(-\omega^2\psi_0\eta\mu\omega t) \Rightarrow \boldsymbol{F = -m\omega^2\psi_0\eta\mu\omega t} \;\textbf{(61) ή}$$

$$\boldsymbol{F = -F_0\eta\mu\omega t} \;\textbf{(62)}$$

όπου $\boldsymbol{F_0 = m\omega^2\psi_0 = m\alpha_0}$ **(63)** είναι η μέγιστη συνισταμένη δύναμη που ασκείται στο σώμα που ταλαντώνεται.

Η δύναμη $\vec{F}$ ονομάζεται **δύναμη επαναφοράς της ταλάντωσης** και

- ισούται με τη συνισταμένη όλων των δυνάμεων που ενεργούν στο ταλαντούμενο σώμα, αν το σώμα ταλαντώνεται σε ευθεία γραμμή.

- ισούται με τη συνισταμένη των δυνάμεων που ενεργούν στο ταλαντούμενο σώμα κατά τη διεύθυνση της κίνησης, αν το σώμα ταλαντώνεται σε γραμμή που δεν είναι ευθεία αλλά προσέγγιση ευθείας.

Συνοψίζοντας έχουμε τις παρακάτω χρονικές εξισώσεις:

$\psi = \psi_0 \eta\mu\omega t$

$\upsilon = \upsilon_0 \sigma\upsilon\nu\omega t$, **όπου** $\upsilon_0 = \omega \cdot \psi_0$

$\alpha = -\alpha_0 \eta\mu\omega t$, **όπου** $\alpha_0 = \omega^2 \psi_0$

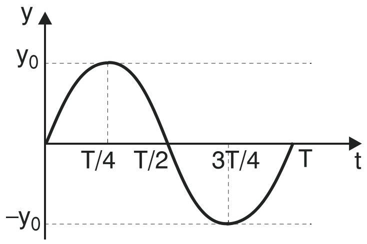
$F = -F_0 \eta\mu\omega t$, **όπου** $F_0 = m\omega^2\psi_0 = m \cdot \alpha_0$

Στον πίνακα που ακολουθεί φαίνονται οι τιμές των μεγεθών σε διάφορες χαρακτηριστικές χρονικές στιγμές.

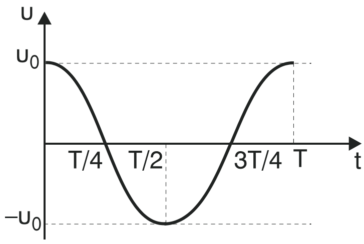
t	ωt	ψ	υ	α	F
0	0	0	υ_0	0	0
T/4	π/2	ψ_0	0	$-\alpha_0$	$-F_0$
T/2	π	0	$-\upsilon_0$	0	0
3T/4	3π/2	$-\psi_0$	0	α_0	F_0
T	2π	0	υ_0	0	0

$$\omega t = \frac{2\pi}{T} \cdot t$$

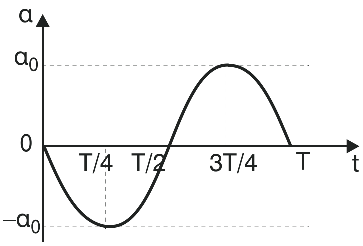
Με βάση τις χρονικές εξισώσεις των μεγεθών και τον παρακάτω πίνακα έχουμε τις παρακάτω γραφικές παραστάσεις των μεγεθών σε συνάρτηση με το χρόνο. Οι καμπύλες έχουν ημιτονοειδή μορφή.



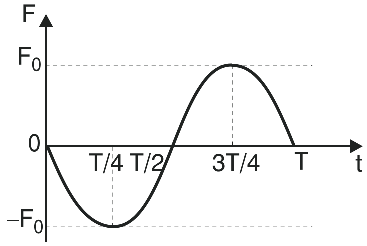
Σχήμα 20



Σχήμα 21



Σχήμα 22



Σχήμα 23

Παρατήρηση:

- *Από τον προηγούμενο πίνακα τιμών διαπιστώνουμε ότι ο χρόνος που χρειάζεται το ταλαντούμενο σώμα για να κινηθεί από τη θέση ισορροπίας σε μια ακραία θέση είναι ίσος με $\frac{T}{4}$, όπου T η περίοδος της ταλάντωσης. Το ίδιο ισχύει για το χρόνο που χρειάζεται το ταλαντούμενο σώμα για να κινηθεί από μία ακραία θέση στη θέση ισορροπίας. Όμως αυτό δεν σημαίνει ότι το ταλαντούμενο σώμα διανύει σε οποιαδήποτε χρονικά διαστήματα ίσες αποστάσεις.*
- *Όταν το ταλαντούμενο σώμα διέρχεται από τη θέση ισορροπίας του η απομάκρυνση ψ είναι μηδέν (ψ = 0), η ταχύτητα του είναι μέγιστη κατ' απόλυτη τιμή ($|υ| = υ_0 \Rightarrow υ = \pm υ_0$), η επιτάχυνσή του και η δύναμη επαναφοράς της ταλάντωσης είναι μηδέν (α = 0 και F = 0).*
- *Όταν το σώμα διέρχεται από τις ακραίες θέσεις η απομάκρυνση είναι μέγιστη κατ' απόλυτη τιμή ($|ψ| = ψ_0 \Rightarrow ψ = \pm ψ_0$), η ταχύτητά του είναι μηδέν (υ = 0), η επιτάχυνση του είναι μέγιστη κατ' απόλυτη τιμή ($|α| = α_0 \Rightarrow α = \pm α_0$), η δύναμη επαναφοράς της ταλάντωσης είναι μέγιστη κατ' απόλυτη τιμή ($|F| = F_0 \Rightarrow F = \pm F0$).*
- *Η απόλυτη τιμή των μεγεθών ταυτίζεται με το μέτρο τους.*

Διαφορά φάσης μεταξύ δύο αρμονικά εναλασσόμενων μεγεθών.

Έστω δύο αρμονικά εναλλασσόμενα μεγέθη M_1 και M_2 της μορφής:

$\mathbf{M_1 = M_{1max}\, ημ(ωt + φ_1)}$ **(63) και**

$\mathbf{M_2 = M_{2max}\, ημ(ωt + φ_2)}$ (64).

Η φάση του M_1 είναι $Φ_1 = ωt + φ_1$ (65) και η φάση του M_2 είναι $Φ_2 = ωt + φ_2$ (66).

Ονομάζουμε διαφορά φάσης **ΔΦ (M_1, M_2) μεταξύ των μεγεθών M_1 και M_2** τη διαφορά φάσης **$Φ_1 – Φ_2$** των δύο μεγεθών.

Δηλαδή: **ΔΦ (M_1, M_2) = $Φ_1 – Φ_2$** (67).

Έχουμε:

$$\Delta\Phi\ (M_1, M_2) = \Phi_1 - \Phi_2 \Rightarrow \Delta\Phi\ (M_1, M_2) = \omega t + \varphi_1 - (\omega t + \varphi_2) =$$
$$\omega t + \varphi_1 - \omega t - \varphi_2 \Rightarrow \mathbf{\Delta\Phi\ (M_2\ ,M_2) = \varphi_1 - \varphi_2}\ (68).$$

- Αν $\Delta\Phi(M_1, M_2) > 0$ τότε το M_1 **προηγείται σε φάση** έναντι του M_2 κατά $\Delta\Phi(M_1, M_2)$ ή το M_2 **καθυστερεί σε φάση** έναντι του M_1 κατά $\Delta\Phi(M_1, M_2)$.
- Αν $\Delta\Phi(M_1, M_2) < 0$ τότε το M_1 **καθυστερεί σε φάση** έναντι του M_2 κατά $|\Delta\Phi(M_1, M_2)|$ ή το M_2 **προηγείται σε φάση** έναντι του M_1 κατά $|\Delta\Phi(M_1, M_2)|$
- Αν $\Delta\Phi(M_1, M_2) = 0$ τότε το M_1 είναι **συμφασικό** με το M_2. Αυτό σημαίνει ότι τα M_1, M_2 συμεταβάλλονται, δηλαδή παίρνουν ταυτόχρονα τις μέγιστες και ελάχιστες τιμές.

Παρατήρηση:

Όταν δύο αρμονικά εναλλασσόμενα μεγέθη εμφανίζουν διαφορά φάσης ΔΦ κατ' απόλυτη τιμή αυτό σημαίνει ότι τα δύο μεγέθη εμφανίζουν χρονική διαφορά Δt τέτοια ώστε $|\boldsymbol{\Delta\Phi}| = \boldsymbol{\frac{2\pi}{T}\Delta t}$ *(69). Για παράδειγμα αν δύο μεγέθη διαφέρουν σε φάση κατά 2πrad τότε διαφέρουν χρονικά (από σχέση (69)) κατά Δt = T), όπου T η περίοδος των αρμονικά εναλλασσόμενων μεγεθών. Δηλαδή, το ένα από τα δύο μεγέθη που προηγείται του άλλου σε φάση κατά 2π rad θα προηγείται του άλλου* ***χρονικά κατά μία περίοδο T****, οπότε θα παίρνει νωρίτερα κατά T τις μέγιστες και ελάχιστες τιμές.*

Για τα μεγέθη ψ, υ, α, F που εμφανίζονται στην απλή αρμονική ταλάντωση, έστω ότι είναι: $\boldsymbol{\psi = \psi_0 \eta\mu\omega t}$. Τότε είδαμε ότι είναι:

$$\boldsymbol{\upsilon = \upsilon_0 \sigma\upsilon\nu\omega t \Rightarrow \upsilon = \upsilon_0 \eta\mu(\omega t + \frac{\pi}{2})}$$

Έτσι, συμπεραίνουμε ότι, το υ προηγείται σε φάση έναντι του **ψ** κατά $\boldsymbol{\frac{\pi}{2}}$ **rad.**

Άρα, χρονικά προηγείται κατά $\boldsymbol{\frac{T}{4}}$, αφού $\Delta\Phi(\upsilon, \psi) = \frac{\pi}{2}$ rad.

Επίσης: $\boldsymbol{\alpha = -\alpha_0 \eta\mu\omega t \Rightarrow \alpha = \alpha_0 \eta\mu(\omega t + \pi)}$.

Έτσι, συμπεραίνουμε ότι, το α προηγείται σε φάση έναντι του ψ κατά πrad και έναντι του υ κατά $\frac{\pi}{2}$ rad.

Άρα, χρονικά προηγείται έναντι του ψ κατά $\frac{T}{2}$ και έναντι του υ κατά $\frac{T}{4}$,

αφού ΔΦ(α, ψ) = πrad και ΔΦ(α, υ) = $\frac{\pi}{2}$ rad.

$\mathbf{F = -F_0 ημωt \Rightarrow F = F_0 ημ(ωt+π).}$

Έτσι, συμπεραίνουμε ότι, το F προηγείται σε φάση έντναντι του ψ κατά πrad, έναντι του υ κατά $\frac{\pi}{2}$ rad ενώ με το α είναι συμφασική.

Άρα, χρονικά προηγείται έναντι του ψ κατά $\frac{T}{2}$, έναντι του υ κατά $\frac{T}{4}$ ενώ με το α δεν εμφανίζει χρονική διαφορά αφού

ΔΦ(F, ψ) = πrad, ΔΦ(F, υ) = $\frac{\pi}{2}$ rad και ΔΦ(F, α) = 0 rad.

Η διαφορά φάσης και άρα η χρονική διαφορά μεταξύ των παραπάνω μεγεθών μεταφράζεται στις γραφικές παραστάσεις σε σχέση με το χρόνο ως εξής:

- Η γραφική παράσταση υ = f(t) έχει ίδια μορφή με την ψ = f(t) και μπορεί να προκύψει αν την καμπύλη ψ = f(t) την μετατοπίσουμε προς τα αριστερά κατά $\frac{T}{4}$.
- Η γραφική παράσταση α = f(t) έχει ίδια μορφή με την ψ = f(t) (ή την υ = f(t)) και μπορεί να προκύψει αν την καμπύλη ψ = f(t) την μετατοπίσουμε προς τα αριστερά κατά T/2 (ή αν μετατοπίσουμε την καμπύλη υ = f(t) προς τα αριστερά κατά T/4).
- Για τη γραφική παράσταση F = f(t) ισχύει ότι για την γραφική παράσταση α = f(t) αφού τα μεγέθη F και α είναι συμφασικά και συμεταβάλλονται.

Σχέσεις των μεγεθών υ, α, F σε συνάρτηση με την απομάκρυνση ψ σε μια γραμμική αρμονική ταλάντωση.

Έστω η χρονική εξίσωση της απομάκρυνσης σε μια γραμμική αρμονική ταλάντωση είναι $ψ = ψ_0 ημωt$, τότε ισχύει:

$$υ = υ_0 συνωt \Rightarrow υ^2 = υ_0^2 συν^2ωt \Rightarrow υ^2 = υ_0^2 (1-ημ^2ωt) \Rightarrow$$

$$υ^2 = υ_0^2 - υ_0^2 ημ^2ωt \Rightarrow υ^2 = ω^2ψ_0^2 - ω^2ψ_0^2 ημ^2ωt \Rightarrow \boxed{\mathbf{υ^2 = ω^2ψ_0^2 - ω^2ψ^2}} \ (70).$$

Η σχέση (70) γίνεται:

$$υ^2+ω^2ψ = ω^2ψ_0^2 \Rightarrow \frac{υ^2}{ω^2ψ_0^2} = \frac{ω^2ψ_0^2}{ω^2ψ_0^2} \Rightarrow \mathbf{\frac{υ^2}{ω^2ψ_0^2} + \frac{ψ^2}{ψ_0^2} = 1} \ (71).$$

Με βάση τη σχέση (71) η γραφική παράσταση υ = f(ψ) παριστάνει **έλλειψη** (αφού είναι στη μορφή $\frac{x^2}{\alpha^2} + \frac{\psi^2}{\beta^2} = 1$).

Για την επιτάχυνση έχουμε:

$$\alpha = -\alpha_0 \eta\mu\omega t \Rightarrow \alpha = -\omega^2 \psi_0 \eta\mu\omega t \Rightarrow \boxed{\alpha = -\omega^2 \cdot \psi} \ (72).$$

Με βάση τη σχέση (72) η γραφική παράσταση α = f(ψ) παριστάνει ευθεία φθίνουσα.

Για τη δύναμη επαναφοράς της ταλάντωσης έχουμε:

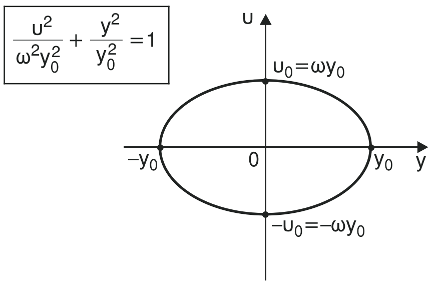
$$F = -F_0 \eta\mu\omega t \Rightarrow F = -m\omega^2 \psi_0 \eta\mu\omega t \Rightarrow \mathbf{F = -m\omega^2 \cdot \psi} \Rightarrow \mathbf{F = -D \cdot \psi} \ (73),$$

όπου $\mathbf{D = m\omega^2}$ (74).

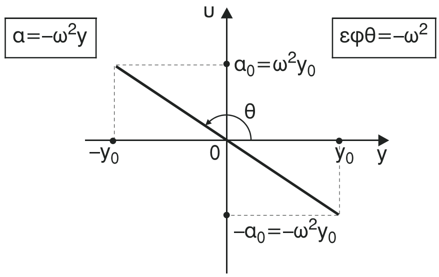
Η σταθερά D ονομάζεται σταθερά επαναφοράς της ταλάντωσης και εξαρτάται από τα φυσικά χαρακτηριστικά του συστήματος που ταλαντώνεται. Η μονάδα του D στο S.I. είναι το $1\ \frac{N}{m}$.

Με βάση τη σχέση (73) η γραφική παράσταση F=f(ψ) παριστάνει **ευθεία φθίνουσα.**

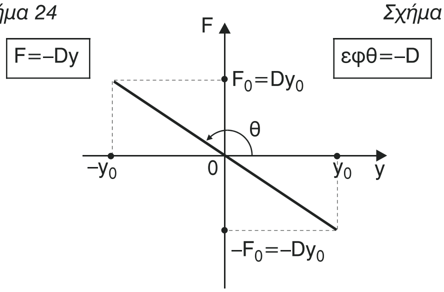
Έτσι προκύπτουν οι παρακάτω **γραφικές παραστάσεις** των μεγεθών σε συνάρτηση με την απομάκρυνση.



Σχήμα 24



Σχήμα 25



Σχήμα 26

Η σχέση (73) F = –D · ψ αποτελεί κριτήριο για το αν ένα σώμα εκτελεί γραμμική αρμονική ταλάντωση. Δηλαδή:

Για να αποδείξουμε ότι ένα σώμα εκτελεί γραμμική αρμονική ταλάντωση αρκεί, σε μια τυχαία θέση της τροχιάς του, να δείξουμε ότι η συνισταμένη (ΣF_ψ) των δυνάμεων κατά τη διεύθυνση της κίνησης είναι ίση με μείον (–) κάτι σταθερό επί την απομάκρυνση ($\Sigma F_\psi = -D \cdot \psi$). Ως θετική φορά των δυνάμεων κατά τον υπολογισμό του ΣF_ψ θα θεωρούμε τη φορά της απομάκρυνσης ψ.

Από τις σχέσεις $\alpha = -\omega^2\psi$ και $F = -D \cdot \psi$ συμπεραίνουμε ότι:

- Η επιτάχυνση α και η δύναμη επαναφοράς F της ταλάντωσης είναι ανάλογες της απομάκρυνσης ψ.
- Η επιτάχυνση α και η δύναμη επαναφοράς F της ταλάντωσης είναι αντίρροπες της απομάκρυνσης.
- Η επιτάχυνση α και η δύναμη επαναφοράς F της ταλάντωσης έχουν κατεύθυνση πάντα προς τη θέση ισορροπίας της ταλάντωσης.

Ενέργειες στην γραμμική αρμονική ταλάντωση.

- Ως κινητική ενέργεια (E_K ή K) σε μια γραμμική αρμονική ταλάντωση ονομάζεται η κινητική ενέργεια του σώματος που ταλαντώνεται. Δηλαδή:

  $\mathbf{E_K = \frac{1}{2} m\upsilon^2}$ (75) (ή $K = \frac{1}{2} m\upsilon^2$), όπου m η μάζα και υ το μέτρο της ταχύτητας του ταλαντούμενου σώματος.
- Ως δυναμική ενέργεια (E_Δ ή U) σε μια γραμμική αρμονική ταλάντωση ονομάζεται η απόλυτη τιμή του έργου της δύναμης επαναφοράς για μετατόπιση του σώματος από μια θέση της ταλάντωσης μέχρι τη θέση ισορροπίας. Δηλαδή:

  $$E_\Delta = \left|W_F^{\psi\to 0}\right| \text{ (76) (ή } U = \left|W_F^{\psi\to 0}\right|\text{)}.$$

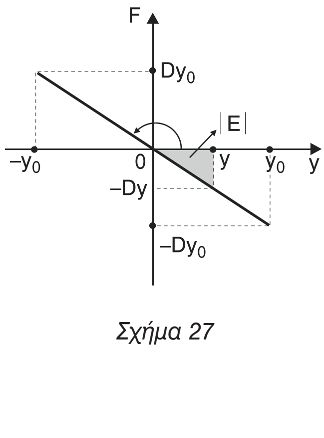
  Ο υπολογισμός του έργου γίνεται από το εμβαδό στη γραφική παράσταση $F = f(\psi)$.

  Το έργο $\left|W_F^{\psi\to 0}\right|$ της δύναμης επαναφοράς F κατ' απόλυτη τιμή ισούται αριθμητικά με το γραμμοσκιασμένο εμβαδό $|E|$ στην διπλανή γραφική παράσταση $F = f(\psi)$.

  Έχουμε:

  $$\left|W_F^{\psi\to 0}\right| = |E| = \left|\frac{1}{2}(-D\psi)\cdot\psi\right| = \left|-\frac{1}{2}D\psi^2\right| \Rightarrow$$

  $$\Rightarrow \left|W_F^{\psi\to 0}\right| = \frac{1}{2} D\cdot\psi^2.$$



Σχήμα 27

Άρα, από σχέση (76) έχουμε:

$$\mathbf{E_{\Delta} = \frac{1}{2} D\psi^2} \ (77) \ (\text{ή } U = \frac{1}{2} D\psi^2),$$

όπου D η σταθερά επαναφοράς της ταλάντωσης και ψ η απομάκρυνση του σώματος που ταλαντώνεται.

- Ως ολική ενέργεια η μηχανική ενέργεια ή απλά ενέργεια ($E_{ολ}$ ή E_{μ} ή E) σε μια γραμμική αρμονική ταλάντωση ονομάζεται το άθροισμα της κινητικής και της δυναμικής ενέργειας της ταλάντωσης.

  Δηλαδή:

$$\mathbf{E_{ολ} = E_K + E_{\Delta}} \quad (77) \quad (\text{ή} \quad E_{\mu} = E = E_K + E_{\Delta}).$$

Παρατήρηση:

Η γραμμική ταλάντωση στην οποία αναφερθήκαμε μέχρι τώρα εκτελείται ***χωρίς απώλεια ενέργειας****. Αυτό συμβαίνει όταν στο σώμα που ταλαντώνεται δεν ενεργούν δυνάμεις απόσβεσης (τριβές, αντιστάσεις κλπ.). Έτσι η ενέργεια της ταλάντωσης, και όπως θα δούμε και το πλάτος της, παραμένει σταθερή. Μια τέτοια ταλάντωση ονομάζεται* ***αμείωτη****.*

- **Η μέγιστη κινητική ενέργεια E_{Kmax}** της ταλάντωσης θα αντιστοιχεί στις θέσεις που το μέτρο της ταχύτητας είναι μέγιστο ($|υ| = υ_0 \Rightarrow υ = \pm υ_0$) δηλαδή στη θέση ισορροπίας.

  Άρα: $\mathbf{E_{Kmax} = \frac{1}{2} m \cdot υ_0^2}$ (78).

- **Η μέγιστη δυναμική ενέργεια $E_{\Delta max}$** της ταλάντωσης θα αντιστοιχεί στις θέσεις που το μέτρο της απομάκρυνσης είναι μέγιστο ($|\psi| = \psi_0 \Rightarrow \psi = \pm\psi_0$) δηλαδή στις ακραίες θέσεις.

  Άρα: $\mathbf{E_{\Delta max} = \frac{1}{2} D\psi_0^2}$ (79).

  Έχουμε:

$$E_{Kmax} = \frac{1}{2} mυ_0^2 = \frac{1}{2} m(\omega \cdot \psi_0)^2 = \frac{1}{2} m\omega^2\psi_0^2 = \frac{1}{2} D\psi_0^2 = E_{\Delta max} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \mathbf{E_{Kmax} = E_{\Delta max} = \frac{1}{2} mυ_0^2 = \frac{1}{2} D\psi_0^2} \ (80).$$

Επειδή, όπως αναφέραμε, η ολική ενέργεια της ταλάντωσης διατηρείται σταθερή έχουμε:

στη θέση ισορροπίας: $\psi = 0$ και $\upsilon = \pm \upsilon_0$. Άρα $E_\Delta = 0$ και $E_K = \frac{1}{2} m\upsilon_0^2 = E_{Kmax}$

οπότε $E_{ολ} = E_K + E_\Delta \Rightarrow E_{ολ} = E_{Kmax} = \frac{1}{2} m\upsilon_0^2$ (81).

στις ακραίες θέσεις: $\psi = \pm \psi_0$ και $\upsilon = 0$. Άρα $E_\Delta = \frac{1}{2} D\psi_0^2 = E_{\Delta max}$ και

$E_K = 0$ οπότε $E_{ολ} = E_K + E_\Delta \Rightarrow E_{ολ} = E_{\Delta max} = \frac{1}{2} D\psi_0^2$ (82).

Συμπέρασμα:

$$E_{ολ} = E_K + E_\Delta = \frac{1}{2} m\upsilon^2 + \frac{1}{2} D\psi^2 = E_{Kmax} = E_{\Delta max} = \frac{1}{2} m\upsilon_0^2 = \frac{1}{2} D\psi_0^2 = σταθ. \ (83).$$

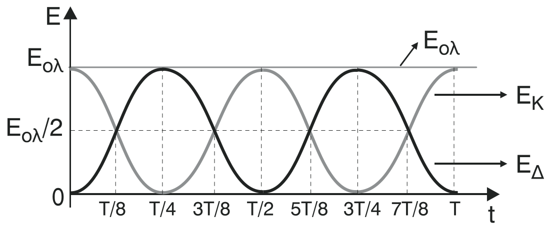
Χρονικές εξισώσεις των ενεργειών – Γραφικές παραστάσεις

Έστω η απομάκρυνση σε μια γραμμική αρμονική ταλάντωση είναι $\psi = \psi_0 ημωt$ οπότε $\upsilon = \upsilon_0 συνωt$. Τότε:

- $E_\Delta = \frac{1}{2} D\psi^2 \Rightarrow E_\Delta = \frac{1}{2} D\psi_0^2 ημ^2ωt \Rightarrow \mathbf{E_\Delta = E_{ολ}\, ημ^2ωt}$ (84)
- $E_K = \frac{1}{2} m\upsilon^2 \Rightarrow E_K = \frac{1}{2} m\upsilon_0^2 συν^2ωt \Rightarrow \mathbf{E_K = E_{ολ}\, συν^2ωt}$ (85)
- $E_{ολ}$ = σταθερή.

Έτσι σε κοινό διάγραμμα ενέργειας – χρόνου κάνουμε τις γραφικές παραστάσεις

$E_\Delta = f(t)$, $E_K = f(t)$, $E_{ολ} = f(t)$.



Σχήμα 28

Εξισώσεις των ενεργειών σε συνάρτηση με την απομάκρυνση – Γραφικές παραστάσεις.

- Για τη δυναμική ενέργεια έχουμε:

  $E_\Delta = \frac{1}{2} D \cdot \psi^2$ (παραβολή με τα κοίλα προς τα πάνω).

- Για την κινητική ενέργεια έχουμε:

$E_K = E_{ολ} - E_Δ \Rightarrow E_K = E_{ολ} - \frac{1}{2}Dψ^2 \Rightarrow E_K = -\frac{1}{2}Dψ^2 + E_{ολ}$ (παραβολή με τα κοίλα προς τα κάτω).

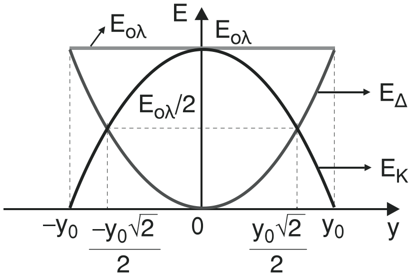
- Για την ολική ενέργεια έχουμε:
  $E_{ολ}$ = σταθερή.

Έτσι σε κοινό διάγραμμα ενέργειας – απομάκρυνσης κάνουμε τις γραφικές παραστάσεις

$E_Δ = f(ψ)$,

$E_K = f(ψ)$,

$E_{ολ} = f(ψ)$.



Σχήμα 29

Έτσι για μια γραμμική αρμονική ταλάντωση με απομάκρυνση $ψ = ψ_0$ημωt έχουμε τον παρακάτω συγκεντρωτικό πίνακα.

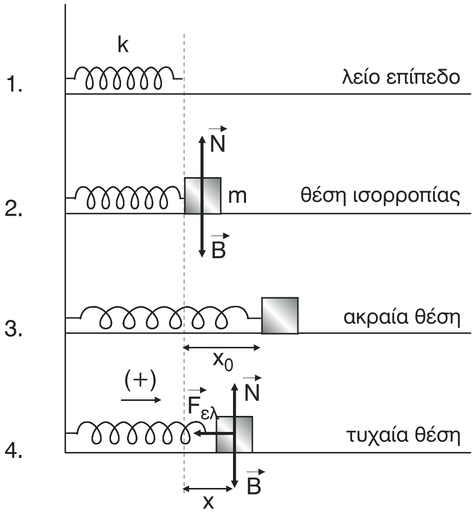
t	ωt	ψ	υ	α	F	E_K	$E_Δ$	$E_{ολ}$
0	0	0	$υ_0$	0	0	E_{Kmax}	0	E_{Kmax}
T/4	π/2	$ψ_0$	0	$-α_0$	$-F_0$	0	$E_{Δmax}$	$E_{Δmax}$
T/2	π	0	$-υ_0$	0	0	E_{Kmax}	0	E_{Kmax}
3T/4	3π/2	$-ψ_0$	0	$α_0$	F_0	0	$E_{Δmax}$	$E_{Δmax}$
T	2π	0	$υ_0$	0	0	E_{Kmax}	0	E_{Kmax}

Συστήματα ιδανικού ελατηρίου – μάζας που εκτελεί γραμμική αρμονική ταλάντωση.

α. Σύστημα οριζόντιου ιδανικού ελατηρίου – μάζας σε λείο οριζόντιο επίπεδο.

- **Αντί για το σύμβολο «ψ» την απομάκρυνση θα τη συμβολίσουμε με «χ».**

  – Στη θέση 1 το ιδανικό ελατήριο σταθεράς κ έχει το φυσικό του μήκος.



Σχήμα 30

– Στη θέση 2 το σώμα μάζας m που κρεμάσαμε στο ελεύθερο άκρο του ελατηρίου ισορροπεί υπό την επίδραση του βάρους του $\vec{B}$ και της κάθετης αντίδρασης $\vec{N}$ που δέχεται από το επίπεδο. Άρα:

$$\Sigma\vec{F} = 0 \Rightarrow \vec{\mathbf{B}} + \vec{\mathbf{N}} = \mathbf{0}.$$

Δηλαδή, η **θέση ισορροπίας** ταυτίζεται με τη θέση φυσικού μήκους.

– Στη θέση 3 έχουμε εκτρέψει το σώμα από τη θέση ισορροπίας κατά x_0 και το αφήνουμε ελεύθερο.

– Στη θέση 4 το σώμα διέρχεται από μια τυχαία θέση της κίνησής του απέχοντας από τη θέση ισορροπίας έστω x. Στο σώμα ασκούνται οι δυνάμεις $\vec{B}$, $\vec{N}$ για τις οποίες ισχύει $\vec{B} + \vec{N} = 0$ και η δύναμη επαναφοράς $\vec{F}_{ελ}$ του ελατηρίου με μέτρο $\mathbf{F_{ελ} = κ \cdot x}$. Η συνισταμένη $\Sigma\vec{F}$ των δυνάμεων ταυτίζεται με τη συνισταμένη $\Sigma\vec{F}_x$ ($\Sigma\vec{F} = \Sigma\vec{F}_x$), κατά τη διεύθυνση της κίνησης. Θεωρώντας ως θετική φορά των δυνάμεων τη φορά της απομάκρυνσης x (δηλαδή την προς τα δεξιά), για την αλγεβρική τιμή ΣF_x έχουμε:

$$\mathbf{\Sigma F_x = -F_{ελ} \Rightarrow \Sigma F_x = -κx \Rightarrow \boxed{\Sigma F_x = -D \cdot x}, \text{ όπου } D = κ.}$$

Άρα το σώμα εκτελεί **γραμμική αρμονική ταλάντωση,** με σταθερά επαναφοράς D = κ.

ΠΡΟΣΟΧΗ:

Γνωρίζουμε ότι $D = m\omega^2$, όπου ω η κυκλική συχνότητα με $\omega = \dfrac{2\pi}{T}$ (T η περίοδος της ταλάντωσης). Έτσι έχουμε:

$$D = m\omega^2 \Rightarrow D = \frac{m\,(2\pi)^2}{T^2} \Rightarrow T^2 D = (2\pi)^2 m \Rightarrow$$

$$\Rightarrow T^2 = (2\pi)^2\,\frac{m}{D} \Rightarrow \boxed{\mathbf{T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{D}}}} \quad (86).$$

*Η σχέση (86) μας δίνει την περίοδο σε οποιαδήποτε **γραμμική αρμονική ταλάντωση**.*

Για τη γραμμική αρμονική ταλάντωση που εξετάζουμε δείξαμε ότι D = κ. Άρα η περίοδος της ταλάντωσης από τη σχέση (86) θα είναι:

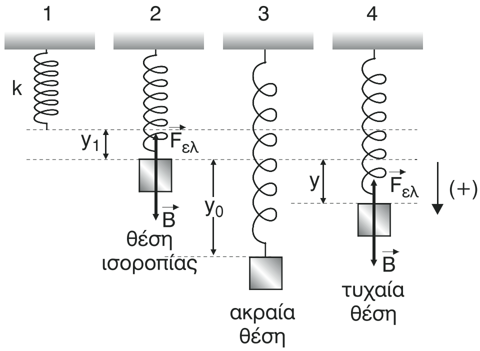
$$T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{D}} \Rightarrow \mathbf{T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{K}}} \quad (87).$$

β. Σύστημα κατακόρυφου ιδανικού ελατηρίου – μάζας.

- **Η αντίσταση του αέρα θεωρείται αμελητέα.**

– Στη θέση 1 το ιδανικό ελατήριο σταθεράς κ έχει το φυσικό του μήκος.

– Στη θέση 2 το σώμα μάζας m που κρεμάσαμε στο ελεύθερο άκρο του ελατηρίου, ισορροπεί υπό την επίδραση του βάρους του $\vec{B}$ και της δύναμης επαναφοράς $\vec{F}_{ελ,1}$ του ελατηρίου, με το ελατήριο να έχει επιμηκυνθεί κατά $ψ_1$. Από τη συνθήκη ισορροπίας έχουμε:



Σχήμα 31

$$ΣF = 0 \Rightarrow B - F_{ελ1} = 0 \Rightarrow B = F_{ελ,1} \Rightarrow \boxed{\mathbf{B = κ \cdot ψ_1}}.$$

– Στη θέση 3 έχουμε εκτρέψει το σώμα από τη θέση ισορροπίας κατά $ψ_0$ και το αφήνουμε ελεύθερο.

– Στη θέση 4 το σώμα διέρχεται από μια τυχαία θέση της κίνησής του απέχοντας από τη θέση ισορροπίας έστω ψ. Στο σώμα ασκείται το βάρος του $\vec{B}$ και η δύναμη επαναφοράς $\vec{F}_{ελ}$ του ελατηρίου με μέτρο $F_{ελ} = κ(ψ_1 + ψ)$. Θεωρώντας ως θετική φορά των δυνάμεων τη φορά της απομάκρυνσης ψ (δηλαδή την προς τα κάτω), για την αλγεβρική τιμή ΣF της συνισταμένης των δυνάμεων έχουμε:

$$\mathbf{ΣF = B - F_{ελ} \Rightarrow ΣF = B - κ(ψ_1 + ψ) \Rightarrow ΣF = B - κψ_1 - κψ \Rightarrow}$$

$$\mathbf{\Rightarrow ΣF = -κψ \Rightarrow \boxed{ΣF = -D \cdot ψ}}, \text{ όπου } D = κ.$$

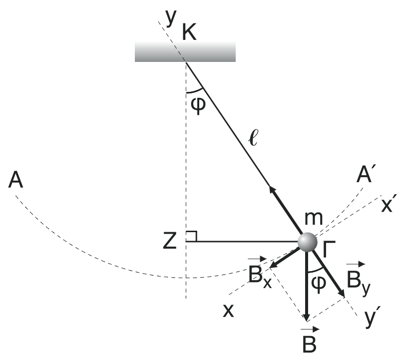
Άρα το σώμα εκτελεί γραμμική αρμονική ταλάντωση με σταθερά επαναφοράς D = κ και περίοδο $T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{D}} \Rightarrow \boxed{\mathbf{T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{K}}}}$

ΠΑΡΑΤΗΡΗΣΕΙΣ ΣΤΟ ΣΥΣΤΗΜΑ ΕΛΑΤΗΡΙΟΥ – ΜΑΖΑΣ

- *Όταν το ελατήριο είναι οριζόντιο και το σώμα ταλαντώνεται σε λείο επίπεδο η θέση φυσικού μήκους του ελατηρίου ταυτίζεται με τη θέση ισορροπίας της ταλάντωσης. Έτσι, το μέτρο της απομάκρυνσης της ταλάντωσης ταυτίζεται με την παραμόρφωση του ελατηρίου και η δυναμική ενέργεια ταλάντωσης ταυτίζεται με την ελαστική δυναμική ενέργεια του ελατηρίου.*
- *Όταν το ελατήριο είναι κατακόρυφο ή πλάγιο και δεν υπάρχουν τριβές, η θέση φυσικού μήκους του ελατηρίου βρίσκεται πιο πάνω από τη θέση ισορροπίας της ταλάντωσης. Έτσι, το μέτρο της απομάκρυνσης της ταλάντωσης δεν ταυτίζεται με την παραμόρφωση του ελατηρίου και η δυναμική ενέργεια της ταλάντωσης επίσης δεν ταυτίζεται με την ελαστική δυναμική ενέργεια του ελατηρίου.*
- *Η ελαστική δυναμική ενέργεια $E_{Δ,ελ}$ ιδανικού ελατηρίου σταθεράς κ δίνεται από τη σχέση: $E_{Δ,ελ} = \frac{1}{2}κ\,(παραμόρφωση)^2$.*
- *Το μέτρο $F_{ελ}$ της δύναμης επαναφοράς ιδανικού ελατηρίου σταθεράς κ δίνεται από τη σχέση $F_{ελ} = κ \cdot (παραμόρφωση)$.*
- *Η σταθερά επαναφοράς D της ταλάντωσης ισούται με τη σταθερά επαναφοράς κ του ελατηρίου (D = κ). Εννοείται δεν υπάρχουν τριβές.*

4.1.3. ΑΠΛΟ (Η ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΟ) ΕΚΚΡΕΜΕΣ.

Ως απλό ή μαηματικό εκκρεμές ονομάζουμε το σύστημα εκείνο που αποτελείται από ένα **αβαρές, μη εκτατό,** λεπτό νήμα μήκους, έστω ℓ, το ένα άκρο του οποίου είναι ακλόνητα στερεωμένο, ενώ στο άλλο άκρο του στερεώνουμε μικρό σφαιρίδιο μάζας, έστω m. Το σφαιρίδιο ισορροπεί με το νήμα να έχει την κατακόρυφη διεύθυνση. Αν εκτρέψουμε το σφαιρίδιο ώστε το νήμα να σχηματίζει με την κατακόρυφο μικρή γωνία (μέχρι 3°) και το αφήσουμε ελεύθερο, θα αποδείξουμε ότι εκτελεί γραμμική αρμονική ταλάντωση. Η ταλάντωση αυτή είναι **κατά προσέγγιση** γραμμική ταλάντωση αφού η τροχιά του σφαιριδίου είναι τόξο κύκλου και αποτελεί προσέγγιση ευθείας, και όχι ευθεία. Θεωρούμε την αντίσταση του αέρα αμελητέα και εκτρέπουμε το σφαιρίδιο μέχρι το σημείο Α και το αφήνουμε ελεύθερο. Σε μια τυχαία θέση, έστω Γ, της κίνησής του (σχήμα 32) σχε-



Σχήμα 32

διάζουμε τις δυνάμεις που ενεργούν στο σφαιρίδιο. Αυτές είναι η τάση $\vec{T}$ του νήματος και το βάρος $\vec{B}$ του σφαιριδίου. Αναλύουμε το βάρος $\vec{B}$ σε δύο συνιστώσες $\vec{B}_ψ$ και $\vec{B}_x$ κάθετες μεταξύ τους, από τις οποίες η $\vec{B}_ψ$ έχει τη διεύθυνση του νήματος (ψψ΄) και η $\vec{B}_x$ είναι εφαπτόμενη της τροχιάς (xx΄). Η συνισταμένη $\Sigma\vec{F}ψ$ των δυνάμεων κατά τη διεύθυνση του νήματος είναι **η απαιτούμενη κεντρομόλος δύναμη $\vec{F}_K$** (και δεν είναι $ΣF_ψ = 0$), της οποίας το μέτρο είναι $\mathbf{F_K = m \frac{υ^2}{\ell}}$, όπου υ το μέτρο της ταχύτητας του σφαιριδίου. Δηλαδή ισχύει:

$$ΣF_ψ = F_K \Rightarrow \boxed{T - B_ψ = \frac{mυ^2}{\ell}}$$

Θεωρώντας, όπως αναφέραμε, ότι το τόξο που διαγράφει το σφαιρίδιο ταυτίζεται, κατά προσέγγιση, με την απομάκρυνση x και λαμβάνοντας ως θετική φορά των δυνάμεων κατά τον άξονα xx' τη φορά της απομάκρυνσης (προς τα δεξιά) έχουμε:

$$\mathbf{ΣF_x = -B_x \Rightarrow ΣF_x = -Bημφ.}$$

Όμως: $ημφ = \frac{ΖΓ}{ΚΓ} \Rightarrow$ $\mathbf{ημφ = \frac{x}{\ell}}$ και $B = mg$, όπου g η επιτάχυνση της βαρύτητας.

Οπότε: $\mathbf{ΣF_x = -Bημφ \Rightarrow ΣF_x = -mg\frac{x}{\ell} \Rightarrow ΣF_x = -\frac{mg}{\ell}x \Rightarrow}$

$$\Rightarrow \boxed{\mathbf{ΣFx = -D \cdot x}}, \textbf{ όπου } \mathbf{D = \frac{mg}{\ell}}.$$

Άρα το σφαιρίδιο εκτελεί **γραμμική αρμονική ταλάντωση** (κατά προσέγγιση) με περίοδο

$$\mathbf{T = 2π\sqrt{\frac{m}{D}} \Rightarrow T = 2π\sqrt{\frac{m}{mg/\ell}} \Rightarrow T = 2π\sqrt{\frac{m\ell}{mg}} \Rightarrow T = 2π\sqrt{\frac{\ell}{g}} \quad (88)}$$

Προσοχή:

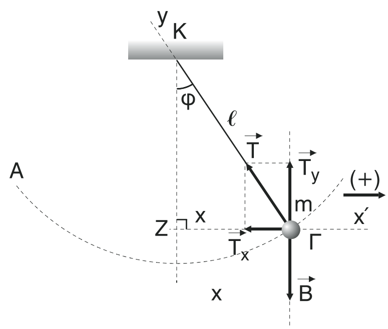
Η σχέση $T = 2π\sqrt{\frac{\ell}{g}}$ μας δείχνει την περίοδο της ταλάντωσης απλού εκκρεμούς με την προϋπόθεση ότι η μέγιστη γωνία εκτροπής δεν ξεπερνά τις 3°. Αν η γωνία εκτροπής είναι μεγάλη, η σχέση (88) ΔΕΝ ΙΣΧΥΕΙ.

Από τη σχέση $T = 2π\sqrt{\frac{\ell}{g}}$ ή ισοδύναμα $T^2 = 4π^2\frac{\ell}{g}$ προκύπτουν τα εξής:

- Η περίοδος της γραμμικής αρμονικής ταλάντωσης ενός απλού εκκρεμούς **δεν εξαρτάται** από τη **μάζα** του σφαιριδίου.
- Η περίοδος της γραμμικής αρμονικής ταλάντωσης ενός απλού εκκρεμούς είναι **ανάλογη** της **τετραγωνικής ρίζας του μήκους του εκκρεμούς** και αντιστρόφως ανάλογη της **τετραγωνικής ρίζας της επιτάχυνσης της βαρύτητας**.
- Το τετράγωνο της περιόδους της γραμμικής ταλάντωσης ενός απλού εκκρεμούς είναι **ανάλογη** του **μήκους του εκκρεμούς** και **αντιστρόφως ανάλογη** της **επιτάχυνσης της βαρύτητας.**

Μια άλλη απόδειξη (εκτός σχολικού βιβλίου) για την γραμμική αρμονική ταλάντωση του απλού εκκρεμούς.

Εκτρέπουμε το σφαιρίδιο στο σημείο Α (με γωνία εκτροπής μέχρι 3°) και το αφήνουμε ελεύθερο. Σε μια τυχαία θέση, έστω Γ, της κίνησής του σχεδιάζουμε τις δυνάμεις Τ και Β και αναλύουμε την τάση $\vec{T}$ σε δύο συνιστώσες, την $\vec{T}_\psi$ που έχει τη διεύθυνση του βάρους (ψψ') και την $\vec{T}_x$ που είναι κάθετη στην $\vec{T}_\psi$ και έχει τη διεύθυνση της απομάκρυνσης (xx'). Για τον ψψ' ισχύει:



$\Sigma F_\psi = 0 \Rightarrow T_\psi - B = 0 \Rightarrow T_\psi = B \Rightarrow$ **Τσυνφ = mg**. Επειδή $\varphi \leq 3^\circ$ ισχύει **συνφ ≅ 1**.

Άρα Τσυνφ = mg $\Rightarrow \boxed{\mathbf{T = mg}}$.

Για τον xx', θεωρώντας ως θετική φορά των δυνάμεων τη φορά της απομάκρυνσης x (προς τα δεξιά) έχουμε: $\Sigma F_x = -T_x \Rightarrow \Sigma F_x = -T\eta\mu\varphi \Rightarrow \boxed{\Sigma F_x = -mg\eta\mu\varphi}$.

Όμως: $\eta\mu\varphi = \dfrac{Z\Gamma}{K\Gamma} \Rightarrow \eta\mu\varphi = \dfrac{x}{\ell}$. Οπότε:

$$\mathbf{\Sigma F_x = -mg\eta\mu\varphi \Rightarrow \Sigma F_x = -mg\,\frac{x}{\ell} \Rightarrow \Sigma F_x = -\frac{mg}{\ell}\cdot x \Rightarrow}$$

$$\Rightarrow \mathbf{\Sigma Fx = -D\cdot x} \text{ όπου } \mathbf{D = \frac{mg}{\ell}}.$$

Άρα το σφαιρίδιο εκτελεί γραμμική αρμονική ταλάντωση (κατά προσέγγιση) με περίοδο:

$$\mathbf{T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{D}} \Rightarrow T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{mg/\ell}} \Rightarrow T = 2\pi\sqrt{\frac{m\ell}{mg}} \Rightarrow \boxed{T = 2\pi\sqrt{\frac{\ell}{g}}}}$$

ΕΡΩΤΗΣΕΙΣ ΑΝΟΙΚΤΟΥ – ΚΛΕΙΣΤΟΥ ΤΥΠΟΥ

Ερωτησεις Πολλαπλης Επιλογης

Βάλτε σε κύκλο το γράμμα με τη σωστή απάντηση.

1. Η ομαλή κυκλική κίνηση:

α. είναι περιοδική κίνηση.
β. είναι περιοδική κίνηση αλλά όχι περιοδικό φαινόμενο.
γ. είναι γραμμική ταλάντωση.
δ. είναι περιοδικό φαινόμενο αλλά όχι περιοδική κίνηση.

2. Η απλή αρμονική ταλάντωση:

α. είναι μια περιοδική όχι γραμμική κίνηση.
β. είναι μια γραμμική περιοδική κίνηση.
γ. είναι μια γραμμική όχι περιοδική κίνηση.
δ. είναι μια οποιαδήποτε ταλάντωση.

3. Από τα παρακάτω φαινόμενα δεν είναι περιοδικά:

α. η ιδιοπεριστροφή της γης.
β. η περιστροφή της γης γύρω από τον ήλιο.
γ. η ισοβαρής εκτόνωση μιας ποσότητας αερίου.
δ. η ταλάντωση ενός εκκρεμούς.

4. Σε κάθε γραμμική αρμονική ταλάντωση:

α. η απομάκρυνση είναι αρμονική (ημιτονοειδής) συνάρτηση του χρόνου.
β. η ταχύτητα είναι γραμμική συνάρτηση του χρόνου.
γ. η επιτάχυνση είναι σταθερή.
δ. η δύναμη επαναφοράς της ταλάντωσης είναι ίση με μηδέν.

5. Σε μια απλή αρμονική ταλάντωση με περίοδο Τ η χρονική εξίσωση της απομάκρυνσης είναι $\psi = \psi_0 ημωt$. Άρα:

α. τη χρονική στιγμή $t = 0$ η ταχύτητα του ταλαντούμενου σώματος είναι $υ = -υ_0$, όπου $υ_0$ η μέγιστη ταχύτητα.
β. τη χρονική στιγμή $t = 0$ το σώμα διέρχεται από τη θέση $\psi = \psi_0$.
γ. τη χρονική στιγμή $t = \frac{T}{4}$ το σώμα διέρχεται από τη θέση ισορροπίας.

δ. τη χρονική στιγμή $t = \frac{T}{2}$ το σώμα διέρχεται από τη θέση ισορροπίας με ταχύτητα $υ = -υ_0$.

6. Σε μια απλή αρμονική ταλάντωση με περίοδο Τ η χρονική εξίσωση της απομάκρυνσης είναι $ψ = ψ_0ημωt$. Άρα:

α. τη χρονική στιγμή t = 0 η απομάκρυνση είναι ψ = 0 και η επιτάχυνση $α = α_0$, όπου $α_0$ η μέγιστη επιτάχυνση.

β. η φάση της ταλάντωσης είναι ανάλογη του χρόνου.

γ. η φάση της ταλάντωσης τη χρονική στιγμή $\frac{5T}{2}$ είναι ίση με $5π \frac{rad}{s}$.

δ. τη χρονική στιγμή $t = \frac{T}{4}$ η απομάκρυνση του σώματος είναι $ψ = -ψ_0$.

7. Σε μια απλή αρμονική ταλάντωση με περίοδο Τ η χρονική εξίσωση της απομάκρυνσης είναι $x = 0{,}2ημ \frac{π}{2} t$ (SI). Άρα:

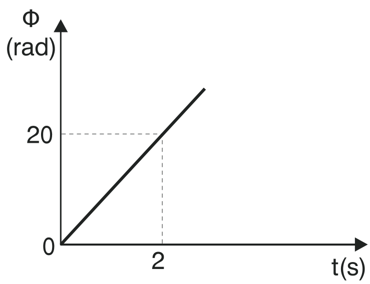
α. το πλάτος της ταλάντωσης είναι 0,2m και η μέγιστη ταχύτητα $\frac{π}{10} \frac{m}{s}$.

β. το πλάτος της ταλάντωσης είναι 0,2m και η μέγιστη επιτάχυνση $\frac{π^2}{10} \frac{m}{s^2}$.

γ. η περίοδος της ταλάντωσης είναι $\frac{1}{4}$ s.

δ. η συχνότητα της ταλάντωσης είναι 4 Hz.

8. Η διπλανή γραφική παράσταση της φάσης Φ σε συνάρτηση με το χρόνο t αναφέρεται στη φάση της απομάκρυνσης x μιας γραμμικής αρμονικής ταλάντωσης πλάτους 0,2m. Επομένως:



α. η χρονική εξίσωση της απομάκρυνσης της ταλάντωσης είναι x = 0,2ημ20t (SI).

β. η χρονική εξίσωση της ταχύτητας είναι $υ = 2ημ(10t + \frac{π}{2})$ (SI).

γ. η περίοδος της ταλάντωσης είναι Τ = 0,2πs και τη χρονική στιγμή $t = \frac{π}{20}$ s το ταλαντούμενο σώμα διέρχεται από τη θέση ισορροπίας.

δ. η φάση της απομάκρυνσης είναι Φ = 10t + π (SI).

9. Υλικό σημείο μάζας m = 0,1Kg εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση με περίοδο T = πs. Τότε:

α. η σταθερά επαναφοράς της ταλάντωσης είναι ίση με 0,4 $\frac{N}{Kg}$.

β. η μέγιστη δύναμη επαναφοράς της ταλάντωσης είναι ίση με $8 \cdot 10^{-2}$ N αν η μέγιστη ταχύτητα είναι ίση με 0,4 $\frac{m}{s}$.

γ. η μέγιστη ταχύτητα είναι ίση 0,2 $\frac{m}{s}$ αν το πλάτος της ταλάντωσης είναι 0,3 m.

δ. η μέγιστη επιτάχυνση είναι ίση με –0,8 $\frac{m}{s^2}$ αν το πλάτος της ταλάντωσης είναι 0,2m.

10. Αν η αλγεβρική τιμή x της μετατόπισης ενός υλικού σημείου που κινείται ευθύγραμμα, από τη θέση ισορροπίας που δίνεται από τη σχέση $x = 0{,}3ημ\,(20πt + \frac{π}{2})$ (SI) τότε:

α. το υλικό σημείο εκτελεί ευθύγραμμη ομαλή κίνηση.

β. το υλικό σημείο εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση και τη χρονική στιγμή t = 0 το σώμα διέρχεται από τη θέση ισορροπίας.

γ. το υλικό σημείο εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση με κυκλική συχνότητα ίση με 10π Hz.

δ. το υλικό σημείο εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση με συχνότητα ίση με 5 Hz.

11. Αν ένα υλικό σημείο εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση τότε:

α. η επιτάχυνση είναι αντίρροπη και ανάλογη της απομάκρυνσης.

β. η δύναμη επαναφοράς της ταλάντωσης είναι ομόρροπη και ανάλογη της απομάκρυνσης.

γ. η επιτάχυνση όπως και η ταχύτητα κατευθύνονται πάντα προς τη θέση ισορροπίας.

δ. η δύναμη επαναφοράς της ταλάντωσης είναι ανάλογη και αντίρροπη της ταχύτητας.

12. Σε κάθε γραμμική αρμονική ταλάντωση:

α. η ταχύτητα προηγείται σε φάση έναντι της επιτάχυνσης κατά $\frac{π}{2}$ rad.

β. η επιτάχυνση προηγείται χρονικά έναντι της ταχύτητας κατά $\frac{T}{4}$, όπου T η περίοδος της ταλάντωσης.

γ. η δύναμη επαναφοράς της ταλάντωσης και η απομάκρυνση συμμεταβάλλονται.

δ. η απομάκρυνση καθυστερεί σε φάση έναντι της ταχύτητας κατά $\frac{T}{4}$ rad, όπου Τ η περίοδος της ταλάντωσης.

13. Υλικό σημείο εκτελεί γραμμική ταλάντωση πλάτους 0,1m και περιόδου 4s. Όταν η απομάκρυνση του υλικού σημείου είναι 0,05 m το μέτρο της ταχύτητάς του είναι:

α. $\sqrt{3}\,\frac{\pi}{4}\,\frac{m}{s}$ β. $\frac{\sqrt{3}\,\pi}{20}\,\frac{m}{s}$ γ. $\frac{\sqrt{3}\,\pi}{40}\,\frac{m}{s}$ δ. $\sqrt{3}\,\frac{\pi^2}{40}\,\frac{m}{s}$

14. Υλικό σημείο εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση πλάτους 0,2 m και περιόδου 2πs. Όταν η ταχύτητα του υλικού σημείου είναι 0,1 $\frac{m}{s}$ το μέτρο της επιτάχυνσης του είναι:

α. $-\frac{\sqrt{3}}{10}\,\frac{m}{s^2}$ β. $\sqrt{3}\,\frac{m}{s}$ γ. $\frac{\sqrt{3}}{10}\,\frac{m}{s}$ δ. $0{,}3\,\frac{m}{s^2}$

15. Σε μια απλή αρμονική ταλάντωση σταθερής περιόδου Τ = πs, η σταθερά επαναφοράς της ταλάντωσης είναι D = 0,8 $\frac{N}{m}$. Αν διπλασιάσουμε το πλάτος της ταλάντωσης και τη μάζα του ταλαντούμενου σώματος:

α. η μέγιστη δύναμη επαναφοράς της ταλάντωσης θα τετραπλασιαστεί.

β. η σταθερά επαναφοράς της ταλάντωσης θα παραμείνει σταθερή.

γ. η μέγιστη ταχύτητα του σώματος που ταλαντώνεται θα υποδιπλασιαστεί.

δ. ο χρόνος που θα χρειάζεται το ταλαντούμενο σώμα να πάει από μια ακραία θέση στη θέση ισορροπίας θα διπλασιαστεί.

16. Δύο υλικά σημεία εκτελούν γραμμικές αρμονικές ταλαντώσεις, το πρώτο με απομάκρυνση ψ = 2πημπt (SI) και το δεύτερο με απομάκρυνση x = πημ2πt (SI).

α. Τα δύο υλικά σημεία διέρχονται κάθε φορά ταυτόχρονα από τη θέση ισορροπίας.

β. Στο χρονικό διάστημα από 0s έως 22s το δεύτερο υλικό σημείο θα εκτελέσει περισσότερες πλήρεις ταλαντώσεις από το πρώτο.

γ. Το μέτρο της απομάκρυνσης των δύο υλικών σημείων δεν γίνεται ποτέ μέγιστο την ίδια χρονική στιγμή.

δ. Η μέγιστη ταχύτητα του πρώτου υλικού σημείου είναι μεγαλύτερη από αυτή του δεύτερου υλικού σημείου.

17. Υλικό σημείο εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση με απομάκρυνση $\psi = \psi_0$ημωt. Αν Τ η περίοδος της ταλάντωσης τότε:

α. τις χρονικές στιγμές $\frac{T}{8}, \frac{2T}{8}$ και $\frac{3T}{8}$ η δυναμική ενέργεια ισούται με την κινητική ενέργεια ταλάντωσης.

β. τις χρονικές στιγμές $\frac{3T}{8}$ και $\frac{5T}{8}$ η ολική ενέργεια της ταλάντωσης είναι διπλάσια της κινητικής ενέργειας και τετραπλάσια της δυναμικής ενέργειας.

γ. τις χρονικές στιγμές $\frac{T}{8}$ και $\frac{5T}{8}$ η δυναμική ενέργεια είναι η μισή της ολικής ενέργειας.

δ. τις χρονικές στιγμές $\frac{T}{4}$ και $\frac{T}{2}$ η κινητική ενέργεια είναι ίση με μηδέν.

18. Υλικό σημείο εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση με απομάκρυνση $\psi = \psi_0$ημωt. Άρα:

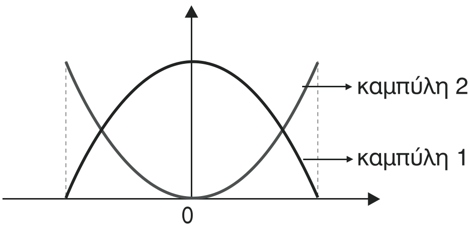
α. για τις απομακρύνσεις $\psi = \frac{\psi_0}{\sqrt{2}}$ και $\psi = \frac{-\psi_0}{\sqrt{2}}$ η ολική ενέργεια ισούται με την δυναμική ενέργεια της ταλάντωσης.

β. για τις απομακρύνσεις $\psi = \frac{\psi_0}{2}$ και $\psi = \frac{-\psi_0}{2}$ η κινητική ενέργεια ισούται με τη δυναμική ενέργεια ταλάντωσης.

γ. για τις απομακρύνσεις $\psi = \psi_0$ και $\psi = -\psi_0$ η κινητική ενέργεια ισούται με την ολική ενέργεια ταλάντωσης.

δ. για τις απομακρύνσεις $\psi = \frac{\psi_0}{\sqrt{2}}$ και $\psi = \frac{-\psi_0}{\sqrt{2}}$ η ολική ενέργεια είναι ίση με το 200 % της δυναμικής αλλά και της κινητικής ενέργειας ταλάντωσης.

19. Οι καμπύλες 1 και 2 στο διπλανό διάγραμμα αναφέρονται σε μια απλή αρμονική ταλάντωση και είναι παραβολές. Τότε:



α. η καμπύλη 1 μπορεί να αντιστοιχεί στη γραφική παράσταση δυναμικής ενέργειας – απομάκρυνσης.

β. η καμπύλη 2 αντιστοιχεί στη γραφική παράσταση κινητικής ενέργειας – χρόνου.

γ. η καμπύλη 1 μπορεί να αντιστοιχεί στη γραφική παράσταση κινητικής ενέργειας – επιτάχυνσης.

δ. η καμπύλη 2 μπορεί να αντιστοιχεί στη γραφική παράσταση δυναμικής ενέργειας – ταχύτητας.

20. Η ολική ενέργεια, σε μια απλή αρμονική ταλάντωση πλάτους ψ_0, είναι ίση με 4J. Τότε η δυναμική ενέργεια ταλάντωσης είναι ίση με 1J:

α. στις θέσεις $\psi = \frac{\psi_0}{2}$ και $\psi = \frac{-\psi_0}{2}$.

β. μόνο στη θέση $\psi = \frac{\psi_0}{\sqrt{2}}$

γ. στις θέσεις $\psi = \frac{\psi_0}{2}$ και $\psi = \frac{-\psi_0}{\sqrt{2}}$

δ. στις θέσεις που η κινητική ενέργεια είναι το 50 % της ολικής ενέργειας.

21. Υλικό σημείο μάζας 0,9Kg εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση με σταθερά 0,2 N/m και μέγιστη ταχύτητα 0,1 m/s. Τη στιγμή που η επιτάχυνση του υλικού σημείου είναι $5 \cdot 10^{-2}\ \frac{m}{s^2}$ η κινητική του ενέργεια είναι ίση με:

α. 10^{-3} J β. $0{,}5 \cdot 10^{-3}$ J γ. $0{,}25 \cdot 10^{-3}$J δ. $0{,}75 \cdot 10^{-3}$ J

22. Σώμα μάζας 1Kg εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση με πλάτος 1m και συχνότητα 0,25 Hz. Τότε, κατά τη μετάβαση του σώματος από τη θέση $x_1 = -0{,}5$m στη θέση $x_2 = 0{,}5$ m:

α. η ολική ενέργεια της ταλάντωσης αυξήθηκε.

β. η κινητική ενέργεια της ταλάντωσης μειώθηκε.

γ. η μεταβολή της κινητικής ενέργειας είναι ίση με τη μεταβολή της δυναμικής ενέργειας ταλάντωσης.

δ. η δυναμική όπως και η ολική ενέργεια παραμένει συνεχώς σταθερή.

23. Κατά τη διάρκεια μιας γραμμικής αρμονικής ταλάντωσης, όταν το ταλαντούμενο σώμα διέρχεται από ζεύγη σημείων στα οποία αντιστοιχούν αντίθετες απομακρύνσεις:

α. στα σημεία αυτά έχει ταχύτητα ίδιου μέτρου.

β. στα σημεία αυτά έχει ταχύτητες διαφορετικού μέτρου.

γ. στα σημεία αυτά η δυναμική ενέργεια ταλάντωσης είναι διαφορετική.

δ. στα σημεία αυτά η δύναμη επαναφοράς της ταλάντωσης είναι ίση με μηδέν.

24. Σώμα μάζας m εκτελεί γραμμική αρμονική ταλάντωση στερεωμένο στο ελεύθερο άκρο ιδανικού κατακόρυφου ελατηρίου σταθεράς κ. Αν διπλασιάσουμε τη μάζα του σώματος που ταλαντώνεται:

α. η σταθερά επαναφοράς της ταλάντωσης θα διπλασιαστεί.
β. η μέγιστη κινητική ενέργεια θα παραμείνει σταθερή αν διατηρήσουμε σταθερό το πλάτος της ταλάντωσης.
γ. η περίοδος της ταλάντωσης θα διπλασιαστεί.
δ. η συχνότητα της ταλάντωσης θα διπλασιαστεί.

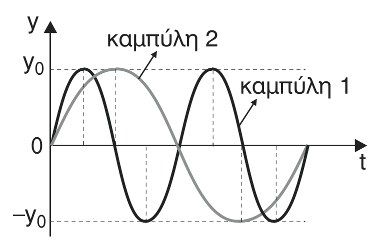
25. Σώμα μάζας m εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση στερεωμένο στο ελεύθερο άκρο ιδανικού κατακόρυφου ελατηρίου σταθερής κ. Τότε:
α. όταν το σώμα διέρχεται από τη θέση ισορροπίας η ελαστική δυναμική ενέργεια του ελατηρίου είναι ίση με μηδέν.
β. η θέση ισορροπίας ταυτίζεται με τη θέση που το ελατήριο έχει το φυσικό του μήκους.
γ. στις ακραίες θέσεις της ταλάντωσης τόσο η δυναμική ενέργεια ταλάντωσης όσο και η ελαστική δυναμική ενέργεια του ελατηρίου γίνονται μέγιστες.
δ. σε μία από τις δύο ακραίες θέσεις της ταλάντωσης η ελαστική δυναμική ενέργεια του ελατηρίου γίνεται μέγιστη.

26. Σε σύστημα ιδανικού ελατηρίου – μάζας του εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση ισχύει:

α. $D = \kappa \neq m\omega^2$ β. $D = \kappa^2 = m\omega^2$ γ. $T = 2\pi\sqrt{\dfrac{\kappa}{m}}$ δ. $D = \kappa = m\omega^2$.

27. Σε δύο κατακόρυφα ελατήρια σταθεράς κ κρεμάμε, στο ένα σώμα μάζας m και στο άλλο σώμα μάζας 4m. Θέτουμε τα δύο συστήματα σε απλή αρμονική ταλάντωση ίδιου πλάτους. Τότε:
α. η ολική ενέργεια της ταλάντωσης και στα δύο συστήματα είναι ίδια.
β. η μέγιστη ελαστική δυναμική ενέργεια και στα δύο ελατήρια είναι ίδια.
γ. η περίοδος της ταλάντωσης του σώματος m είναι διπλάσια από την περίοδο ταλάντωσης του σώματος 4 m.
δ. η μέγιστη ταχύτητα των δύο σωμάτων είναι ίδια.

28. Η καμπύλη 1, στο διπλανό διάγραμμα, αναφέρεται σε σύστημα ελατηρίου σταθεράς κ_1 – μάζας m και η καμπύλη 2 σε σύστημα ελατηρίου σταθεράς κ_2 – μάζας 4m.



i) Για τις σταθερές των ελατηρίων ισχύει:

α. $κ_1 = 2κ_2$ β. $κ_1 = κ_2$ γ. $κ_1 = \frac{κ_2}{2}$ δ. $κ_1 = 4κ_2$

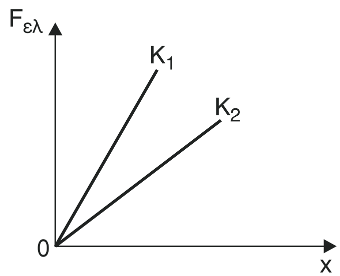
ii) Για τις ολικές ενέργειες ταλάντωσης ισχύει:

α. $E_{ολ1} = 2E_{ολ2}$ β. $E_{ολ1} = \frac{E_{ολ2}}{2}$ γ. $E_{ολ1} = E_{ολ2}$ δ. $E_{ολ1} = 4E_{ολ2}$.

29. Αν σ' ένα σύστημα ελατηρίου – μάζας που εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση διπλασιάσουμε το πλάτος, τότε:

α. η ολική ενέργεια της ταλάντωσης θα διπλασιαστεί.
β. η μέγιστη δύναμη επαναφοράς της ταλάντωσης θα διπλασιαστεί.
γ. η περίοδος της ταλάντωσης θα τετραπλασιαστεί.
δ. το μήκος της τροχιάς του ταλαντούμενου σώματος που διανύει σε χρόνο μιας περιόδου θα τετραπλασιαστεί.

30. Στο διπλανό διάγραμμα φαίνονται οι γραφικές παραστάσεις του μέτρου της δύναμης επαναφοράς $F_{ελ}$ σε συνάρτηση με την παραμόρφωση x για δύο ελατήρια 1 και 2 με σταθερές $κ_1$ και $κ_2$ αντίστοιχα. Σε κάθε ελατήριο κρεμάμε σώα μάζας m και τα θέτουμε σε απλή αρμονική ταλάντωση ίδιου πλάτους. Τότε:



α. τα σώματα ταλαντώνονται με την ίδια συχνότητα.
β. η ενέργεια της ταλάντωσης του σώματος στο ελατήριο 1 είναι μικρότερη από την ενέργεια της ταλάντωσης του σώματος στο ελατήριο 2.
γ. ο χρόνος που χρειάζεται το σώμα στο ελατήριο 1 για να πάει από τη μια ακραία θέση στην άλλη είναι μικρότερος από αυτόν που χρειάζεται το σώμα στο ελατήριο 2.
δ. η μέγιστη επιτάχυνση των δύο σωμάτων είναι ίδια.

31. Δύο εντελώς όμοια εκκρεμή εκτελούν απλή αρμονική ταλάντωση. Τότε, τα δύο εκκρεμή:

α. θα ταλαντώνονται με την ίδια περίοδο όπου κι αν βρίσκεται το καθένα.
β. θα ταλαντώνονται με την ίδια περίοδο μόνο αν βρίσκονται στον ίδιο τόπο και στο ίδιο ύψος από την επιφάνεια της θάλασσας.
γ. θα ταλαντώνονται πάντα με διαφορετική περίοδο.
δ. θα ταλαντώνονται με την ίδια περίοδο αλλά με διαφορετική συχνότητα αν βρίσκονται στον ίδιο τόπο και στο ίδιο υψόμετρο.

32. Απλό εκκρεμές εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση με περίοδο T και σταθερά επαναφοράς D. Αν τετραπλασιαστεί η μάζα του σφαιριδίου και το μήκος του νήματος:

α. η περίοδος της ταλάντωσης θα γίνει 2T και η σταθερά 2D.

β. η περίοδος της ταλάντωσης θα παραμείνει T και η σταθερά θα γίνει 2D.

γ. η περίοδος της ταλάντωσης θα παραμείνει T και η σταθερά θα παραμείνει D.

δ. η περίοδος της ταλάντωσης θα γίνει 2T και η σταθερά θα παραμείνει D.

33. Δύο απλά εκκρεμή 1 και 2 με μήκη ℓ_1 και $\ell_2 = 4\ell_1$ και μάζες m_1 και $m_2 = 2m_1$ εκτελούν απλή αρμονική ταλάντωση ίδιου πλάτους. Άρα:

α. $T_1 = \frac{T_2}{2}$ β. $E_{ολ,1} = E_{ολ,2}$ γ. $f_1 = \frac{f_2}{2}$ δ. $υ_{01} = 3υ_{02}$

34. Απλό εκκρεμές εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση. Τότε:

α. η δυναμική ενέργεια ταλάντωσης ταυτίζεται με τη βαρυτική δυναμική ενέργεια του σφαιριδίου.

β. όταν το σφαιρίδιο διέρχεται από τη θέση ισορροπίας η βαρυτική δυναμική ενέργεια του σφαιριδίου γίνεται η ελάχιστη, κατά τη διάρκεια της ταλάντωσης.

γ. η γωνία που σχηματίζει το νήμα με την κατακόρυφο, στις ακραίες θέσεις, είναι περίπου 30°.

δ. η περίοδος της ταλάντωσης είναι ανάλογη με το τετράγωνο του μήκους του νήματος.

35. Για δύο απλά εκκρεμή 1 και 2 μήκους ℓ_1, ℓ_2 αντίστοιχα, τα οποία εκτελούν απλή αρμονική ταλάντωση ισχύει $T_1 = 3T_2$, όπου T_1, T_2 οι περίοδοι των ταλαντώσεων 1 και 2 αντίστοιχα. Τότε ισχύει:

α. $\ell_1 = 3\ell_1$

β. $D_2 = 9D_1$ αν $m_1 = m_2$ (m_1, m_2 οι μάζες και D_1, D_2 οι σταθερές επαναφοράς).

γ. $\ell_1 = 9\ell_2$ μόνο αν $m_1 = m_2$.

δ. $f_1 = \frac{f_2}{9}$

36. Σφαιρίδιο βάρους 10N εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση πρώτα δεμένο στο άκρο ελατηρίου σταθεράς κ και στη συνέχεια δεμένο στο άκρο νήματος μήκους 0,1m. Αν η περίοδος των ταλαντώσεων είναι ίδια τότε η σταθερά επαναφοράς του ελατηρίου είναι:

α. $κ = 10 \frac{N}{m}$ β. $κ = 100 \frac{m}{N}$ γ. $κ = 100 \frac{N}{m}$ δ. $κ = 20 \frac{N}{m}$.

37. Εκκρεμές μήκους ℓ είναι δεμένο στην οροφή της καμπίνας ελικοπτέρου και εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση. Το ελικόπτερο κινείται κατακόρυφα προς τα πάνω με επιτάχυνση α = g όπου g η επιτάχυνση της βαρύτητας. Η περίοδος της ταλάντωσης του εκκρεμούς είναι:

α. $T = 2π \sqrt{\frac{2\ell}{g}}$ β. $T = 2π \sqrt{\frac{\ell}{g}}$ α. $T = π \sqrt{\frac{\ell}{2g}}$ α. $T = 2π \sqrt{\frac{\ell}{2g}}$

ΕΡΩΤΗΣΕΙΣ ΤΟΥ ΤΥΠΟΥ ΣΩΣΤΟ – ΛΑΘΟΣ

Χαρακτηρίστε με Σ τις παρακάτω προτάσεις, αν είναι σωστές, και με Λ αν είναι λανθασμένες.

1. Κάθε γραμμική ταλάντωση είναι απλή αρμονική ταλάντωση. Σ Λ

2. Η περιστροφή του λεπτοδείκτη ενός ρολογιού είναι περιοδική κίνηση με περίοδο 1min. Σ Λ

3. Η συχνότητα περιστροφής της γης γύρω από τον άξονά της είναι ίση με $\frac{1}{1440}$ min^{-1}. Σ Λ

4. Για την απομάκρυνση ψ σε μια γραμμική αρμονική ταλάντωση πλάτους $ψ_0$ ισχύει $-ψ_0 \leq ψ \leq ψ_0$. Σ Λ

5. Το μέτρο της απομάκρυνσης σε μια απλή αρμονική ταλάντωση πλάτους $ψ_0$, κυμαίνεται από $-ψ_0$ έως $ψ_0$. Σ Λ

6. Σώμα εκτελεί γραμμική αρμονική ταλάντωση με απομάκρυνση x = 0,1ημ10t (SI). Τη χρονική στιγμή $t = \frac{π}{40}$ s η απομάκρυνση είναι ίση με $\frac{\sqrt{2}}{20}$ και η ταχύτητα του σώματος είναι ίση με $\frac{\sqrt{2}}{2} \frac{m}{s}$ Σ Λ

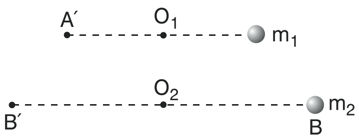
7. Αν ένα υλικό σημείο εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση και τη χρονική στιγμή t = 0 διέρχεται από τη θέση ισορροπίας με θετική ταχύτητα τότε η απομάκρυνση είναι της μορφής $x = x_0ημωt$. Σ Λ

8. Αν ένα υλικό σημείο εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση με περίοδο Τ και τη χρονική στιγμή $t = \frac{T}{4}$ έχει απομάκρυνση $\psi = \psi_0$ τότε η χρονική εξίσωση της απομάκρυνσης είναι $\psi = \psi_0 ημωt$. Σ Λ

9. Η χρονική εξίσωση της απομάκρυνσης σε μια απλή αρμονική ταλάντωση είναι η ψ = 0,25ημ20t (SI). Άρα το ταλαντούμενο σώμα τη χρονική στιγμή $t = \frac{\pi}{5}$ s το σώμα διέρχεται από τη θέση ψ = 0,25 m. Σ Λ

10. Η απομάκρυνση ενός σώματος που εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση δίνεται από την εξίσωση ψ = 0,15ημ20t (SI). Αυτό σημαίνει ότι το πλάτος της ταλάντωσης είναι 0,15m και η συχνότητα 10π Hz. Σ Λ

11. Τα σώματα με μάζες m_1 και m_2 εκτελούν απλή αρμονική ταλάντωση με περιόδους $T_1 = 3s$ και $T_2 = 5s$ αντίστοιχα. Τη χρονική στιγμή t = 0s βρίσκονται στις ακραίες θέσεις όπως φαίνεται στο διπλανό σχήμα. Τότε, τη χρονική στιγμή $t = \frac{15}{4}$ s διέρχονται από τις θέσεις ισορροπίας έχοντας αντίρροπες ταχύτητες. Σ Λ



12. Υλικό σημείο εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση με απομάκρυνση $x = 0,2ημ\frac{\pi}{4}t$ (SI). Τη χρονική στιγμή t = 3s η απομάκρυνση με την επιτάχυνση είναι ομόρροπες. Σ Λ

13. Υλικό σημείο εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση με απομάκρυνση $x = 0,4ημ\frac{\pi}{4}t$ (SI). Τις χρονικές στιγμές $t_1 = 1s$ και $t_2 = 5s$ οι απομακρύνσεις είναι αντίθετες ενώ οι ταχύτητες είναι ίσες. Σ Λ

14. Σώμα εκτελεί γραμμική αρμονική ταλάντωση με ταχύτητα υ = 5συν10t (SI). Άρα η μέγιστη απομάκρυνση του σώματος είναι ίση με 0,5 m και η περίοδος της ταλάντωσης ίση με 10s. Σ Λ

15. Δύο σώματα εκτελούν απλή αρμονική ταλάντωση, το πρώτο με απομάκρυνση $x_1 = 0,4ημ5t$ (SI) και το δεύτερο με απομάκρυνση $x_2 = 0{,}5ημ5t$ (SI). Τότε, κάθε χρονική στιγμή, το μέτρο της ταχύτητας του πρώτου σώματος είναι μεγαλύτερο από το μέτρο της ταχύτητας του δεύτερου ενώ η αλγεβρική τιμή της επιτάχυνσης του πρώτου είναι μικρότερη από την αλγεβρική τιμή της επιτάχυνσης του δεύτερου σώματος. Σ Λ

16. Η αλγεβρική τιμή της δύναμης επαναφοράς σε μια απλή αρμονική ταλάντωση γίνεται μέγιστη στη θέση $ψ = -ψ_0$. Σ Λ

17. Η απομάκρυνση ενός σώματος που εκτελεί γραμμική αρμονική ταλάντωση είναι $x = x_0ημ(ωt + \frac{π}{2})$. Άρα, τη χρονική στιγμή $t = 0$ το σώμα διέρχεται από τη θέση $x = x_0$. Σ Λ

18. Αν τη χρονική στιγμή $t = 0$ η απομάκρυνση ενός σώματος που εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση είναι $ψ = ψ_0$. Άρα, η χρονική εξίσωση της ταχύτητας είναι $υ = υ_0συν(ωt + \frac{3π}{2})$. Σ Λ

19. Υλικό σημείο εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση πλάτους $ψ_0$. Τότε για απομάκρυνση $ψ = \frac{-ψ_0}{2}$ η δυναμική ενέργεια ισούται με το μισό της ολικής ενέργειας ταλάντωσης. Σ Λ

20. Σε μια απλή αρμονική ταλάντωση ο ρυθμός μείωσης της δυναμικής ενέργειας ισούται με το ρυθμό αύξησης της κινητικής ενέργειας κάθε χρονική στιγμή, και αντιστρόφως. Σ Λ

21. Κατά τη διάρκεια μιας απλής αρμονικής ταλάντωσης η ταχύτητα του ταλαντούμενου σώματος κάποια στιγμή είναι ίση με $-2\,\frac{m}{s}$ και η επιτάχυνση είναι ίση με $-\sqrt{5}\,\frac{m}{s^2}$. Αν η κυκλική συχνότητα είναι ίση με $1\,\frac{rad}{s}$ τότε η ελάχιστη ταχύτητα του σώματος είναι ίση με $-3\,\frac{m}{s}$. Σ Λ

22. Η ολική ενέργεια σε μια απλή αρμονική ταλάντωση είναι ίση με $\frac{F_0^2}{2D}$, όπου F_0 η μέγιστη δύναμη επαναφοράς και D η σταθερά επαναφοράς της ταλάντωσης. Σ Λ

23. Ο ρυθμός μεταβολής της δυναμικής ενέργειας σε μια απλή αρμονική ταλάντωση γίνεται μέγιστος, κατ' απόλυτη τιμή, στις ακραίες θέσεις. Σ Λ

24. Ο ρυθμός μεταβολής της κινητικής ενέργειας σε μια απλή αρμονική ταλάντωση γίνεται μέγιστος, κατ' απόλυτη τιμή, στη θέση ισορροπίας. Σ Λ

25. Ο ρυθμός μεταβολής της δυναμικής ενέργειας σε μια απλή αρμονική ταλάντωση γίνεται μέγιστος, κατ' απόλυτη τιμή, στη θέση ισορροπίας. Σ Λ

26. Ο ρυθμός μεταβολής της κινητικής ενέργειας σε μια απλή αρμονική ταλάντωση γίνεται μέγιστος, κατ' απόλυτη τιμή, στις ακραίες θέσεις. Σ Λ

27. Ο ρυθμός μεταβολής της δυναμικής ενέργειας σε μια απλή αρμονική ταλάντωση είναι ίσος με μηδέν στις ακραίες θέσεις. Σ Λ

28. Ο ρυθμός μεταβολής της κινητικής ενέργειας σε μια απλή αρμονική ταλάντωση είναι ίσος με μηδέν στη θέση ισορροπίας. Σ Λ

29. Ο ρυθμός μεταβολής της ολικής ενέργειας σε μια απλή αρμονική ταλάντωση είναι ίσος με μηδέν σε κάθε χρονική στιγμή.

30. Σε μια απλή αρμονική ταλάντωση ο ρυθμός μεταβολής της δυναμικής ενέργειας, ισούται, κατ' απόλυτη τιμή, με τον ρυθμό μεταβολής της κινητικής ενέργειας, κάθε χρονική στιγμή. Σ Λ

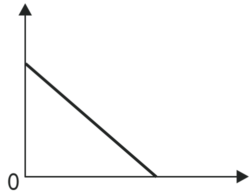
31. Η δυναμική, όπως και η κινητική ενέργεια σε μια απλή αρμονική ταλάντωση, μεταβάλλονται με σταθερό ρυθμό. Σ Λ

32. Κατ' απόλυτη τιμή, ο ρυθμός μεταβολής της δυναμικής και της κινητικής ενέργειας, σε μια απλή αρμονική ταλάντωση, αποκτούν ταυτόχρονα τις μέγιστες και ελάχιστες τιμές τους. Σ Λ

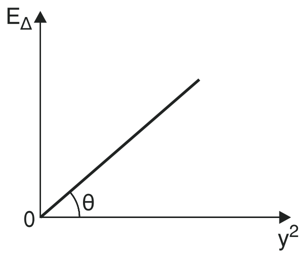
33. Η δυναμική και η κινητική ενέργεια σε μια απλή αρμονική ταλάντωση παίρνουν τις μέγιστες και ελάχιστες τιμές τους με χρονική διαφορά $\frac{T}{4}$ η μία από την άλλη (Τ η περίοδος της ταλάντωσης). Σ Λ

34. Η δυναμική, η κινητική και η ολική ενέργεια σε μια απλή αρμονική ταλάντωση μεταβάλλονται αρμονικά σε συνάρτηση με το χρόνο. Σ Λ

35. Το διπλανό διάγραμμα μπορεί να αντιστοιχεί τόσο στη γραφική παράσταση δυναμικής ενέργειας – κινητικής ενέργειας σε μια απλή αρμονική ταλάντωση, όσο και στη γραφική παράσταση κινητικής ενέργειας – δυναμικής ενέργειας. Σ Λ



36. Στο διπλανό διάγραμμα φαίνεται η γραφική παράσταση δυναμικής ενέργειας – τετράγωνο απομάκρυνσης, $[E_\Delta = f(\psi^2)]$, σε μια απλή αρμονική ταλάντωση. Τότε θα ισχύει $2\varepsilon\varphi\theta = \frac{F_0}{\psi_0}$, όπου F_0 η μέγιστη δύναμη επαναφοράς και ψ_0 το πλάτος της ταλάντωσης. Σ Λ



37. Η καμπύλη στη γραφική παράσταση κινητικής ενέργειας – τετράγωνο ταχύτητας, $[E_K = f(\upsilon^2)]$, σε μια απλή αρμονική ταλάντωση έχει σταθερή κλίση. Σ Λ

38. Υλικό σημείο εκτελεί γραμμική αρμονική ταλάντωση με απομάκρυνση $x = x_0\eta\mu\omega t$. Τότε η δυναμική ενέργεια ισούται με την κινητική ενέργεια ταλάντωση όλες τις χρονικές στιγμές που είναι ακέραια πολλαπλάσια του $\frac{T}{8}$, όπου Τ η περίοδος της ταλάντωσης. Σ Λ

39. Η σχέση ανάμεσα στην ταχύτητα υ και την απομάκρυνση x σε μια απλή αρμονική ταλάντωση είναι η: $\upsilon = \omega x_0 - \omega x$, όπου ω η κυκλική συχνότητα και x0 η μέγιστη απομάκρυνση. Σ Λ

40. Η σχέση ανάμεσα στην επιτάχυνση α και την ταχύτητα υ σε μια απλή αρμονική ταλάντωση είναι η: $\alpha^2 = \omega^2\upsilon_0^2 - \omega^2\upsilon^2$, όπου ω η κυκλική συχνότητα και υ_0 η μέγιστη ταχύτητα. Σ Λ

41. Η σχέση ανάμεσα στη δύναμη επαναφοράς F και την ταχύτητα υ σε μια απλή αρμονική ταλάντωση είναι η: $F^2 = mDυ_0^2 - mDυ^2$, όπου και η μάζα του ταλαντούμενου σώματος, $υ_0$ η μέγιστη ταχύτητα και D η σταθερά επαναφοράς της ταλάντωσης. Σ Λ

42. Σύστημα ιδανικού ελατηρίου – μάζας εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση, πρώτα με το ελατήριο οριζόντιο και στη συνέχεια με το ελατήριο κατακόρυφο. Στην πρώτη περίπτωση η περίοδος της ταλάντωσης είναι μικρότερη. Σ Λ

43. Σύστημα κατακόρυφου ιδανικού ελατηρίου – μάζας εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση. Αν αυξήσουμε τη μάζα η θέση ισορροπίας της ταλάντωσης δεν μεταβάλλεται. Σ Λ

44. Σύστημα οριζόντιου ελατηρίου – μάζας εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση. Αν υποτετραπλασιάσουμε τη μάζα, η σταθερά επαναφοράς της ταλάντωσης θα παραμείνει σταθερή ενώ η περίοδος θα υποδιπλασιαστεί. Σ Λ

45. Σώμα εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση δεμένο στο ελεύθερο άκρο κατακόρυφου ιδανικού ελατηρίου. Αν διπλασιάσουμε το πλάτος της ταλάντωσης, η περίοδος θα διπλασιαστεί. Σ Λ

46. Η δυναμική ενέργεια ταλάντωσης ενός συστήματος κατακόρυφου ιδανικού ελατηρίου – μάζας δίνεται από τη σχέση $E_{ολ} = \frac{1}{2}κx^2$, όπου κ η σταθερά επαναφοράς του ελατηρίου και x η παραμόρφωση του ελατηρίου. Σ Λ

47. Σε σύστημα κατακόρυφου ιδανικού ελατηρίου – μάζας η δύναμη επαναφοράς της ταλάντωσης δεν ταυτίζεται με τη δύναμη επαναφοράς του ελατηρίου. Σ Λ

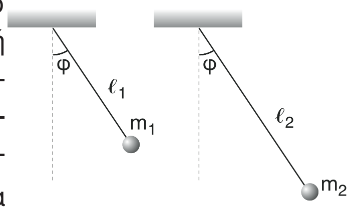
48. Σώμα εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση δεμένο στο ελεύθερο άκρο οριζόντιο ιδανικού ελατηρίου. Αν τετραπλασιάσουμε τη μάζα του σώματος και υποδιπλασιάσουμε το πλάτος της ταλάντωσης τότε η μέγιστη ενέργεια θα παραμείνει σταθερή. Σ Λ

49. Εκτρέπουμε από τη θέση ισορροπίας το σφαιρίδιο απλού εκκρεμούς ώστε το νήμα να σχηματίζει γωνία 45˚ με την κατακόρυφο, και το αφήνουμε ελεύθερο. Τότε το σφαιρίδιο εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση. Σ Λ

50. Εκτρέπουμε από τη θέση ισορροπίας το σφαιρίδιο απλού εκκρεμούς ώστε το νήμα να σχηματίζει γωνία 30˚ με την κατακόρυφο, και το αφήνουμε ελεύθερο. Τότε το σφαιρίδιο εκτελεί μια περιοδική κίνηση με περίοδο $T = 2\pi\sqrt{\frac{\ell}{g}}$, όπου ℓ το μήκος του νήματος και g η επιτάχυνση της βαρύτητας. Σ Λ

51. Απλό εκκρεμές εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση στην επιφάνεια της γης όπου η επιτάχυνση της βαρύτητας είναι g κάνοντας σε 2s, 20 πλήρεις ταλαντώσεις. Ένα δεύτερο εκκρεμές, όμοια με το πρώτο, εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση στην επιφάνεια ενός πλανήτη όπου η επιτάχυνση της βαρύτητας είναι $\frac{g}{4}$. Το δεύτερο εκκρεμές θα εκτελεί 20 πλήρεις ταλαντώσεις σε 4s. Σ Λ

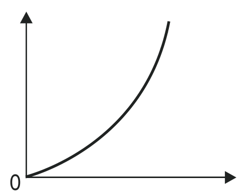
52. Τα δύο εκκρεμή στο διπλανό σχήμα εκτελούν απλή αρμονική ταλάντωση βρισκόμενο στη μέγιστη απομάκρυνσή τους. Αν ισχύουν, $m_1 = m_2$ και $\ell_2 > \ell_1$ τότε η ολική ενέργεια είναι σίγουρα η ίδια και στις δύο ταλαντώσεις.



Σ Λ

53. Η συχνότητα ενός απλού εκκρεμούς που εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση είναι αντιστρόφως ανάλογη του μήκους του εκκρεμούς. Σ Λ

54. Αν η καμπύλη στο διπλανό διάγραμμα είναι παραβολή τότε μπορεί να αντιστοιχεί στη γραφική παράσταση $\ell = f(T)$, όπου ℓ το μήκος και T η περίοδος ενός απλού εκκρεμούς που εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση.



Σ Λ

ΕΡΩΤΗΣΕΙΣ ΑΝΤΙΣΤΟΙΧΙΣΗΣ

Να αντιστοιχίσετε τα στοιχεία της αριστερής στήλης με αυτά της δεξιάς. Κάποιο στοιχείο σε μία από τις δύο στήλες μπορεί να περισσεύει.

1.

Χρονική εξίσωση στο SI	**Πλάτος και περίοδος**
Α. $\psi = 0{,}1\eta\mu 10t$	α. $\psi_0 = 0{,}4m$ και $T = 2\pi s$
Β. $\psi = 0{,}1\eta\mu(10\pi t + \frac{\pi}{3})$	β. $\psi_0 = 0{,}1m$ και $T = 0{,}2s$
Γ. $\psi = 0{,}4\ \eta\mu \frac{\pi}{2} t$	γ. $\psi_0 = 0{,}4m$ και $T = 1s$
Δ. $\psi = 0{,}4\eta\mu 2\pi t$	δ. $\psi_0 = 0{,}1m$ και $T = 0{,}1\pi s$
Ε. $\psi = 0{,}4\eta\mu t$	ε. $\psi_0 = 0{,}4m$ και $T = 4s$
	στ. $\psi_0 = 0{,}1m$ και $T = 0{,}2\pi s$

2.

Χρονική εξίσωση στο SI	**Πλάτος και περίοδος**
Α. $\upsilon = 0{,}3\ \sigma\upsilon\nu t$	α. $x_0 = 0{,}3m$ και $T = 2\pi s$
Β. $\upsilon = 20\pi\sigma\upsilon\nu(20\pi t + \frac{\pi}{4})$	β. $x_0 = 1m$ και $T = 0{,}1s$
Γ. $\alpha = -20\eta\mu 10t$	γ. $x_0 = 0{,}5m$ και $T = \pi s$
Δ. $\alpha = 2\eta\mu 4t$	δ. $x_0 = 0{,}2m$ και $T= 0{,}2\pi s$
Ε. $\upsilon = 3\eta\mu 3t$	ε. $x_0 = 0{,}2m$ και $T = 2\pi/3\ s$
	στ. $x_0 = 1m$ και $T = 3s$

3.

Στήλη Α	**Στήλη Β**
Α. ψ_0	α. $\omega \cdot x_0^2$
Β. α_0	β. $\frac{\upsilon_0}{\omega}$
Γ. D	γ. $m\omega^2 \cdot x_0$
Δ. F_0	δ. $\frac{4\pi^2 m}{T^2}$
	στ. $\omega^2 \cdot x_0$

4. **Στήλη Α**

Α. Ολική ενέργεια

Β. Δυναμική ενέργεια

Γ. Κινητική ενέργεια

Δ. Συχνότητα ταλάντωσης απλού εκκρεμούς

Ε. Περίοδος ταλάντωσης σε σύστημα ελατήριο – μάζα

Στήλη Β

α. $\frac{1}{2}mu_0^2$

β. $\frac{1}{2}Dx_0^2 - \frac{1}{2}Dx^2$

γ. $\frac{1}{2}Dx^2$

δ. $2\pi\sqrt{\frac{g}{\ell}}$

ε. $2\pi\sqrt{\frac{m}{K}}$

στ. $\sqrt{\frac{g}{4\pi^2\ell}}$

5. **Στήλη Α**

Α. $x = \pm x_0$

Β. $x = \pm \frac{x_0}{2}$

Γ. $X = 0$

Δ. $x = \pm \frac{x_0}{\sqrt{2}}$

Ε. $x = \pm \frac{x_0}{3}$

Στήλη Β

α. $E_\kappa = E_{o\lambda}$

β. $E_\Delta = \frac{E_{o\lambda}}{3}$

γ. $E_\Delta = E_{o\lambda}$

δ. $E_\kappa = 3E_\Delta$

ε. $E_{o\lambda} = 2E_\kappa$

στ. $E_{o\lambda} = 9E_\Delta$

ΣΥΜΠΛΗΡΩΣΗ ΚΕΝΩΝ

Να συμπληρώσετε τα κενά με τις κατάλληλες λέξεις στις παρακάτω προτάσεις.

1. Σε κάθε γραμμική .... ταλάντωση η απομάκρυνση του ταλαντούμενου σώματος είναι αρμονική συνάρτηση του .... Η .... επαναφοράς της ταλάντωσης είναι ομόρροπη με την .... και .... με την απομάκρυνση.

2. Η .... ενέργεια σε μια απλή αρμονική .... παραμένει .... και ισούται με το .... της .... και της κινητικής .... ταλάντωσης κάθε χρονική στιγμή.

3. Όταν ένα σώμα που εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση απομακρύνεται από τη θέση .... της, η .... ενέργεια ...., η κινητική ενέργεια μειώνεται ενώ η .... ενέργεια της ταλάντωσης .... μεταβάλλεται.

4. Η .... της ταλάντωσης ενός απλού .... είναι .... με την .... της επιτάχυνσης της βαρύτητας και .... με την .... του .... του εκκρεμούς, με την προϋπόθεση ότι η αρχική γωνία εκτροπής από την κατακόρυφο δεν ξεπερνά τις ....

ΛΥΜΕΝΑ ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΑ

Πρόβλημα 1

Η απομάκρυνση ενός σώματος που εκτελεί γραμμική αρμονική ταλάντωση δίνεται από την εξίσωση $\psi = 0{,}2\eta\mu\frac{\pi}{2}t$ (SI). Βρείτε:

α. την απομάκρυνση του σώματος τη χρονική στιγμή t = 3s.

β. τη χρονική στιγμή που η απομάκρυνση του σώματος γίνεται ψ = 0,1m για πρώτη φορά στο χρονικό διάστημα από 0 έως Τ (Τ η περίοδος της ταλάντωσης).

γ. τη μέγιστη ταχύτητα και τη μέγιστη επιτάχυνση του σώματος.

Λύση

Δεδομένα	***Ζητούμενα***
$\psi = 0{,}2\eta\mu\frac{\pi}{2}t$ (SI)	α. ψ = ;
	β. t = ; για πρώτη φορά από 0 – Τ
t = 3s	
ψ = 0,1m	γ. υ_0 = ; , α_0 = ;

Η εξίσωση $\psi = 0{,}2\eta\mu\frac{\pi}{2}t$ (SI) (1) είναι της μορφής $\psi = \psi_0\eta\mu\omega t$ (2). Με αντιστοίχιση των εξισώσεων (1) και (2) προκύπτει ότι το πλάτος της ταλάντωσης είναι $\psi_0 = 0{,}2m$ και η κυκλική συχνότητα είναι $\omega = \frac{\pi}{2}\frac{rad}{s}$. Η περίοδος της ταλάντωσης είναι $T = \frac{2\pi}{\omega} \Rightarrow T = \frac{2\pi}{\pi/2} \Rightarrow T = \frac{4\pi}{\pi}s \Rightarrow T = 4s$.

α. Για t = 3s από τη σχέση (1) προκύπτει: $(1) \overset{S.I.}{\Rightarrow} \psi = 0{,}2\eta\mu\frac{\pi}{2}\cdot 3\ m \Rightarrow$

$\Rightarrow \psi = 0{,}2\eta\mu\frac{3\pi}{2}m \Rightarrow \psi = 0{,}2\cdot(-1)m \Rightarrow \psi = -0{,}2m$.

β. Έχουμε ότι $\psi = 0{,}1m \Rightarrow 0{,}2\eta\mu\frac{\pi}{2}t = 0{,}1 \Rightarrow \eta\mu\frac{\pi}{2}t = \frac{0{,}1}{0{,}2} \Rightarrow \eta\mu\frac{\pi}{2}t = \frac{1}{2} \Rightarrow$

$$\Rightarrow \eta\mu\frac{\pi}{2}t = \eta\mu\frac{\pi}{6} \Rightarrow \begin{matrix}\frac{\pi}{2}t = 2\kappa\pi + \frac{\pi}{6}\\ \frac{\pi}{2}t = 2\kappa\pi + \pi - \frac{\pi}{6}\end{matrix} \Rightarrow \begin{cases}3\pi t = 12\kappa\pi + \pi\\ 3\pi t = 12\kappa\pi + 6\pi - \pi\end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} 3t = 12\kappa + 1 \\ 3t = 12\kappa + 6 - 1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} t = 4\kappa + \dfrac{1}{3} \ (3) \\ t = 4\kappa + \dfrac{5}{3} \ (4) \end{cases} \kappa \in Z$$

Από τις σχέσεις (3) και (4) προκύπτουν άπειρες χρονικές στιγμές για τις οποίες ισχύει $\psi = 0{,}1m$. Μας ενδιαφέρουν όμως οι χρονικές στιγμές που ανήκουν στο χρονικό διάστημα από 0 έως T δηλαδή από 0s έως 4s. Άρα πρέπει:

$$0 \le t \le T \Rightarrow 0 \le 4\kappa + \frac{1}{3} \le 4 \Rightarrow 0 \le 12\kappa + 1 \le 12 \Rightarrow -1 \le 12\kappa \le 11 \Rightarrow$$

$$\overset{\kappa \in Z}{\Rightarrow} -\frac{1}{12} \le \kappa \le \frac{11}{12} \Rightarrow \kappa = 0.$$ Επομένως από σχέση (3) $\Rightarrow$ $\boxed{t = \frac{1}{3}s = t_1}$.

Επίσης:

$$0 \le t \le T \Rightarrow 0 \le 4\kappa + \frac{5}{3} \le 4 \Rightarrow 0 \le 12\kappa + 5 \le 12 \Rightarrow -5 \le 12\kappa \le 7 \Rightarrow$$

$$\overset{\kappa \in Z}{\Rightarrow} -\frac{5}{12} \le \kappa \le \frac{7}{12} \Rightarrow \kappa = 0.$$

Επομένως από σχέση (4) $\Rightarrow$ $\boxed{t = \frac{5}{3}s = t_2}$.

Όμως, επειδή ψάχνουμε τη χρονική στιγμή για την οποία $\psi = 0{,}1$ m για πρώτη φορά η ζητούμενη χρονική στιγμή είναι η μικρότερη από τις δύο, δηλαδή η χρονική στιγμή $\boxed{t_1 = \frac{1}{3}s}$.

γ. Για τη μέγιστη ταχύτητα έχουμε: $\upsilon_0 = \omega \cdot \psi_0 \Rightarrow \upsilon_0 = \frac{\pi}{2} \cdot 0{,}2 \frac{m}{s} \Rightarrow$

$$\Rightarrow \boxed{\upsilon_0 = 0{,}1\,\pi \frac{m}{s}}$$

Για τη μέγιστη επιτάχυνση έχουμε: $\alpha_0 = \omega^2 \cdot \psi_0 \Rightarrow \alpha_0 = \frac{\pi^2}{4} \cdot 0{,}2 \frac{m}{s^2} \Rightarrow$

$$\Rightarrow \boxed{\alpha_0 = 0{,}05\,\pi^2 \frac{m}{s^2}}.$$

Πρόβλημα 2

Υλικό σημείο εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση πλάτους $x_0 = 0{,}6m$ με συχνότητα $f = 0{,}5$ Hz. Βρείτε την απομάκρυνση του υλικού σημείου στην οποία η ταχύτητά του είναι $\upsilon = 0{,}4\pi$ m/s.

Λύση

Δεδομένα	***Ζητούμενα***
$x_0 = 0{,}6m$	$x = ;$
$f = 0{,}5$ Hz	
$υ = 0{,}4\ π$ m\s	

Για την απομάκρυνση x που ψάχνουμε ισχύει:

$E_{ολ} = E_κ + E_Δ$ (1), όπου,

$E_{ολ} = \frac{1}{2} Dx_0^2$ η ολική ενέργεια της ταλάντωσης με $D = mω^2$ (D η σταθερά επαναφοράς της ταλάντωσης, m η μάζα του υλικού σημείου $ω = 2πf$ η κυκλική συχνότητα),

$E_κ = \frac{1}{2} m \cdot υ^2$ η κινητική ενέργεια της ταλάντωσης και

$E_Δ = \frac{1}{2} Dx^2$ η δυναμική ενέργεια της ταλάντωσης. Έτσι:

από σχέση (1) $\Rightarrow \frac{1}{2} Dx_0^2 = \frac{1}{2} mυ^2 + \frac{1}{2} Dx^2 \Rightarrow Dx_0^2 = mυ^2 + Dx^2 \Rightarrow$

$mω^2x_0^2 = mυ^2 + mω^2x^2 \Rightarrow ω^2x_0^2 = υ^2 + ω^2x^2 \Rightarrow ω^2x_0^2 - υ^2 = ω^2x^2 \Rightarrow$

$\Rightarrow x^2 = \frac{ω^2x_0^2 - υ^2}{ω^2}$ (2). Όμως $ω = 2πf \overset{S.I.}{\Rightarrow} ω = 2π \cdot 0{,}5 \frac{rad}{s} \Rightarrow ω = π \frac{rad}{s}$

Άρα, από σχέση (2) $\overset{S.I.}{\Rightarrow} x^2 = \frac{π^2 \cdot 0{,}6^2 - (0{,}4π)^2}{π^2} m^2 \Rightarrow x^2 = \frac{0{,}6^2π^2 - 0{,}4^2π^2}{π^2} m^2 \Rightarrow$

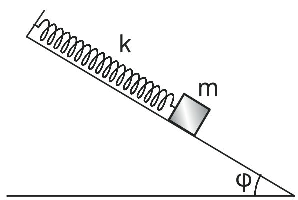
$\Rightarrow x^2 = \frac{π^2(0{,}6^2 - 0{,}4^2)}{π^2} m^2 \Rightarrow x^2 = (0{,}6^2 - 0{,}4^2)m^2 \Rightarrow x^2 = (0{,}36–0{,}16)^2\, m^2 \Rightarrow$

$\Rightarrow x^2 = 0{,}2m^2 \Rightarrow x^2 = \frac{1}{5} m^2 \Rightarrow x = \pm \frac{1}{\sqrt{5}} m \Rightarrow x = \pm \frac{\sqrt{5}}{5} m.$

Πρόβλημα 3

(Πρόβλημα 16 του σχολικού βιβλίου).

Το σώμα μάζας 0,1Kg που φαίνεται στην εικόνα αρχικά ηρεμεί πάνω στο λείο κεκλιμένο επίπεδο δεμένο στο άκρο ελατηρίου σταθεράς 10 N/m. Αν το απομακρύνουμε λίγο από τη θέση του κατά τη διεύθυνση του άξονα του ελατηρίου:



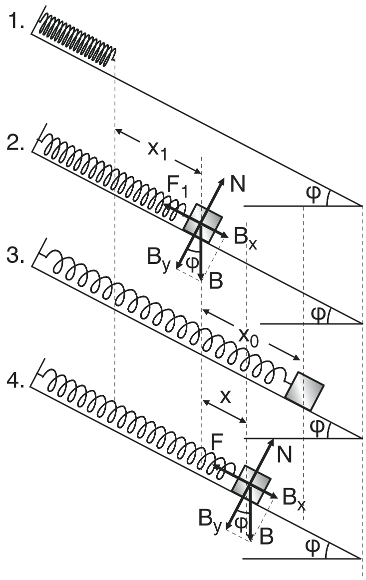
α) να δείξετε ότι θα εκτελέσει Γ.Α.Τ. (Γραμμική Αρμονική Ταλάντωση).

β) να βρείτε την περίοδό του.

Λύση

Δεδομένα	*Ζητούμενα*
$m = 0,1\ Kg$	α) Γ.Α.Τ.
$\kappa = 10\ \dfrac{N}{m}$	β) $T = ;$

α. Στο διπλανό σχήμα στη θέση 1 το ελατήριο σταθεράς κ έχει το φυσικό του μήκος. Στη θέση 2 το σώμα μάζας m ισορροπεί πάνω στο λείο κεκλιμένο επίπεδο υπό την επίδραση του βάρους του $\vec{B}$ της κάθετης αντίδρασης $\vec{N}$ και της δύναμης επαναφοράς $\vec{F}_1$ του ελατηρίου με μέτρο $F_1 = \kappa x_1$ (x_1 η παραμόρφωση του ελατηρίου).



Αναλύουμε το βάρος $\vec{B}$ σε δύο συνιστώσες $\vec{B}_x$ και $\vec{B}_\psi$. Η $\vec{B}_x$ έχει τη διεύθυνση του κεκλιμένου επιπέδου (xx΄) και η $\vec{B}_\psi$ είναι κάθετη στο κεκλιμένο επίπεδο (ψψ'). Στον άξονα ψψ' ισχύει $\Sigma F_\psi = 0$ και στον xx' $\Sigma F_x = 0 \Rightarrow B_x - F_1 = 0 \Rightarrow B_x = F_1 \Rightarrow$ $B_x = \kappa x_1$ (1).

Στη θέση 3 έχουμε εκτρέψει το σώμα κατά x_0 από τη θέση ισορροπίας κατά μήκος του κεκλιμένου επιπέδου, και το αφήνουμε ελεύθερο. Στη θέση 4 το σώμα διέρχεται από μια τυχαία θέση της τροχιάς του υπό την επίδραση του βάρους του $\vec{B}$, της κάθετης αντίδρασης $\vec{B}$ και της δύναμης επαναφοράς $\vec{F}$ του ελατηρίου με μέτρο $F_{\varepsilon\lambda} = \kappa(x_1 + x)$, (x η απομάκρυνση του σώματος από τη θέση ισορροπίας).

Επειδή $\Sigma F_\psi = 0$ η συνισταμένη $\Sigma\vec{F}$ όλων των δυνάμεων θα ισούται με $\Sigma\vec{F}_x$, δηλαδή $\Sigma\vec{F} = \Sigma\vec{F}_x$. Θεωρώντας ως θετική φορά των δυνάμεων στο xx' τη φορά της απομάκρυνσης, δηλαδή προς τα κάτω έχουμε:

$$\Sigma F = \Sigma F_x \Rightarrow \Sigma F = B_x - F \Rightarrow \Sigma F = B_x - \kappa(x_1 + x) \Rightarrow \Sigma F = B_x - \kappa x_1 - \kappa x \overset{(1)}{\Rightarrow}$$

$$\Rightarrow \Sigma F = B_x - B_x - \kappa \cdot x \Rightarrow \Sigma F = -\kappa x \Rightarrow \Sigma F = -D \cdot x, \text{ όπου } D = \kappa = 10\ \frac{N}{m}.$$

Άρα το σώμα εκτελεί γραμμική αρμονική ταλάντωση.

β. Η περίοδος της ταλάντωσης είναι $T = 2\pi\sqrt{\dfrac{m}{D}} \Rightarrow T = 2\pi\sqrt{\dfrac{m}{K}} \Rightarrow$

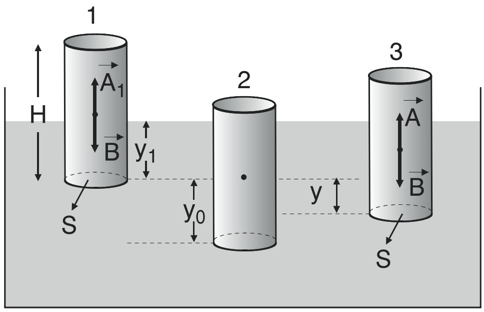
$$\overset{S.I.}{\Rightarrow} T = 2\pi\sqrt{\frac{0,1}{10}}\ s \Rightarrow T = 2\pi\sqrt{0,01}\ s \Rightarrow T = 2\pi \cdot 0,1\ s \Rightarrow \mathbf{T = 0,2\ \pi s}$$

Πρόβλημα 4

Συμπαγής κύλινδρος ύψους Η με εμβαδό βάσης S, ισορροπεί με τις βάσεις του οριζόντιες, βυθισμένες κατά ένα μέρος, μέσα σε υγρό πυκνότητας du. Βυθίζουμε τον κύλινδρο κατακόρυφα προς τα κάτω και τον αφήνουμε ελεύθερο. Αν dκ η πυκνότητα του κυλίνδρου με dκ < du, να αποδείξετε ότι ο κύλινδρος θα εκτελέσει απλή αρμονική ταλάντωση και να βρείτε την περίοδό της. Δίνεται η επιτάχυνση της βαρύτητας g. Οι μόνες δυνάμεις που ενεργούν στον κύλινδρο είναι το βάρος και η άνωση.

Λύση

Δεδομένα	***Ζητούμενα***
Η, $d_υ$, $d_κ$, $d_κ<d_υ$	*Α.Α.Τ. (Απλή Αρμονική Ταλάντωση).*
S, g;	*T = ;*



Στη θέση 1 ο κύλινδρος ισορροπεί υπό την επίδραση του βάρους του $\vec{B}$ και της άνωσης $\vec{A}_1$ που δέχεται από το υγρό έτσι ώστε να είναι βυθισμένος κατά $ψ_1$.

Υπενθύμιση: «Γνωρίζουμε ότι το μέτρο Α της άνωσης ισούται με το βάρος $B_{εκ}$ του υγρού που εκτοπίζει ο κύλινδρος. Δηλαδή

$$A = B_{εκτ} \Rightarrow A = m_{εκτ} \cdot g \Rightarrow A = d_υ \cdot V_{βυθ} \cdot g \Rightarrow A = d_υ \cdot S \cdot ψ \cdot g \ (1),$$

όπου $m_{εκτ}$ η μάζα του εκτοπιζόμενου υγρού $V_{βυθ}$ ο όγκος του βυθισμένου μέρους του κυλίνδρου που ισούται με τον όγκο του εκτοπιζόμενου υγρού, S το εμβαδόν της βάσης του κυλίνδρου, ψ το μήκος του κυλίνδρου που είναι βυθισμένο στο υγρό, $d_υ = \frac{m_{εκτ}}{V_{βυθ}}$ η πυκνότητα του υγρού και g η επιτάχυνση της βαρύτητας».

Επομένως, από τη σχέση (1) συμπεραίνουμε ότι

$$A_1 = d_υ \cdot S \cdot ψ_1 \cdot g \ (2).$$

Αφού ο κύλινδρος ισορροπεί έχουμε

$$ΣF = 0 \Rightarrow B - A_1 = 0 \Rightarrow B = A_1 \Rightarrow B = d_υ S \cdot ψ_1 \cdot g \ (3).$$

Στη θέση 2 έχουμε εκτρέψει τον κύλινδρο κατακόρυφα προς τα κάτω κατά $ψ_0$ από τη θέση ισορροπίας και τον αφήνουμε ελεύθερο.

Στη θέση 3 ο κύλινδρος διέρχεται από μια τυχαία θέση της τροχιάς του υπό την επίδραση του βάρους του $\vec{B}$ και της άνωσης $\vec{A}$ το μέτρο της οποίας είναι $A = d_υ S(ψ_1 + ψ)g$ (4) (ψ η απομάκρυνση του κυλίνδρου από τη θέση ισορροπίας).

Θεωρώντας ως θετική φορά των δυνάμεων τη φορά της απομάκρυνσης, δηλαδή την προς τα κάτω, για τη συνισταμένη των δυνάμεων έχουμε:

$$ΣF = B - A \Rightarrow ΣF = B - d_υ S\,(ψ_1 + ψ)g \Rightarrow ΣF = B - d_υ Sψ_1 g - d_υ Sψg \overset{(3)}{\Rightarrow}$$

$$\Rightarrow ΣF = B - B - d_υ Sgψ \Rightarrow ΣF = -\,d_υ Sgψ \Rightarrow ΣF = -D \cdot ψ,$$

όπου $D = d_υ Sg$. Άρα ο κύλινδρος εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση.

Η περίοδος της ταλάντωσης θα είναι $T = 2π\sqrt{\frac{m}{D}}$, όπου m η μάζα του κυλίνδρου. Άρα $d_κ = \frac{m}{B} \Rightarrow m = d_κ \cdot V$, όπου $V = S \cdot H$ ο όγκος του κυλίνδρου. Οπότε η περίοδος γίνεται $T = 2π\sqrt{\frac{d_κ V}{d_υ sg}} \Rightarrow T = 2π\sqrt{\frac{d_κ S H}{d_υ S g}} \Rightarrow \boxed{\mathbf{T = 2π\sqrt{\frac{d_κ H}{d_υ g}}}}$

ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΑ ΓΙΑ ΛΥΣΗ

5. Σώμα εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση με απομάκρυνση $\psi = 0{,}6ημ2t$ (SI). Να βρείτε:

α. το πλάτος και την κυκλική συχνότητα της ταλάντωσης.
β. την περίοδο και τη συχνότητα της ταλάντωσης.
γ. τη μέγιστη ταχύτητα και τη μέγιστη επιτάχυνση του σώματος.
δ. τη χρονική εξίσωση της ταχύτητας και της επιτάχυνσης.
ε. την τιμή της φάσης τη χρονική στιγμή t = 1min.

[Απ. α. $\psi_0 = 0{,}6m$ και $\omega = 2$ rad/s β. $T = \pi s$ και $f = \frac{1}{\pi}$ Hz
γ. $u_0 = 1{,}2$ m/s και $\alpha_0 = 2{,}4$ m/s
δ. $u = 1{,}2συν2t$ (SI) και $\alpha = -2{,}4ημ2t$ (SI).
ε. Φ = 120 rad]

6. Η χρονική εξίσωση της ταχύτητας ενός σώματος που εκτελεί γραμμική αρμονική ταλάντωση είναι $u = 2ημ10t$ (SI). Τις χρονικές στιγμές $t_1 = \frac{\pi}{40}$ s και $t_2 = \frac{\pi}{60}$ s να βρείτε:

α. την απομάκρυνση x
β. την επιτάχυνση α
γ. τη δύναμη επαναφοράς F αν η μάζα του σώματος είναι m = 0,3 Kg.

[Απ. α. $x_1 = 0{,}1\sqrt{2}$, $x_2 = 0{,}1m$ β. $\alpha_1 = -10\sqrt{2}$, $\alpha_2 = -10\ \frac{m}{s^2}$
γ. $F_1 = -3\sqrt{2}$, $F_2 = -3N$].

7. Υλικό σημείο εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση με απομάκρυνση $x = 0{,}4ημ\frac{\pi}{4}t$ (SI). Να βρεθούν:

α. η απομάκρυνση του υλικού σημείου τις χρονικές στιγμές $t_1 = 1s$ και $t_2 = 13s$.
β. το ελάχιστο χρονικό διάστημα που χρειάζεται το υλικό σημείο για να πάει από τη θέση x = 0,2m στη θέση x = –0,2m.

[Απ. α. $x_1 = 0{,}2\sqrt{2}m$, $x_2 = -0{,}2\sqrt{2}m$, β. $(\Delta t)_{min} = \frac{4}{3}$ s].

8. Η απομάκρυνση ενός σώματος που εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση δίνεται από την εξίσωση $x = ημt$ (SI). Αν η μάζα του σώματος είναι 1Kg να βρείτε:

α. την απόσταση που διανύει το σώμα στο χρονικό διάστημα από $t_1 = 0s$ έως $t_2 = \frac{5\pi}{6}$ s.

β. τη μεταβολή της κινητικής ενέργειας του σώματος για το προηγούμενο χρονικό διάστημα.

[Απ. α. S = 1,5m β. $\Delta E_\kappa = -\frac{1}{8}$ J]

9. Σώμα εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση, χωρίς αρχική φάση, με περίοδο T και πλάτος x_0. Να δείξετε ότι ο χρόνος t_1 που χρειάζεται το σώμα για να πάει από τη θέση x = 0 στη θέση $x = \frac{x_0}{2}$ κινούμενο με θετική ταχύτητα, είναι ίσος με το $\frac{1}{3}$ του χρόνου t_2 που χρειάζεται το σώμα για να πάει από τη θέση x = 0 στη θέση $x = x_0$ κινούμενο επίσης με θετική ταχύτητα.

[Απ. $t_1 = \frac{T}{12}$, $t_2 = \frac{T}{4}$ άρα $t_1 = \frac{1}{3} t_2$]

10. Σώμα εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση με απομάκρυνση ψ = 0,5ημ2πt (SI). Να βρείτε το χρονικό διάστημα που μεσολαβεί κατά την μετακίνηση του σώματος:

α. από τη θέση $\psi = \frac{5\sqrt{2}}{20}$ m στη θέση ψ = 0,5 m κινούμενο με θετική ταχύτητα.

β. από τη θέση ψ = 0,5 m στη θέση $\psi = \frac{5\sqrt{2}}{20}$ κινούμενο με αρνητική ταχύτητα.

γ. από τη θέση $\psi = -\frac{5\sqrt{2}}{20}$ στη θέση ψ = –0,5m κινούμε με αρνητική ταχύτητα.

δ. από τη θέση ψ = –0,5m στη θέση $\psi = -\frac{5\sqrt{2}}{20}$ κινούμε με θετική ταχύτητα.

ε. από τη θέση $\psi = \frac{5\sqrt{2}}{20}$ στη θέση $\psi = -\frac{5\sqrt{2}}{20}$ κινούμενο με αρνητική ταχύτητα.

στ. από τη θέση $\psi = \frac{-5\sqrt{2}}{20}$ στη θέση $\psi = \frac{5\sqrt{2}}{20}$ κινούμενο με θετική ταχύτητα.

[Απ. α. $\frac{1}{8}$ s β. $\frac{1}{8}$ s γ. $\frac{1}{8}$ s δ. $\frac{1}{8}$ s ε. $\frac{1}{4}$ s στ. $\frac{1}{4}$ s]

11. Σώμα μάζας 0,4Kg εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση και σε χρόνο μιας περιόδου διανύει απόσταση 1,2m. Αν γνωρίζετε ότι το σώμα εκτελεί 20 ταλαντώσεις σε 40 s, βρείτε τη δυναμική ενέργεια ταλάντωσης όταν το σώμα απέχει από τη θέση ισορροπίας 0,1m, καθώς επίσης και την κινητική ενέργεια ταλάντωσης στο ίδιο σημείο. Δίνεται $\pi^2 = 10$.

[Απ. $E_\Delta = 2 \cdot 10^{-2}$ J, $E_\kappa = 16 \cdot 10^{-2}$ J]

12. Σώμα μάζας m = 2Kg εκτελεί ταλάντωση πάνω σε λείο επίπεδο δεμένο στο ελεύθερο άκρο οριζόντιου ελατηρίου σταθεράς $\kappa = 200\ \frac{N}{m}$, το άλλο άκρο του οποίου είναι ακλόνητα στερεωμένο.

α. Βρείτε τη μέγιστη επιτάχυνση του σώματος αν η ενέργεια της ταλάντωσης είναι $E_{ολ} = 25$ J.

β. Στο σώμα που ταλαντώνεται στερεώνουμε ένα δεύτερο σώμα που έχει ίδια μάζα με το πρώτο, χωρίς να μεταβληθεί το πλάτος της ταλάντωσης. Βρείτε τη μεταβολή της μέγιστης ταχύτητας και της μέγιστης κινητικής ενέργειας ταλάντωσης.

[Απ. α. $\alpha_0 = 50\ \frac{m}{s^2}$ β. $\Delta\upsilon_0 = 5\left(\frac{\sqrt{2}}{2} - 1\right)\frac{m}{s}$, $\Delta E_{\kappa max} = 0$ J].

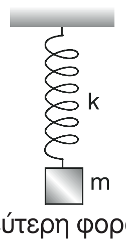
13. Δύο σώματα Α και Β, ίδιας μάζας εκτελούν, το καθένα, απλή αρμονική ταλάντωση. Αν γνωρίζετε ότι τα δύο σώματα διέρχονται από τη θέση ισορροπίας τους με ταχύτητες ίδιου μέτρου ενώ στις ακραίες θέσεις της ταλάντωσης η επιτάχυνση του σώματος Α έχει τετραπλάσιο μέτρο από την επιτάχυνση του σώματος Β να βρείτε:

α. το λόγο των ολικών ενεργειών ταλάντωσης των σωμάτων Α και Β.

β. το λόγο των πλατών των ταλαντώσεων των σωμάτων Α και Β.

[Απ. α. $\frac{E_{ολA}}{E_{ολB}} = 1$ β. $\frac{x_{0A}}{x_{0B}} = \frac{1}{4}$]

14. Το σώμα μάζας 0,64Kg στο διπλανό σχήμα, ισορροπεί δεμένο στο άκρο κατακόρυφου ελατηρίου σταθεράς $64\ \frac{N}{m}$. Εκτρέπουμε το σώμα από τη θέση ισορροπίας κατακόρυφα προς τα πάνω κατά 0,2m και το αφήνουμε ελεύθερο.



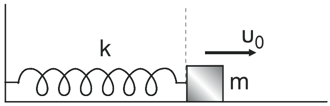
α. Βρείτε μετά από πόσο χρόνο, από τη στιγμή που αφέθηκε ελεύθερο, το μέτρο της ταχύτητάς του, γίνεται μέγιστο για δεύτερη φορά.

β. Βρείτε μετά από πόσο χρόνο, από τη στιγμή που αφέθηκε ελεύθερο το σώμα, το ελατήριο έχει τη μέγιστη παραμόρφωση.

γ. Στα σημεία που η ταχύτητα του σώματος μηδενίζεται στιγμιαία βρείτε το λόγο της ενέργειας της ταλάντωσης προς την δυναμική ενέργεια του ελατηρίου.

[Απ. α. $t_1 = \frac{3\pi}{20}$ s β. $t_2 = \frac{\pi}{10}$ s γ. $\frac{E_{ολ}}{E_{ελ}} = \frac{4}{1}$, $\frac{E_{ολ}}{E_{ελ}} = \frac{4}{9}$]

15. Το σώμα μάζας m αρχικά ισορροπεί πάνω στο λείο οριζόντιο επίπεδο δεμένο στο ελεύθερο άκρο ελατηρίων σταθεράς κ. Δίνουμε στο σώμα αρχική ταχύτητα $υ_0 = 0{,}5 \frac{m}{s}$ οπότε



το σώμα τίθεται σε ταλάντωση με ολική ενέργεια $E_{ολ} = 0{,}05$ J. Ο χρόνος που χρειάζεται το σώμα να ξαναπεράσει από την αρχική του θέση είναι ίσος με $\frac{\pi}{5}$ s. Να βρεθούν:

α. η μάζα m του σώματος.
β. η σταθερά επαναφοράς κ του ελατηρίου.
γ. η μέγιστη απομάκρυνση x_0.

[Απ. α. m = 0,4Kg β. $κ = 10 \frac{N}{m}$ γ. $x_0 = 0{,}1$m]

16. Σώμα μάζας m εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση, δεμένο στο ελεύθερο άκρο οριζόντιου ελατηρίου σταθεράς $κ = 100 \frac{N}{m}$, πάνω σε λείο οριζόντιο επίπεδο. Όταν η απομάκρυνση του σώματος είναι x = 0,6m, η ταχύτητα του είναι $υ = -6 \frac{m}{s}$. Αν το πλάτος της ταλάντωσης είναι $x_0 = 0{,}6\sqrt{2}$, βρείτε τη μάζα του σώματος.

[Απ. m = 1Kg]

17. Συμπαγής κύλινδρος μάζας m = 1Kg ισορροπεί, με τον άξονά του κατακόρυφο, βυθισμένος κατά ένα μέρος σε μεγάλο δοχείο με νερό πυκνότητας $d = 1 \frac{g}{cm^3}$. Πιέζουμε λίγο τον κύλινδρο κατακόρυφα προς τα κάτω και τον αφήνουμε ελεύθερο. Αν η βάση του κυλίνδρου έχει εμβαδό $S = 0{,}36$ m^2.

α. να αποδείξετε ότι ο κύλινδρος θα εκτελέσει απλή αρμονική ταλάντωση.
β. να βρείτε την περίοδο της ταλάντωσης.

Δίνεται $g = 10 \frac{m}{s^2}$.

[Απ. β. $T = \frac{\pi}{30}$ s]

18. Υλικό σημείο εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση πλάτους $x_0 = 0{,}24m$. Βρείτε την απομάκρυνση του σώματος για την οποία:

α. η ολική ενέργεια ταλάντωσης είναι διπλάσια της κινητικής ενέργειας.

β. η κινητική ενέργεια είναι οχταπλάσια της δυναμικής ενέργειας ταλάντωσης.

γ. η κινητική ενέργεια είναι τριπλάσια της κινητικής ενέργειας.

[Απ. α. $x = \pm 0{,}12\sqrt{2}$ m β. $x = \pm 0{,}08$ m γ. $x = \pm 0{,}12$ m]

19. Απλό εκκρεμές μήκους ℓ εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση σ' ένα τόπο όπου η επιτάχυνση της βαρύτητας είναι g. Αν στον ίδιο τόπο ο χρόνος, που χρειάζεται οποιοδήποτε σώμα να φτάσει στο έδαφος όταν αφήνεται να εκτελέσει ελεύθερη πτώση από ύψος ίσο με ℓ, είναι ίσος με $\sqrt{2}$ s, να βρείτε την περίοδο ταλάντωσης του εκκρεμούς.

[Απ. Τ = 2πs]

20. Δύο απλά εκκρεμή 1 και 2 έχουν μήκη ℓ_1, ℓ_2 αντίστοιχα με $\ell_1 = 4\ell_2$ και τα σφαιρίδιά τους έχουν μάζες m_1, m_2 αντίστοιχα με $m_2 = 4m_1$. Τα δύο σφαιρίδια εκτελούν απλή αρμονική ταλάντωση σε περιοχή που η επιτάχυνση της βαρύτητας είναι g έχοντας την ίδια μέγιστη απομάκρυνση.

α. Βρείτε το λόγο $\frac{D_1}{D_2}$ των σταθερών επαναφοράς των ταλαντώσεων των εκκρεμών 1 και 2.

β. Βρείτε το λόγο $\frac{E_{\kappa max}}{E_{\kappa max}}$ των μέγιστων κινητικών ενεργειών των ταλαντώσεων των εκκρεμών 1 και 2 αν τα εκκρεμή ταλαντώνονται με το ίδιο πλάτος.

[Απ. α. $\frac{D_1}{D_2} = \frac{1}{16}$ β. $\frac{E_{\kappa max1}}{E_{\kappa max2}} = \frac{1}{16}$].

21. Σώμα βάρους Β εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση δεμένο στο ελεύθερο άκρο κατακόρυφου ελατηρίου σταθεράς $\kappa = 200\ \frac{N}{m}$, το άλλο άκρο του οποίου είναι στερεωμένο σε ακλόνητο σημείο. Απλό εκκρεμές μήκους $\ell = 0{,}5m$ έχει σφαιρίδιο ίδιας μάζας με το σώμα που είναι δεμένο στο ελατήριο. Το εκκρεμές εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση με περίοδο ίδιας με την περίοδο ταλάντωσης του συστήματος ελατήριο – σώμα. Βρείτε το βάρος του σώματος που είναι δεμένο στο ελατήριο. Η επιτάχυνση της βαρύτητα να θεωρηθεί σταθερή.

[Απ. Β = 100N]

22. Υλικό σημείο εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση με συχνότητα $f = \frac{1}{\pi}$ Hz. Τη χρονική στιγμή που το μέτρο της ταχύτητας του υλικού σημείου είναι $υ = 1$ m/s η επιτάχυνσή του έχει μέτρο $α = 2\ \frac{m}{s^2}$. Βρείτε τη μέγιστη ταχύτητα του υλικού σημείου.

[Απ. $υ_0 = \sqrt{2}\frac{m}{s}$]

23. Σώμα μάζας $m = 1Kg$ εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση με περίοδο $T = \pi \cdot s$. Όταν, σε κάποιο σημείο της τροχιάς του, η ταχύτητα του σώματος είναι $υ = 4\ \frac{m}{s}$, η απομάκρυνσή του είναι $x = \frac{\sqrt{2}}{2}$ m. Βρείτε τη μέγιστη απομάκρυνση του σώματος.

[Απ. $x_0 = \frac{3\sqrt{2}}{2}$ m]

24. Σώμα εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση με ταχύτητα $υ = υ_0 συνωt$ και περίοδο $T = 6s$. Βρείτε το χρονικό διάστημα που μεσολαβεί από τη στιγμή $t = 0$ μέχρι τη στιγμή που η δυναμική ενέργεια γίνεται ίση με την κινητική ενέργεια ταλάντωσης για πρώτη φορά μετά τη χρονική στιγμή $t = 0$. Για το χρονικό αυτό διάστημα βρείτε την απόσταση που διένυσε το σώμα αν το πλάτος της ταλάντωσης είναι $x_0 = \frac{\sqrt{2}}{4}$ m

[Απ. $\Delta t = 0{,}75s$, $S = 0{,}25m$]

25. Σώμα εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση με περίοδο 8s και πλάτους 1m. Αν τη χρονική στιγμή $t = 2s$ η απομάκρυνση του σώματος είναι $x = 1m$:
α. να γράψετε τις χρονικές εξισώσεις της απομάκρυνσης, της ταχύτητας και της επιτάχυνσης του σώματος.
β. να κάνετε τις αντίστοιχες γραφικές παραστάσεις των μεγεθών σε συνάρτηση με το χρόνο.

[Απ. α. $x = ημ\frac{\pi}{4}t$ (SI), $υ = \frac{\pi}{4} συν\frac{\pi}{4}t$ (SI),
$α = -\frac{\pi^2}{16} ημ\frac{\pi}{4}t$ (SI)]

ΑΠΑΝΤΗΣΕΙΣ ΣΤΙΣ ΕΡΩΤΗΣΕΙΣ – ΔΡΑΣΤΗΡΙΟΤΗΤΕΣ ΤΟΥ ΣΧΟΛΙΚΟΥ ΒΙΒΛΙΟΥ

Ερωτησεις – Δραστηριοτητες

1. Να βρείτε ποια από τις παρακάτω απαντήσεις είναι η σωστή.
Ένα περιοδικό φαινόμενο επαναλαμβάνεται 5 φορές μέσα σε χρόνο 10s οπότε η συχνότητα του είναι:
α) 0,5 Hz
β) 5 Hz
γ) 10 Hz
δ) 20 Hz

Απάντηση:

Η συχνότητα είναι $f = \frac{N}{t} = \frac{5}{10}\,\text{Hz} \Rightarrow \mathbf{f = 0{,}5\ Hz}$

Άρα η σωστή απάντηση είναι η α).

2. Να χαρακτηρίσετε κάθε από τις παρακάτω προτάσεις με (Σ) αν είναι σωστή ή με (Λ) αν είναι λανθασμένη.
Η περίοδος και η συχνότητα ενός περιοδικούς φαινομένου συνδέονται με τη σχέση:

α) $T = f$ $\boxed{Λ}$

β) $T = \frac{1}{f}$ $\boxed{Σ}$

γ) $\frac{1}{T} = \frac{1}{f}$ $\boxed{Λ}$

δ) $\frac{1}{T} = f$ $\boxed{Σ}$

3. Πότε μια κίνηση λέγεται:
α) ταλάντωση
β) γραμμική ταλάντωση
γ) γραμμική αρμονική ταλάντωση

Απάντηση:

Η απάντηση βρίσκεται στα “Στοιχεία Θεωρίας” του παρόντος βιβλίου στην ενότητα 4.1.1.

4. Ποιες είναι οι απαραίτητες προϋποθέσεις ώστε ένα σώμα να εκτελεί Γ.Α.Τ.;

Απάντηση:

Για να εκτελεί ένα σώμα γραμμική αρμονική ταλάντωση πρέπει σε μια τυχαία θέση της τροχιάς του η συνισταμένη όλων των δυνάμεων που ασκούνται στο σώμα να είναι ανάλογη και αντίρροπη της απομάκρυνσης. Δηλαδή να ισχύει: $\Sigma F = -Dx$, όπου ΣF, x οι αλγεβρικές τιμές της συνισταμένης δύναμης και της απομάκρυνσης αντίστοιχα και D η σταθερά επαναφοράς της ταλάντωσης. Αν η συνισταμένη είναι αντίρροπη της απομάκρυνσης έχει κατεύθυνση προς τη θέση ισορροπίας.

ΠΑΡΑΤΗΡΗΣΗ:

Αν η ταλάντωση είναι γραμμική κατά προσέγγιση (π.χ. ταλάντωση απλού εκκρεμούς) τα παραπάνω αναφέρονται στη συνισταμένη των δυνάμεων κατά τη διεύθυνση της κίνησης και όχι στη συνισταμένη όλων των δυνάμεων.

5. Να συμπληρώσετε το κείμενο:
“Για να εκτελεί ένα σώμα Γ.Α.Τ. πρέπει η συνισταμένη των δυνάμεων που δέχεται να είναι ανάλογη με την απομάκρυνση (1) και να έχει φορά προς τη θέση ισορροπίας (2)
Η τροχιά τότε του σώματος είναι ευθεία (3) και η απομάκρυνση του ημιτονοειδής συνάρτηση (4) του χρόνου”.

6. Από τι εξαρτάται και πως η περίοδος του συστήματος ελατήριο – μάζα;

Απάντηση:

Αν m η μάζα που ταλαντώνεται και κ η σταθερά επαναφοράς του ελατηρίου, η περίοδος Τ της ταλάντωσης είναι $T = 2\pi\sqrt{\dfrac{m}{K}}$.

Άρα, η περίοδος είναι ανάλογη της τετραγωνικής ρίζας της μάζας που ταλαντώνεται και αντιστρόφως ανάλογη της τετραγωνικής ρίζας της σταθεράς του ελατηρίου.

7. Από τι εξαρτάται και πώς η περίοδος απλού εκκρεμούς;

Απάντηση:

Αν ℓ το μήκος του απλού εκκρεμούς και g η επιτάχυνση της βαρύτητας, η περίοδος Τ της ταλάντωσης είναι $T = 2\pi\sqrt{\dfrac{\ell}{g}}$.

Άρα, η περίοδος είναι ανάλογη της τετραγωνικής ρίζας του μήκους του εκκρεμούς και αντιστρόφως, ανάλογη της τετραγωνικής ρίζας της επιτάχυνσης της βαρύτητας.

8. **Να χαρακτηρίσετε κάθε μία από τις παρακάτω προτάσεις με (Σ), αν είναι σωστή ή με (Λ), αν είναι λανθασμένη.**
Ξύλινος κύλινδρος ισορροπεί με τον άξονα του κατακόρυφο βυθισμένος εν μέρει σε υγρό.
Για να τον υποχρεώσουμε να εκτελέσει Γ.Α.Τ. μπορούμε:

Απάντηση:

α) να τον σπρώξουμε λίγο προς τα κάτω και να τον αφήσουμε στη συνέχεια ελεύθερο. $\boxed{\Sigma}$

β) να τον τραβήξουμε λίγο προς τα πάνω και να τον αφήσουμε στη συνέχεια ελεύθερο $\boxed{\Sigma}$

γ) να του προσδώσουμε, χτυπώντας τον με το χέρι μας, μικρή, κατακόρυφη προς τα κάτω, ταχύτητα $\boxed{\Sigma}$

δ) να αφήσουμε μικρό σώμα στην πάνω βάση του $\boxed{\Sigma}$

9. **Με τη βοήθεια του πίνακα (εικ. 22) να κάνετε το διάγραμμα $T = f(\ell)$.**

Απάντηση:

T(S)	ℓ(m)
0,63	0,1
1,27	0,4
1,91	0,5

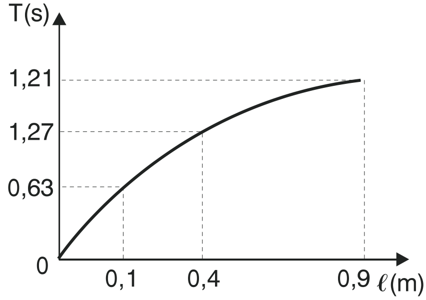
Με βάση τις τιμές του διπλανού πίνακα κάνουμε την παρακάτω γραφική παράσταση $T = f(\ell)$.

ΠΑΡΑΤΗΡΗΣΗ:

Για την περίοδο έχουμε:

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{\ell}{g}} \Rightarrow T^2 = 2\pi^2\frac{\ell}{g} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow gT^2 = 4\pi^2\ell \Rightarrow \ell = \frac{g}{4\pi^2}T^2.$$



Από τη σχέση αυτή περιμένουμε ότι η γραφική παράσταση $T = f(\ell)$ θα είναι τμήμα παραβολής αλλά με άξονα συμμετρίας τον άξονα των ℓ και όχι των T.

10. Να βρείτε ποια από τις παρακάτω απαντήσεις είναι η σωστή.
Εκτός πεδίου βαρύτητας μπορεί να εκτελέσει Γ.Α.Τ.:
α) απλό εκκρεμές
β) το σύστημα ελατήριο-σώμα.
γ) και τα δύο
δ) κανένα.

Απάντηση:

Σωστή απάντηση είναι η β) αφού η περίοδος είναι $T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{K}}$, δηλαδή ανεξάρτητη από την επιτάχυνση της βαρύτητας.

Στο απλό εκκρεμές η σταθερά επαναφοράς όπως έχουμε αποδείξει είναι $D = \frac{mg}{\ell}$. Αν βρισκόμαστε εκτός πεδίου βαρύτητας είναι $g = 0$ άρα και $D = 0$. Αυτό σημαίνει ότι δεν γίνεται το απλό εκκρεμές να εκτελέσει ταλάντωση εκτός βαρυτικού πεδίου.

11. Να χαρακτηρίσετε κάθε μια από τις παρακάτω προτάσεις με (Σ), αν είναι σωστή με (Λ), αν είναι λανθασμένη.
Η περίοδος σώματος δεμένου στο άκρο ελατηρίου εξαρτάται:

Απάντηση:

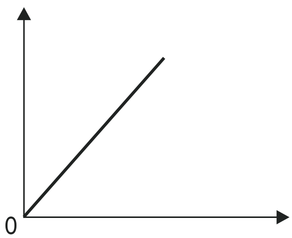
α) από τη μάζα του $\boxed{\Sigma}$
β) από το πλάτος της ταλάντωσης $\boxed{\Lambda}$
γ) από τη σταθερά του ελατηρίου $\boxed{\Sigma}$
δ) από την επιτάχυνση της βαρύτητας $\boxed{\Lambda}$

12. Να χαρακτηρίσετε κάθε μια από τις παρακάτω προτάσεις με (Σ), αν είναι σωστή ή με (Λ), αν είναι λανθασμένη.
Η περίοδος απλού εκκρεμούς εξαρτάται:

Απάντηση

α) από το μήκος του — Σ
β) από τη μάζα του σώματος — Λ
γ) από την επιτάχυνση της βαρύτητας — Σ
δ) από το πλάτος — Λ

13. Να χαρακτηρίσετε κάθε μια από τις παρακάτω προτάσεις με (Σ), αν είναι σωστή ή με (Λ), αν είναι λανθασμένη.
Αναφερόμαστε σε απλό εκκρεμές.
Το διάγραμμα που φαίνεται στο σχήμα μπορεί να παριστάνει:



Απάντηση:

α) την περίοδο του σε συνάρτηση με το μήκος του — Λ
β) την περίοδο του σε συνάρτηση με την τετραγωνική ρίζα του μήκους του — Σ
γ) την τετραγωνική ρίζα της περιόδου του σε συνάρτηση με το μήκος του — Λ
δ) το τετράγωνο της περιόδου του σε συνάρτηση με το μήκος του — Σ

14. Να βρείτε ποια από τις παρακάτω απαντήσεις είναι η σωστή.
Για να εκτελεί ένα σώμα Γ.Α.Τ. πρέπει:

α) μια τουλάχιστον από τις δυνάμεις που δέχεται να μεταβάλλεται με την απομάκρυνση — Σ
β) όλες οι δυνάμεις που δέχεται να μεταβάλλονται με την απομάκρυνση — Λ
γ) καμιά από τις δυνάμεις που δέχεται να μην μεταβάλλεται με την απομάκρυνση — Λ
δ) όλες οι δυνάμεις που δέχεται να είναι σταθερές — Λ

15. Ένα σώμα πραγματοποιεί Γ.Α.Τ.
Να κάνετε στο ίδιο σχέδιο τα διαγράμματα:
α) της συνισταμένης των δυνάμεων που δέχεται και
β) της επιτάχυνσης του σε συνάρτηση με την απομάκρυνσή του

Απάντηση:

α) Η απάντηση βρίσκεται στο σχήμα 26 του παρόντος βιβλίου.

β) Η απάντηση βρίσκεται στο σχήμα 25 του παρόντος βιβλίου.

16. Ένα σώμα πραγματοποιεί Γ.Α.Τ.
Να κάνετε στο ίδιο σχέδιο τα διαγράμματα:
α) της κινητικής του ενέργειας
β) της ενέργειας ταλάντωσης και
γ) της δυναμικής ενέργειας ταλάντωσης σε συνάρτηση με την ταχύτητά του.

Απάντηση:

α) Για την κινητική ενέργεια έχουμε: $E_K = \frac{1}{2} m \cdot U^2$. Είναι στη μορφή $\psi = \alpha x^2$ με $\alpha = \frac{1}{2} m > 0$. Άρα η γραφική παράσταση $E_K = f(U)$ παριστάνει παραβολή με τα κοίλα προς τα πάνω.

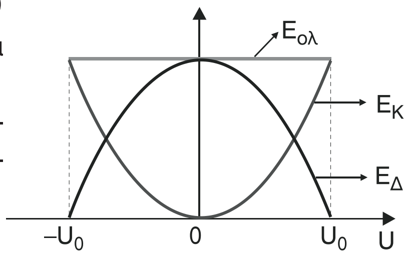
β) Για την ενέργεια της ταλάντωσης έχουμε: $E_{ολ}$ = σταθερή. Είναι στη μορφή ψ = σταθερό. Άρα η γραφική παράσταση $E_{ολ} = f(U)$ παριστάνει ευθεία παράλληλη στον άξονα των U.

γ) Για τη δυναμική ενέργεια ταλάντωσης έχουμε:

$$E_\Delta = E_{ολ} - E_K \Rightarrow E_\Delta = E_{ολ} - \frac{1}{2} m \cdot U^2 \Rightarrow E_\Delta = \frac{-1}{2} m \cdot U^2 + E_{ολ}$$

Είναι στη μορφή $\psi = \alpha x^2 + \beta$ με $\alpha = -\frac{1}{2} m < 0$ και $\beta = E_{ολ} > 0$.

Άρα η γραφική παράσταση $E_\Delta = F(U)$ παριστάνει **παραβολή** με τα κοίλα προς τα κάτω.
Έτσι σε κοινό σύστημα αξόνων σχεδιάζουμε τις τρεις γραφικές παραστάσεις.



17. Ένα σώμα πραγματοποιεί Γ.Α.Τ.
Να κάνετε στο ίδιο σχέδιο τα διαγράμματα:
α) της δυναμικής ενέργειας ταλάντωσης
β) της ενέργειας ταλάντωσης και
γ) της κινητικής ενέργειας σε συνάρτηση με την απομάκρυνση.

Απάντηση:

Η απάντηση βρίσκεται στα “Στοιχεία Θεωρίας” στην ενότητα 4.1.2 του παρόντος βιβλίου στην υποενότητα “Εξισώσεις των ενεργειών σε συνάρτηση με την απομάκρυνση – Γραφικές παραστάσεις” στο σχήμα 29.

18. Ένα σώμα πραγματοποιεί Γ.Α.Τ.:
Να κάνετε στο ίδιο σχέδιο τα διαγράμματα:
α) της κινητικής ενέργειας
β) της δυναμικής ενέργειας ταλάντωσης και
γ) της ενέργειας ταλάντωσης σε συνάρτηση με τον χρόνο κίνησης (θεωρώντας μηδέν μια χρονική στιγμή που το σώμα περνά από την Θ.Ι. του με θετική ταχύτητα, οπότε είναι $\psi = \psi_0$ημωt).

Απάντηση:

Η απάντηση βρίσκεται στα “Στοιχεία Θεωρίας” στην ενότητα 4.1.2 του παρόντος βιβλίου στην υποενότητα “Χρονικές εξισώσεις των ενεργειών – Γραφικές παραστάσεις” στο σχήμα 28.

19. Να συμπληρώσετε τον πίνακα για μια οριζόντια Γ.Α.Τ.

x	U_T	K	E_T
x_0	$\frac{1}{2}Dx_0^2$	0	$\frac{1}{2}Dx_0^2$
0	0	$\frac{1}{2}Dx_0^2$	$\frac{1}{2}Dx_0^2$
$-x_0$	$\frac{1}{2}Dx_0^2$	0	$\frac{1}{2}Dx_0^2$

20. Να αντιστοιχίσετε κάθε μέγεθος της πρώτης στήλης με έναν από τους μαθηματικούς τύπους της δεύτερης στήλης, όπου αυτό είναι δυνατόν, για μια Γ.Α.Τ.

Μέγεθος	Μαθηματικός τύπος
1. Πλάτος ταχύτητας	α. $\omega^2\psi_0$
2. Πλάτος επιτάχυνσης	β. $\omega\psi^0$
3. Ενέργεια ταλάντωσης	γ. $\frac{1}{2}D^2\psi_0$
4. Περίοδος	δ. $\frac{1}{2}D\psi_0^2$
	ε. $2\pi\sqrt{\frac{m}{D}}$
	ζ. $2\pi\sqrt{\frac{D}{m}}$

Απάντηση:

$2 \rightarrow \alpha$, $3 \rightarrow \delta$, $4 \rightarrow \varepsilon$

21. Να χαρακτηρίσετε κάθε μία από τις παρακάτω προτάσεις με (Σ), αν είναι σωστή ή με (Λ), αν είναι λανθασμένη.
Δύο απλά εκκρεμή βρίσκονται στον ίδιο τόπο και έχουν λόγο μηκών ίσο με 4/9. Αν περίοδος του ενός είναι 0,6s η περίοδος του άλλου μπορεί να είναι:

α) 0,4 s $\boxed{\Sigma}$
β) 0,6 s $\boxed{\Lambda}$
γ) 0,9 s $\boxed{\Sigma}$
δ) 1,3 s $\boxed{\Lambda}$

Απάντηση:

$$\text{Είναι } \frac{T_1}{T_2} = \frac{2\pi\sqrt{\dfrac{\ell_1}{g}}}{2\pi\sqrt{\dfrac{\ell_2}{g}}} \Rightarrow \frac{T_1}{T_2} = \frac{\dfrac{\ell_1}{g}}{\dfrac{\ell_1}{g}} \Rightarrow \frac{T_1}{T_2} = \sqrt{\frac{\ell_1 g}{\ell_2 g}} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{T_1}{T_2} = \sqrt{\frac{\ell_1}{\ell_2}} \Rightarrow \frac{T_1}{T_2} = \sqrt{\frac{4}{9}} \Rightarrow \boxed{\frac{T_1}{T_2} = \frac{2}{3}}$$

Αν $\mathbf{T_1 = 0,6\ s}$ τότε $\dfrac{0,6}{T_2} = \dfrac{2}{3} \Rightarrow 2T_2 = 1,8 \Rightarrow T_2 = \dfrac{1,8}{2}\ s \Rightarrow \mathbf{T_2 = 0,9\ s.}$

Αν $\mathbf{T_2 = 0,6\ s}$ τότε $\dfrac{T_1}{0,6} = \dfrac{2}{3} \Rightarrow 3T_1 = 1,2 \Rightarrow T_2 = 1,2 = \dfrac{1,2}{3}\ S \Rightarrow \mathbf{T_1 = 0,4\ s.}$

22. Να βρείτε ποια από τις παρακάτω απαντήσεις είναι σωστή.
Η περίοδος της ταλάντωσης σώματος Α κρεμασμένου στο άκρο ελατηρίου είναι 3 s ενώ σώματος Β κρεμασμένου στο άκρο του ίδιου ελατηρίου είναι 4 s.
Άρα η περίοδος όταν στο άκρο του προηγούμενου ελατηρίου είναι κρεμασμένα και τα δύο σώματα Α και Β είναι:

α) 2 s **β) 3 s**
γ) 4 s **δ) 5 s**

Απάντηση:

Σωστή απάντηση είναι η δ) διότι έχουμε:

$$T_A = 2\pi\sqrt{\frac{m_A}{K}} = 3\ s\ ,\ \ T_B = 2\pi\sqrt{\frac{m_B}{K}} = 4\ s$$

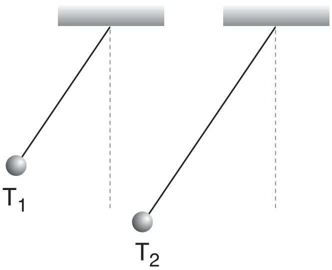
και για την περίοδο που ψάχνουμε $T = 2\pi\sqrt{\dfrac{m_A + m_B}{K}}$

Άρα $T_A^2 = 4\pi^2 \dfrac{m_A}{K} = 9\ s^2$, $T_B^2 = 4\pi^2 \dfrac{m_B}{K} = 16\ s^2$ και $T^2 = 4\pi^2 \dfrac{m_A + m_B}{K} \Rightarrow$

$\Rightarrow T^2 = 4\pi^2 \dfrac{m_A}{K} + 4\pi^2 \dfrac{m_B}{K} \Rightarrow T^2 = T_A^2 + T_B^2 \Rightarrow T^2 = 9\ s^2 + 16\ s^2 \Rightarrow$

$\Rightarrow T^2 = 25\ s^2 \Rightarrow \mathbf{T = 5\ s}$

23. Να βρείτε ποια από τις παρακάτω απαντήσεις είναι σωστή.
Δύο απλά εκκρεμή με περιόδους $T_1 = 0{,}3$ s και $T_2 = 0{,}4$s αφήνονται να εκτελέσουν Γ.Α.Τ. από τη θέση που φαίνεται στην εικόνα.
Την ίδια εικόνα θα δούμε ξανά για πρώτη φορά μετά από χρόνο:



α) 0,3 s **β) 0,4 s**
γ) 0,7 s **δ) 1,2 s**

Απάντηση:

Σωστή απάντηση είναι η δ) διότι:
έστω ότι θα ξαναδούμε για πρώτη φορά την εικόνα μετά από χρόνο t όταν το πρώτο εκκρεμές έχει κάνει πλήρεις κ ταλαντώσεις και το δεύτερο λ πλήρεις ταλαντώσεις με $\kappa,\lambda \in N^*$.
Άρα θα ισχύει, $\mathbf{t = \kappa \cdot T_1}$ και $\mathbf{t = \lambda \cdot T_2}$.

Επομένως $\kappa T_1 = \lambda T_2 \Rightarrow 0{,}3\kappa = 0{,}4\lambda \Rightarrow 3\kappa = 4\lambda \Rightarrow \boxed{\kappa = \dfrac{4}{3}\lambda}$

Η πρώτη τιμή του $\lambda \in N^*$ για την οποία προκύπτει τιμή του $\kappa \in N^*$ με βάση τη σχέση $\kappa = \dfrac{4}{3}\lambda$ είναι η τιμή $\mathbf{\lambda = 3}$ για την οποία προκύπτει $\mathbf{\kappa = 4}$.
Άρα $t = \kappa T_1 \Rightarrow t = 4 \cdot 0{,}3s \Rightarrow \mathbf{t = 1{,}2\ s}$.

24. Να βρείτε ποια από τις παρακάτω απαντήσεις είναι σωστή.
Απλό εκκρεμές μήκους ℓ_1 έχει περίοδο 0,6 s ενώ, αν το μήκος του ήταν ℓ_2 η περίοδος του θα ήταν 0,8 s.
Επομένως, αν το μήκος του ήταν $\ell_1 + \ell_2$ η συχνότητα του θα ήταν:
α) 0,6 Hz **β) 0,8 Hz** **γ) 1,0 Hz** **δ) 1,4 Hz**

Απάντηση:

Σωστή απάντηση είναι η γ) διότι έχουμε:

$$T_1 = 2\pi\sqrt{\frac{\ell_1}{g}} = 0{,}65,\ \ T_2 = 2\pi\sqrt{\frac{\ell_2}{g}} = 0{,}8\ s$$

και για την περίοδο που ψάχνουμε $T = 2\pi\sqrt{\dfrac{\ell_1 + \ell_2}{g}}$

Άρα,

$$T_1^2 = 4\pi^2\frac{\ell_1}{g} = 036\ s^2,\ T_2^2 = 4\pi^2\frac{\ell_2}{g} = 9{,}64\ s^2 \text{ και } T^2 = 4\pi^2\frac{\ell_1 + \ell_2}{g} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow T^2 = 4\pi^2\frac{\ell_1}{g} + 4\pi^2\frac{\ell_2}{g} \Rightarrow T^2 = T_1^2 + T_2^2 \Rightarrow T^2 = 0{,}36\ s^2 + 0{,}64\ s^2 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow T^2 = 1\ s^2 \Rightarrow \mathbf{T = 1\ s.}$$

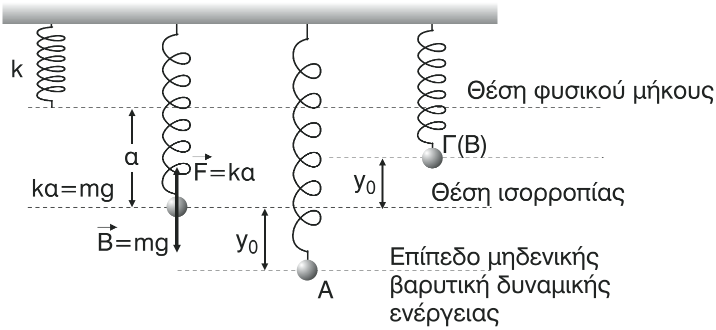
25. Βρείτε τη μηχανική ενέργεια E_0 του σώματος (εικ. 7) όταν αυτό ηρεμεί στη θέση Ο, την E_A όταν το έχουμε μεταφέρει στη θέση Α και την $E_Γ$ όταν περνά στη συνέχεια από τη θέση Γ (διευκολύνει σαν επίπεδο μηδενικής ενέργειας βαρύτητας να θεωρήσετε το επίπεδο που περιέχει το σημείο Α). Βρείτε τη συνέχεια τις εκφράσεις της ενέργειας ταλάντωσης αφαιρώντας την E_0 από την E_A και από την $E_Γ$.

Απάντηση:

ΠΑΡΑΤΗΡΗΣΗ:

Ενώ στην εκφώνηση υπάρχει αναφορά στο σημείο Γ στην εικόνα 7 του βιβλίου δεν υπάρχει πουθενά σημείο Γ. Προφανώς λόγω τυπογραφικού λάθους, το σημείο Γ της εκφώνησης είναι το σημείο Β της εικόνας 7. Οπότε θα υπολογίσουμε την μηχανική ενέργεια E_B στο σημείο Β.

Η μηχανική ενέργεια του σώματος στις διάφορες θέσεις θα ισούται με το άθροισμα της βαρυτικής δυναμικής ενέργειας E_δ και της κινητικής ενέργειας E_K του σώματος. Επίπεδο μηδενικής βαρυτικής δυναμική ενέργειας είναι αυτό που περνά από το Α.



Έστω:

- Για τη θέση Ο όταν το σώμα ηρεμεί έχουμε:
  $E_0 = E_\delta + E_\kappa \Rightarrow E_0 = mg\psi_0 + 0 \Rightarrow \mathbf{E_0 = mg\psi_0}$.
- Για τη θέση Α όπου το σώμα σταματάει στιγμιαία έχουμε:
  $E_A = E_\delta + E_K \Rightarrow E_A = 0 + 0 \Rightarrow \mathbf{E_A = 0}$.
- Για τη θέση Γ όπου το σώμα σταματάει στιγμιαία έχουμε:
  $E_\Gamma = E_\delta + E_\kappa \Rightarrow E_\Gamma = mg\psi_0 + 0 \Rightarrow \mathbf{E_\Gamma = 2mg\psi_0}$.

ΠΑΡΑΤΗΡΗΣΗ:

Αφαιρώντας την E_0 από την E_A και από την E_Γ δεν προκύπτει σε καμιά περίπτωση η ενέργεια $E_{ολ}$ της ταλάντωσης η οποία είναι $\boldsymbol{E_{ολ} = \frac{1}{2} K\psi_0^2}$. *Άλλωστε $E_A - E_0 = - mg\psi_0$, άτοπο διότι δεν υπάρχει αρνητική ενέργεια ταλάντωσης. Για να προκύψει η ολική ενέργεια ταλάντωσης πρέπει να λάβουμε υπόψη μας και την ελαστική δυναμική ενέργεια του ελατηρίου. Δηλαδή να υπολογίσουμε **τη μηχανική ενέργεια του συστήματος ελατήριο – μάζα**. Έτσι έχουμε:*

- Για τη θέση Ο: $E_0 = \frac{1}{2} K\alpha^2 + mg\psi_0$
- Για τη θέση Α: $E_A = \frac{1}{2} K(\alpha + \psi_0)^2$
- Για τη θέση Γ: $E_\Gamma = \frac{1}{2} K(\alpha - \psi_0)^2 + 2mg\psi_0$.

Άρα: $E_A - E_0 = \frac{1}{2} K(\alpha + \psi_0)^2 - \frac{1}{2} K\alpha^2 - mg\psi_0 =$

$$= \frac{1}{2} K(\alpha^2 + \psi_0^2 + 2\alpha\psi_0)^2 - \frac{1}{2} K\alpha^2 - mg\psi_0 =$$

$$= \frac{1}{2} K\alpha^2 + \frac{1}{2} K\psi_0^2 - K\alpha\psi_0 - \frac{1}{2} K\alpha^2 mg\psi_0 \xRightarrow{K\alpha=mg}$$

$$\Rightarrow \mathbf{E_A - E_0 = \frac{1}{2} K\psi_0^2 = E_{ολ}}.$$

Η διαφορά $E_A - E_0$ μας δίνει την ενέργεια που προσφέρουμε στο σύστημα για να μετακινήσουμε το σώμα από τη θέση ισορροπίας Ο στην ακραία θέση Α. Αυτή η προσφερόμενη ενέργεια είναι και η ενέργεια ταλάντωσης. Το ίδιο ισχύει για τη μεταφορά του σώματος από το Ο στο Γ. Έτσι έχουμε:

$$E_\Gamma - E_O = \frac{1}{2}K(\alpha - \psi_0)^2 + 2mg\psi_0 - \frac{1}{2}K\alpha^2 - mg\psi_0 =$$

$$= \frac{1}{2}K(\alpha^2 + \psi_0^2 - 2\alpha\psi_0) - \frac{1}{2}K\alpha^2 + mg\psi_0 =$$

$$= \frac{1}{2}K\alpha^2 + \frac{1}{2}K\psi_0^2 - K\alpha\psi_0 - \frac{1}{2}K\alpha^2 + mg\psi_0 \xrightarrow{K\alpha=mg} \mathbf{E_\Gamma - E_O = \frac{1}{2}K\psi_0^2 = E_{o\lambda}}$$

26. Διαθέτετε ένα ελατήριο, ένα μικρό σώμα, ένα θερμόμετρο, ένα χρονόμετρο, μια μετροταινία, έναν ογκομετρικό κύλινδρο και ένα αμπερόμετρο. Ποια απ' αυτά θα χρησιμοποιήσετε και πώς ώστε να μετρήσετε την επιτάχυνση της βαρύτητας στον τόπο που βρισκόσαστε;

Απάντηση:

Από μικρό ύψος h πάνω από το έδαφος το οποίο μετράμε με τη **μετροταινία** αφήνουμε ελεύθερο το μικρό σώμα και μετράμε με το **χρονόμετρο** το χρόνο t που χρειάζεται για να φτάσει στο έδαφος. Από τη σχέση

$$h = \frac{1}{2}gt^2 \Rightarrow 2h = gt^2 \Rightarrow \boxed{\mathbf{g = \frac{2h}{t^2}}}$$

Από την τελευταία σχέση υπολογίζουμε την επιτάχυνση της βαρύτητας. Στην πράξη κάνουμε πολλές φορές το πείραμα βρίσκοντας πολλές τιμές για το g και στη συνέχεια υπολογίζουμε τη μέση τιμή του g.

27. Διαθέτουμε μια ζυγαριά, ένα μικρό σώμα, ένα κουβάρι νήμα, ένα μοιρογνωμόνιο, ένα χρονόμετρο, μια μετροταινία και ένα βολτόμετρο. Ποια απ' αυτά θα χρησιμοποιήσετε και πώς ώστε να μετρήσετε την επιτάχυνση της βαρύτητας στον τόπο που βρισκόσαστε;

Απάντηση:

Με την μετροταινία μετράμε μήκος ℓ από το νήμα και στερεώνονται στο ένα άκρο του το μικρό σώμα δημιουργούμε απλό εκκρεμές. Εκτρέπουμε το σώμα από την θέση ισορροπίας του ώστε το νήμα να σχηματίζει με την αρχική κατακόρυφη θέση μικρή γωνία, μέχρι 3°, την οποία μετράμε με το **μοιρογνωμόνιο.** Αφήνουμε ελεύθερο το σώμα να εκτελέσει απλή αρμονική ταλάντωση και με το **χρονόμετρο** μετράμε την περίοδο Τ της ταλάντωσης.

Από τη σχέση

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{\ell}{g}} \Rightarrow T^2 = 4\pi^2\frac{\ell}{g} \Rightarrow T^2 g = 4\pi^2\ell \Rightarrow \boxed{\mathbf{g = \frac{4\pi^2\ell}{T^2}}}$$

Από την τελευταία σχέση υπολογίζουμε την επιτάχυνση της βαρύτητας. Στην πράξη κάνουμε πολλές φορές το πείραμα βρίσκοντας πολλές τιμές για το g και στη συνέχεια υπολογίζουμε τη μέση τιμή του g.

28. Να δείξετε ότι σε κάθε Γ.Α.Τ. ικανοποιείται η σχέση:

$$\boldsymbol{\upsilon = \pm\,\omega\sqrt{\psi_0^2 - \psi^2}}$$

Απάντηση:

Α΄ Τρόπος

Έστω $\psi = \psi_0 \eta\mu\omega t$.

Τότε: $U = U_0 \sigma\upsilon\nu\omega t \Rightarrow U^2 = U_0^2 \sigma\upsilon\nu 2\omega t \xRightarrow{U_0=\omega\mu_0}$

$\Rightarrow U^2 = \omega^2\psi_0^2(1 - \eta\mu^2\omega t) \Rightarrow U^2 = \omega^2\psi_0^2 - \omega_0^2\eta\mu 2\omega t \Rightarrow$

$\Rightarrow U^2 = \omega^2\psi_0^2 - \omega^2\psi^2 \Rightarrow U^2 = \omega^2(\psi_0^2 - \psi^2) \Rightarrow$

$\Rightarrow \mathbf{U = \pm\,\omega\sqrt{\psi_0^2 - \psi^2}}$

Β΄ Τρόπος

$E_{o\lambda} = E_K + E_\Delta \Rightarrow \frac{1}{2}D\psi_0^2 = \frac{1}{2}mU^2 + \frac{1}{2}D\psi^2 \Rightarrow$

$\Rightarrow D\psi_0^2 = mU^2 + D\psi^2 \Rightarrow m\omega^2\psi_0^2 = mU^2 + m\omega^2\psi^2 \Rightarrow$

$\Rightarrow \omega^2\psi_0^2 = U^2 + \omega^2\psi^2 \Rightarrow U^2 = \omega^2\psi_0^2 - \omega^2\psi^2 \Rightarrow$

$\Rightarrow U^2 = \omega^2(\psi_0^2 - \psi^2) \Rightarrow \mathbf{U = \pm\,\omega\sqrt{\psi_0^2 - \psi^2}}$

29. Να βρείτε ποια από τις παρακάτω απαντήσεις είναι η σωστή.
Η περίοδος σώματος κρεμασμένου στο άκρο ελατηρίου (εικ. 7β) είναι 2s και η επιμήκυνση του ελατηρίου α όταν το σώμα βρίσκεται στη Θ.Ι. του (εικ. 7α), οπότε στον ίδιο τόπο απλό εκκρεμές μήκους α έχει περίοδο (εννοείται ότι στο εκκρεμές κρεμάμε το ίδιο σώμα):

α) 1 s **β) 2 s**
γ) 3 s **δ) 4 s**

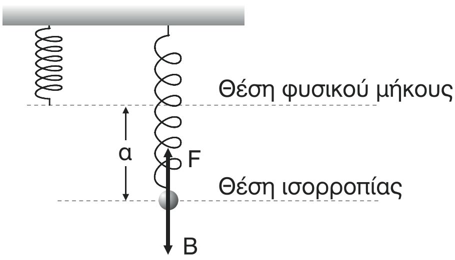
Απάντηση:

Σωστή απάντηση είναι η β) διότι:
Στη θέση ισορροπίας Ο έχουμε

$$F = B \Rightarrow \kappa\alpha = mg \Rightarrow \frac{\mathbf{m}}{\mathbf{K}} = \frac{\boldsymbol{\alpha}}{\mathbf{g}} \qquad (1)$$

Για την περίοδο T_1 της ταλάντωσης του σώματος ισχύει

$$T_1 = 2\pi\sqrt{\frac{m}{K}} = 2\ s$$



Για την περίοδο T_2 της ταλάντωσης εκκρεμούς μήκους α, με το ίδιο σώμα μάζας m, ισχύει

$$T_2 = 2\pi\sqrt{\frac{\alpha}{g}} \overset{(1)}{\Rightarrow} T_2 = 2\pi\sqrt{\frac{m}{K}} \Rightarrow \mathbf{T_2 = T_1 = 2\ s}$$

ΛΥΣΕΙΣ ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΑ ΤΟΥ ΣΧΟΛΙΚΟΥ ΒΙΒΛΙΟΥ

1. *Να βρείτε την περίοδο απλού εκκρεμούς μήκους 2,5m.*
Δίδεται g = 10 m/s².

Λύση

Για την περίοδο T του απλού εκκρεμούς μήκους $\ell = 2{,}5$ m έχουμε:

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{\ell}{g}} \Rightarrow T = 2\pi\sqrt{\frac{2{,}5}{10}}\,s \Rightarrow T = 2\pi\sqrt{0{,}25}\,s \Rightarrow T = 2\pi \cdot 0{,}5\,s \Rightarrow T = \pi\,s$$

2. *Να βρείτε την τιμή της επιτάχυνσης της βαρύτητας με τη βοήθεια του τρίτου ζεύγους τιμών του πίνακα (εικ. 22).*

Λύση:

Από το τρίτο ζεύγος του πίνακα της εικόνας 22 έχουμε για την περίοδο ταλάντωσης του απλού εκκρεμούς T = 1,91 s και για το μήκος του $\ell = 0{,}9$ m. Αν g η επιτάχυνση της βαρύτητας, έχουμε:

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{\ell}{g}} \Rightarrow T^2 = 4\pi^2\frac{\ell}{g} \Rightarrow gT^2 = 4\pi^2\ell \Rightarrow g = \frac{4\pi^2\ell}{T^2} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow g = \frac{4\pi^2 \cdot 0{,}9}{(1{,}91)^2}\frac{m}{s^2} \Rightarrow g = \frac{3{,}6\pi^2}{3{,}681}\frac{m}{s^2} \Rightarrow g = \frac{3{,}6 \cdot (3{,}14)^2}{3{,}6481}\frac{m}{s^2} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow g = \frac{3{,}6 \cdot 9{,}8596}{3{,}6481}\,m\backslash s^2 \Rightarrow g = 9{,}73\,\frac{m}{s^2}.$$

3. *Να βρείτε την περίοδο σώματος (εικ. 7β) που έχει μάζα 0,2 Kg και είναι δεμένο στο άκρο ελατηρίου σταθεράς 0,8 Nm.*

Λύση:

Η περίοδος T της ταλάντωσης του σώματος μάζας m = 0,2 Kg που είναι δεμένο στο άκρο ελατηρίου σταθεράς $\kappa = 0{,}8\,\frac{N}{m}$ είναι:

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{K}} \overset{S.I.}{\Rightarrow} T = 2\pi\sqrt{\frac{0{,}2}{0{,}8}}\,s \Rightarrow T = 2\pi\sqrt{\frac{1}{4}}\,s \Rightarrow T = 2\pi\frac{1}{2}\,s \Rightarrow T = \pi\,s$$

4. ***Να βρείτε το μήκος απλού εκκρεμούς που έχει περίοδο 2s.***

Δίδεται $g = 10\ \dfrac{m}{s^2}$ ***και*** $\pi^2 \simeq 10$.

Λύση:

Έστω ℓ το μήκος απλού εκκρεμούς και T = 2 s η περίοδος ταλάντωσής του. Ισχύει:

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{\ell}{g}} \Rightarrow T^2 = 4\pi^2\frac{\ell}{g} \Rightarrow 4\pi^2\ell = gT^2 \Rightarrow \ell = \frac{gT^2}{4\pi^2} \Rightarrow \ell = \frac{10 \cdot 2^2}{4 \cdot 10}\ m \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \ell = \frac{4}{4}\ m \Rightarrow \boldsymbol{\ell = 1\ m}$$

5. ***Η απομάκρυνση σώματος που πραγματοποιεί οριζόντια Γ.Α.Τ. δίδεται από τη σχέση:*** $x = 0{,}2\eta\mu\pi t$ ***(S.I.).***
Να βρείτε:
α) το πλάτος της απομάκρυνσης, της ταχύτητας και της επιτάχυνσης.
β) την περίοδο, τη συχνότητα και την κυκλική συχνότητα.

Λύση:

Είναι $x = 0{,}2\eta\mu\pi t$ (SI) (1). Δηλαδή η χρονική εξίσωση της απομάκρυνσης είναι στη μορφή $x = x_0\eta\mu\omega t$ (2).

Με αντιστοίχηση των εξισώσεων (1) και (2) προκύπτει ότι:

- το πλάτος x_0 της απομάκρυνσης είναι: $\boxed{\mathbf{x_0 = 0{,}2\ m}}$
- η κυκλική συχνότητα ω της ταλάντωσης είναι: $\boxed{\boldsymbol{\omega = \pi\ rad/s}}$

Άρα:

- το πλάτος U_0 της ταχύτητας (μέγιστη ταχύτητα) είναι:

$$U_0 = \omega \cdot x_0 \overset{S.I.}{\Rightarrow} U_0 = \pi \cdot 0{,}2\ \frac{m}{s} \Rightarrow \boxed{\mathbf{U_0 = 0{,}2\pi\ m/s}}$$

- το πλάτος ω_0 της επιτάχυνσης (μέγιστη επιτάχυνση) είναι:

$$\alpha_0 = \omega^2 x \overset{S.I.}{\Rightarrow} \alpha_0 = \pi^2 \cdot 0{,}2\ \frac{m}{s^2} \Rightarrow \boxed{\boldsymbol{\alpha_0 = 0{,}2\pi^2\ \frac{m}{s^2}}}$$

- η περίοδος T της ταλάντωσης είναι: $T = \dfrac{2\pi}{\omega} \overset{S.I.}{\Rightarrow} T = \dfrac{2\pi}{\pi}\ s \Rightarrow \boxed{\mathbf{T = 2\ s}}$
- η συχνότητα f της ταλάντωσης είναι: $f = \dfrac{1}{T} \overset{S.I.}{\Rightarrow} \boxed{\mathbf{f = \dfrac{1}{2}\ Hz}}$

6. ***Η απομάκρυνση σώματος που πραγματοποιεί οριζόντια Γ.Α.Τ. δίδεται από τη σχέση: $x = 0{,}1ημ2πt$ (S.I.).***
Να βρείτε την απομάκρυνση του σώματος τις χρονικές στιγμές:
α) $t = T/12$
β) $t = 5T/12$

Λύση:

Είναι $x = 0{,}2ημ2πt$ (S.I.) (1).
Δηλαδή η χρονική εξίσωση της απομάκρυνσης είναι στη μορφή $x = x_0 ημωt$ (2).
Με αντιστοίχιση των εξισώσεων (1) και (2) προκύπτει ότι:

- το πλάτος της ταλάντωσης είναι: $\mathbf{x_0 = 0{,}1m}$.
- η κυκλική συχνότητα είναι: $\mathbf{ω = 2π \frac{rad}{s}}$.
- η περίοδος της ταλάντωσης είναι: $\mathbf{T = \frac{2π}{ω} \Rightarrow T = \frac{2π}{2π}\, s \Rightarrow T = 1\, s}$.

α) Για $t = \frac{T}{12} \overset{S.I.}{\Rightarrow} t = \frac{1}{12}$ s έχουμε: από (1) $\overset{S.I.}{\Rightarrow} x = 0{,}1ημ2π \frac{1}{12}\, m \Rightarrow$

$\Rightarrow x = 0{,}2ημ \frac{π}{6}\, m \Rightarrow m = 0{,}1 \frac{1}{2}\, m \Rightarrow \boxed{x = 0{,}05\ m}$

β) Για $t = \frac{5T}{12} \overset{S.I.}{\Rightarrow} t = \frac{5}{12}$ s έχουμε: από (1) $\overset{S.I.}{\Rightarrow} x = 0{,}1ημ2π \frac{5}{12}\, m \Rightarrow$

$\Rightarrow x = 0{,}1ημ \frac{5π}{6}\, m \Rightarrow x = 0{,}1 \frac{1}{2}\, m \Rightarrow \boxed{x = 0{,}05\ m}$

7. ***Η απομάκρυνση σώματος που πραγματοποιεί κατακόρυφη Γ.Α.Τ. δίδεται από τη σχέση: $ψ = 0{,}2ημ2πt$ (S.I.).***
Να βρείτε τη χρονική στιγμή $t = \frac{T}{8}$:
α) την ταχύτητά του.
β) την επιτάχυνσή του.

Λύση:

Είναι $ψ = 0{,}2ημ2πt$ (S.I.) (1).
Δηλαδή η χρονική εξίσωση της απομάκρυνσης είναι στη μορφή $ψ = ψ_0 ημωt$ (2).
Με αντιστοίχιση των εξισώσεων (1) και (2) προκύπτει ότι:

- το πλάτος της ταλάντωσης είναι: $\mathbf{ψ_0 = 0{,}2\ m}$.
- η κυκλική συχνότητα είναι: $\mathbf{ω = 2π \frac{rad}{s}}$.
- η περίοδος της ταλάντωσης είναι: $T = \frac{2π}{ω} \overset{S.I.}{\Rightarrow} T = \frac{2π}{2π}\, s \Rightarrow \mathbf{T = 1s}$.

α) Η χρονική εξίσωση της ταχύτητας είναι $U = U_0 συνωt \xRightarrow{U_0=ωψ_0}$

$\Rightarrow U = ωψ_0 συνωt \overset{S.I.}{\Rightarrow} U = 2π \cdot 0{,}2συν2πt \Rightarrow \mathbf{U = 0{,}4πσυν2πt\ (SI)}.$

Οπότε, για $t = \frac{T}{8} \Rightarrow t = \frac{1}{8}\,s$ έχουμε: $U = 0{,}4πσυν2π\frac{1}{8}\,\frac{m}{s} \Rightarrow$

$\Rightarrow U = 0{,}4πσυν\frac{π}{4}\,\frac{m}{s} \Rightarrow U = 0{,}4π\frac{\sqrt{2}}{2}\,\frac{m}{s} \Rightarrow \boxed{\mathbf{U = 0{,}2\sqrt{2}\,\frac{m}{s}}}$

β) Η χρονική εξισωση της επιτάχυνσης είανι $α = -α0ημωt \xRightarrow{α_0=ω^2ψ_0}$

$\Rightarrow α = -ω^2ψ_0ημωt \overset{S.I.}{\Rightarrow} α = -4π^2 \cdot 0{,}2ημ2πt \Rightarrow \mathbf{α = -0{,}8π^2ημ2πt\ (SI)}.$

Οπότε, για $t = \frac{T}{8} \overset{S.I.}{\Rightarrow} t = \frac{1}{8}$ s έχουμε: $α = -0{,}8π^2ημ2π\frac{1}{8}\,\frac{m}{s^2} \Rightarrow$

$\Rightarrow α = -0{,}8π^2ημ\frac{π}{4}\,\frac{m}{s^2} \Rightarrow α = -0{,}8π^2\frac{\sqrt{2}}{2}\,\frac{m}{s^2} \Rightarrow \boxed{\mathbf{α = -0{,}4π^2\sqrt{2}\,\frac{m}{s^2}}}$

8. ***Η απομάκρυνση σώματος που πραγματοποιεί Γ.Α.Τ. δίδεται από τη σχέση: $x = 0{,}2ημ\frac{π}{2}t$ (S.I.).***

Να βρείτε το χρόνο που μεσολαβεί από τη στιγμή που το σώμα καθώς απομακρύνεται από τη Θ.Ι. του βρίσκεται σε θέση όπου η απομάκρυνση του είναι 0,1 m, ώσπου να βρεθεί στην ίδια θέση καθώς επιστρέφει προς την Θ.Ι. του.

Λύση:

Είναι $x = 0{,}2ημ\frac{π}{2}t$ (SI).

Άρα το πλάτος της ταλάντωσης είναι $\mathbf{x_0 = 0{,}2\ m}$ και η κυκλική συχνότητα $\mathbf{ω = \frac{π}{2}\,\frac{rad}{s}}$.

Η περίοδος Τ της ταλάντωσης είναι

$$T = \frac{2π}{ω} \overset{S.I.}{\Rightarrow} T = \frac{2π}{\frac{π}{2}}\,s \Rightarrow T = \frac{4π}{π}\,s \Rightarrow T = 4s.$$

Βρίσκουμε τη χρονική στιγμή t_1 που το σώμα διέρχεται από το σημείο με $x = 0{,}1$ m (σημείο Μ) κινούμενο προς την ακραία θέση Α και τη χρονική στιγμή $t_2 > t_1$ που το σώμα διέρχεται από το ίδιο σημείο κινούμενο προς τη θέση ισορροπίας Ο, λύνοντας την εξίσωση $x = 0$, στο χρονικό διάστημα από 0 έως Τ. Έτσι έχουμε:

$$x = 0{,}1 \Rightarrow 0{,}2\eta\mu\frac{\pi}{2}t = 0{,}1 \Rightarrow \eta\mu\frac{\pi}{2}t = \frac{0{,}1}{0{,}2} \Rightarrow \eta\mu\frac{\pi}{2}t = \frac{1}{2} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \eta\mu\frac{\pi}{2}t = \eta\mu\frac{\pi}{6} \Rightarrow \begin{cases} \frac{\pi}{2}t = 2\kappa\pi + \frac{\pi}{6} \\ \text{ή} \\ \frac{\pi}{2}t = 2\kappa\pi + \pi - \frac{\pi}{6} \end{cases} \Bigg| \Rightarrow \begin{matrix} \frac{1}{2}t = 2\kappa + \frac{1}{6} \\ \text{ή} \\ \frac{1}{2}t = 2\kappa + 1 - \frac{1}{6} \end{matrix} \Bigg| \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \begin{cases} 3t = 12\kappa + 1 \\ \text{ή} \\ 3t = 12\kappa + 6 - 1 \end{cases} \Bigg| \Rightarrow \begin{matrix} t = 4\kappa + \frac{1}{3} & (1) \\ \text{ή} & \kappa \in Z \\ t = 4\kappa + \frac{5}{3} & (2) \end{matrix}$$

Υπενθύμιση: "Έγινε χρήση της τριγωνομετρικής εξίσωσης ημx = ημθ της οποίας οι λύσεις είναι στη μορφή $x = 2\kappa\pi + \theta$ ή $x = 2\kappa\pi + \pi - \theta$ με $\kappa \in Z$".

Όμως θέλουμε να ισχύει: $0 \le t \le T \overset{(1)}{\Rightarrow} 0 \le 4\kappa + \frac{1}{3} \le 4 \Rightarrow$

$$\Rightarrow 0 \le 12\kappa + 1 \le 12 \Rightarrow -1 \le 12\kappa \le 11 \Rightarrow \frac{-1}{12} \le \kappa \le \frac{11}{12} \overset{\kappa\in Z}{\Rightarrow} \boxed{\kappa = 0}$$

Άρα, από (1) $\Rightarrow \mathbf{t = \frac{1}{3}\,s.}$

Επίσης, $\mathbf{0 \le t \le T} \overset{(2)}{\Rightarrow} 0 \le 4\kappa + \frac{5}{3} \le 4 \Rightarrow 0 \le 12\kappa + 5 \le 12 \Rightarrow$

$$\Rightarrow -5 \le 12\kappa \le 7 \Rightarrow -\frac{5}{12} \le \kappa \le \frac{7}{12} \overset{\kappa\in Z}{\Rightarrow} \boxed{\kappa = 0}$$

Άρα, από (2) $\Rightarrow t = \frac{5}{3}$ s. Επειδή $t_2 > t_1$ έχουμε $t_1 = \frac{1}{3}$ s και $t_2 = \frac{5}{3}$ s.

Η χρονική διάρκεια Δt που ψάχνουμε είναι:

$$\Delta t = t_2 - t_1 \Rightarrow \Delta t = \left(\frac{5}{3} - \frac{1}{3}\right)s \Rightarrow \boxed{\mathbf{\Delta t = \frac{4}{3}\,s}}$$

9. ***Σώμα πραγματοποιεί Γ.Α.Τ. με περίοδος 2s και πλάτος 0,2m.***
Να βρείτε όταν η απομάκρυνση του είναι 0,1 m:
α) την ταχύτητά του.
β) την επιτάχυνσή του.

Λύση:

Το πλάτος της ταλάντωσης είναι $\mathbf{x_0 = 0{,}2\ m}$, η περίοδος είναι $\mathbf{T = 2\ s}$, άρα η κυκλική συχνότητα είναι $\omega = \frac{2\pi}{T} \overset{S.I.}{\Rightarrow} \omega = \frac{2\pi}{2}\frac{rad}{s} \Rightarrow \boldsymbol{\omega = \pi\ \frac{rad}{s}}$.

α) Για το σημείο που η απομάκρυνση είναι x = 0,1 m έχουμε:

$E_{ολ} = E_κ + E_Δ \Rightarrow \frac{1}{2}Dx_0^2 = \frac{1}{2}mU^2 + \frac{1}{2}Dx^2 \Rightarrow Dx_0^2 = m \cdot U^2 + Dx^2 \Rightarrow$

$\xRightarrow{D=m\omega^2} m\omega^2 x_0^2 = mU^2 + m\omega^2x^2 \Rightarrow \omega^2x_0^2 = U^2 + \omega^2x^2 \Rightarrow U^2 = \omega^2x_0^2 - \omega^2x^2 \Rightarrow$

$\Rightarrow U^2 = \omega^2(x_0^2 - x^2) \Rightarrow U^2 = \omega^2(x_0 - x)(x_0 + x) \overset{S.I.}{\Rightarrow}$

$\overset{S.I.}{\Rightarrow} U^2 = \pi^2\,(0{,}2 - 0{,}1)(0{,}2 + 0{,}1)\left(\frac{m}{s}\right)^2 \Rightarrow U^2 = \pi^2 \cdot 0{,}1 \cdot 0{,}3\left(\frac{m}{s}\right)^2 \Rightarrow$

$\Rightarrow U^2 = \pi^2 \cdot 10^{-1} \cdot 3 \cdot 10^{-1}\left(\frac{m}{s}\right)^2 \Rightarrow U^2 = 3\pi^2 \cdot 10^{-2}\left(\frac{m}{s}\right)^2 \Rightarrow$

$\Rightarrow \boxed{\mathbf{U = \pm\,\pi \cdot 10^{-1}\sqrt{3}\ \frac{m}{s}}}$

β) Για την επιτάχυνση ισχύει

$\boldsymbol{\alpha = -\,\omega^2 x}$ (3) $(\Sigma F = -\,Dx \xRightarrow[D=m\omega^2]{\Sigma F=m\alpha} m\alpha = -\,m\omega^2x \Rightarrow \alpha = -\,\omega^2x)$.

Άρα, από (3) $\xRightarrow[S.I.]{x=0{,}1m} \alpha = -\,\pi^2 \cdot 0{,}1\ \frac{m}{s^2} \Rightarrow \boxed{\mathbf{\alpha = -\,\pi^2 \cdot 10^{-1}\ \frac{m}{s^2}}}$

10. ***Σώμα μάζας 0,2Kg πραγματοποιεί Γ.Α.Τ. με πλάτος 0,2 m και περίοδος 2πs.***
Να βρείτε:
α) τη σταθερά επαναφοράς.
β) την ενέργεια ταλάντωσης.

Λύση:

Το πλάτος της ταλάντωσης του σώματος μάζας $\mathbf{m = 0{,}2\ Kg}$ είναι $\mathbf{x_0 = 0{,}2m}$, η περίοδος είναι $\mathbf{T = 2\pi\ s}$, άρα η κυκλική συχνότητα είναι

$$\omega = \frac{2\pi}{T} \Rightarrow \omega = \frac{2\pi}{2\pi}\frac{rad}{s} \Rightarrow \boldsymbol{\omega = 1\ \frac{rad}{s}}$$

α) Η σταθερά επαναφοράς της ταλάντωσης είναι:

$$D = m\omega^2 \Rightarrow D = 0{,}2 \cdot 1^2\ \frac{N}{m} \Rightarrow \boxed{\mathbf{D = 0{,}2\ \frac{N}{m}}}$$

β) Η ενέργεια της ταλάντωσης είναι:

$$E_{ολ} = \frac{1}{2} Dx_0^2 \overset{S.I.}{\Rightarrow} E_{ολ} = \frac{1}{2} 0{,}2 \cdot (0{,}2)^2 \text{ J} \Rightarrow E_{ολ} = 0{,}1 \cdot 0{,}04 \text{ J} \Rightarrow \boxed{\mathbf{E_{ολ} = 0{,}004\ J}}$$

11. ***Σώμα πραγματοποιεί Γ.Α.Τ. με πλάτος 2 m. Να βρείτε την απομάκρυνση ό-ταν η κινητική του ενέργεια είναι ίση με τη δυναμική ενέργεια ταλάντωσης.***

Λύση:

Το πλάτος της ταλάντωσης είναι $x_0 = 2$ m. Έστω x η απομάκρυνση για την ο-ποία η κινητική ενέργεια Εκ ισούνται με την δυναμική ενέργεια ταλάντωσης ΕΔ. Έχουμε:

$$E_κ = E_κ \xRightarrow{E_κ = E_{ολ} - E_Δ} E_{ολ} - E_Δ = E_Δ \Rightarrow \mathbf{E_{ολ} = 2E_Δ} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{1}{2} Dx_0^2 = 2 \cdot \frac{1}{2} Dx^2 \Rightarrow x_0^2 = 2x^2 \Rightarrow x^2 = \frac{x_0^2}{2} \Rightarrow x = \pm \frac{x_0}{\sqrt{2}} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow x = \pm \frac{2}{\sqrt{2}} \text{ m} \Rightarrow x = \pm \frac{2\sqrt{2}}{2} \text{ m} \Rightarrow \boxed{\mathbf{x = \pm \sqrt{2}\ m}}$$

12. ***Να βρείτε το λόγο της κινητικής ενέργειας σώματος που πραγματοποιεί Γ.Α.Τ. προς τη δυναμική ενέργεια ταλάντωσης όταν:***

α) $x = x_0/2$

β) $υ = υ_0/2$

Λύση:

α) Έχουμε: $\dfrac{E_κ}{E_Δ} = \dfrac{E_{ολ} - E_Δ}{E_Δ} = \dfrac{\frac{1}{2} Dx_0^2 - \frac{1}{2} Dx^2}{\frac{1}{2} Dx^2} = \dfrac{\frac{1}{2} D(x_0^2 - x^2)}{\frac{1}{2} Dx^2} =$

$$= \frac{x_0^2 - x^2}{x^2} \Rightarrow \mathbf{\frac{E_κ}{E_Δ} = \frac{x_0^2 - x^2}{x^2}} \quad (1).$$

Αφού $x = \dfrac{x_0}{2} \Rightarrow x_0 = 2x$.

Άρα από (1) $\Rightarrow \dfrac{E_κ}{E_Δ} = \dfrac{(2x)^2 - x^2}{x^2} = \dfrac{4x^2 - x^2}{x^2} = \dfrac{3x^2}{x^2} = 3 \Rightarrow \boxed{\mathbf{\dfrac{E_κ}{E_Δ} = 3}}$

β) Έχουμε: $\dfrac{E_\kappa}{E_\Delta} = \dfrac{E_\kappa}{E_{o\lambda} - E_\kappa} = \dfrac{\frac{1}{2}mU^2}{\frac{1}{2}mU_0^2 - \frac{1}{2}mU^2} = \dfrac{\frac{1}{2}mU^2}{\frac{1}{2}m(U_0^2 - U^2)} =$

$$= \frac{U^2}{U_0^2 - U^2} \Rightarrow \mathbf{\frac{E_\kappa}{E_\Delta} = \frac{U^2}{U_0^2 - U^2}} \qquad (2).$$

Αφού $U = \dfrac{U_0}{2} \Rightarrow U = 2U.$

Άρα από (2) $\Rightarrow \dfrac{E_\kappa}{E_\Delta} = \dfrac{U^2}{(2U^2) - U^2} = \dfrac{U^2}{4U^2 - U^2} = \dfrac{U^2}{3U^2} = \dfrac{1}{3} \Rightarrow \boxed{\mathbf{\frac{E_\kappa}{E_\Delta} = \frac{1}{3}}}$

13. ***Σώμα πραγματοποιεί Γ.Α.Τ. με πλάτος 0,2 m. Αν η μέγιστη τιμή της δύναμης επαναφοράς είναι 100 N να βρείτε την ενέργεια ταλάντωσης.***

Λύση:

Το πλάτος της ταλάντωσης είναι $\mathbf{x_0 = 0{,}2\ m}$ και η μέγιστη δύναμη επαναφοράς είναι

$$\mathbf{F_0 = 100\ N} \text{ με } F_0 = D \cdot x_0.$$

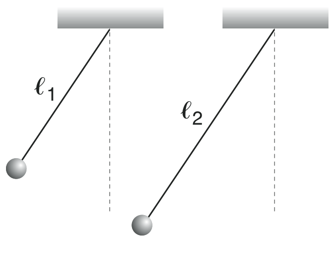
Η ενέργεια ταλάντωσης είναι

$$E_{o\lambda} = \frac{1}{2}Dx_0^2 = \frac{1}{2}D \cdot x_0 \cdot x_0 \xrightarrow{F_0 = Dx_0} E_{o\lambda} = \frac{1}{2}F_0 \cdot x_0 \overset{S.I.}{\Rightarrow}$$

$$\Rightarrow E_{o\lambda} = \frac{1}{2} \cdot 100 \cdot 0{,}2\ J \Rightarrow E_{o\lambda} = \frac{1}{2} \cdot 20\ J \Rightarrow \boxed{\mathbf{E_{o\lambda} = 10\ J}}$$

14. ***Δύο απλά εκκρεμή με μήκη $\ell_1 = 0{,}9$ m και $\ell_2 = 1{,}6$ m αφήνονται ταυτόχρονα από τη θέση που φαίνεται στην εικόνα.***
Να βρείτε μετά πόσο χρόνο θα εμφανιστεί ξανά για πρώτη φορά η ίδια εικόνα.

Δίνεται $g = 10\ \dfrac{m}{s^2}$.



Λύση:

Η περίοδος του πρώτου εκκρεμούς

$$T_1 = 2\pi\sqrt{\frac{\ell_1}{g}} \overset{S.I.}{\Rightarrow} T_1 = 2\pi\sqrt{\frac{0{,}9}{10}}\ s \Rightarrow T_1 = 2\pi\sqrt{0{,}09}\ s \Rightarrow$$

$$\Rightarrow T_1 = 2\pi \cdot 0{,}3\ s \Rightarrow \mathbf{T_1 = 0{,}6\,\pi\ s}$$

Η περίοδος του δεύτερου εκκρεμούς είναι

$$T_2 = 2\pi\sqrt{\frac{\ell_2}{g}} \overset{S.I.}{\Rightarrow} T_2 = 2\pi\sqrt{\frac{1{,}6}{10}}\ s \Rightarrow T_2 = 2\pi\sqrt{0{,}16}\ s \Rightarrow$$

$$\Rightarrow T_2 = 2\pi \cdot 0{,}4\ s \Rightarrow \mathbf{T_2 = 0{,}8\pi\ s}$$

Έστω **t** ο χρόνος που θα περάσει μέχρι τα δύο εκκρεμή να ξαναβρεθούν στην ίδια θέση **για πρώτη φορά,** και αφού το πρώτο εκκρεμές έχει εκτελέσει **κ πλήρεις ταλαντώσεις** και το δεύτερο **λ πλήρεις ταλαντώσεις** ($\kappa,\lambda \in N^*$).

Οπότε θα ισχύει: $\boxed{\mathbf{t = \kappa T_1 = \lambda T_2}}$ (1).

Έχουμε:

$$\kappa T_1 = \lambda T_2 \overset{S.I.}{\Rightarrow} 0{,}6\pi\kappa = 0{,}8\pi\lambda \Rightarrow 6\kappa = 8\lambda \Rightarrow \kappa = \frac{8}{6}\lambda \Rightarrow \boxed{\mathbf{\kappa = \frac{4}{3}\lambda}} \quad (2)$$

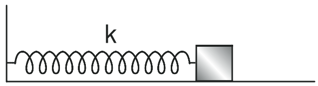
Η πρώτη τιμή του $\lambda \in N^*$ για την οποία προκύπτει $\kappa \in N^*$ είναι η $\mathbf{\lambda = 3}$.

Άρα από (2) $\Rightarrow \kappa = \frac{4}{3} \cdot 3 \Rightarrow \mathbf{\kappa = 4}$.

Δηλαδή θα ξαναεμφανιστεί η ίδια εικόνα για πρώτη φορά όταν το πρώτο εκκρεμές εκτελέσει **4 πλήρεις ταλαντώσεις** και το δεύτερο **3 πλήρεις ταλαντώσεις.** Έτσι για το χρόνο t που ψάχνουμε από

$$(1) \Rightarrow t = 4T_1 \overset{S.I.}{\Rightarrow} t = 4 \cdot 0{,}6\pi \cdot s \Rightarrow \boxed{\mathbf{t = 2{,}4\,\pi\ s}}$$

15. ***Σώμα μάζας 0,2 Kg ηρεμεί πάνω σε λείο οριζόντιο επίπεδο δεμένο στο ελεύθερο άκρο ελατηρίου σταθεράς 20 N/m.***



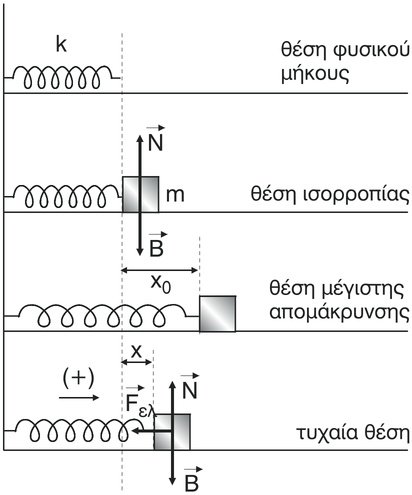
Αν το σώμα απομακρυνθεί λίγο από τη θέση του κατά τη διεύθυνση του άξονα του ελατηρίου και αφεθεί στη συνέχεια ελεύθερο:

α) να δείξετε ότι θα εκτελέσει Γ.Α.Τ.

β) να βρείτε την περίοδο του.

Λύση:

α) Στη θέση ισορροπίας η οποία ταυτίζεται με τη θέση φυσικού μήκους του ελατηρίου σταθεράς $\kappa = 20 \frac{N}{m}$, στο σώμα μάζας m = 0,2 Kg ασκείται το βάρος του $\vec{B}$ και η κάθετη αντίδραση $\vec{N}$ από το λείο οριζόντιο επίπεδο. Για τις δυνάμεις αυτές ισχύει N = B, αφού $\Sigma F_\psi = \Sigma F = 0$. Απομακρύνουμε το σώμα από τη θέση ισορροπίας, έστω κατά x_0, και το αφήνουμε ελεύθερο να κινηθεί.



Σε μια τυχαία θέση της τροχιάς του, εκτός από το βάρος και την κάθετη αντίδραση ασκείται στο σώμα και η δύναμη επαναφοράς του ελατηρίου $\vec{F}$ μέτρου **F = κ · x,** όπου x η παραμόρφωση του ελατηρίου η οποία ταυτίζεται στη συγκεκριμένη περίπτωση και με την απομάκρυνση του σώματος από τη θέση ισορροπίας.

Κατά τη διεύθυνση της κίνησης του σώματος θεωρούμε ως θετική φορά των δυνάμεων, τη φορά της απομάκρυνσης (προς τα δεξιά), και υπολογίζουμε την αλγεβρική τιμή ΣF_x της συνισταμένης των δυνάμεων κατά τη διεύθυνση αυτή (xx΄). Βέβαια ισχύει $\Sigma F_x = \Sigma F$ αφού $\Sigma F_\psi = 0$.

Έτσι έχουμε: $\Sigma F_x = -F \Rightarrow \Sigma F_x = -\kappa x \Rightarrow \Sigma F_x = -Dx$, όπου $D = \kappa = 20 \frac{N}{m}$.

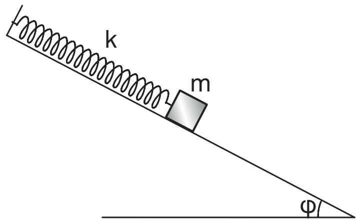
Άρα το σώμα θα εκτελέσει γραμμική αρμονική ταλάντωση. Η σταθερά επαναφοράς D της ταλάντωσης είναι D = κ.

β) Η περίοδος της ταλάντωσης είναι

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{D}} \overset{D=K}{\Rightarrow} T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{\kappa}} \overset{S.I.}{\Rightarrow} T = 2\pi\sqrt{\frac{0,2}{20}}\, s \Rightarrow T = 2\pi \cdot 0,01\, s \Rightarrow$$

$$\Rightarrow T = 2\pi \cdot 0,15 \Rightarrow \boxed{\mathbf{T = 0,2\,\pi\, s}}$$

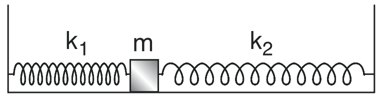
16. ***Το σώμα μάζας 0,1 Kg που φαίνεται στην εικόνα αρχικά ηρεμεί πάνω σε λείο κεκλιμένο επίπεδο δεμένο στο άκρο ελατηρίου σταθεράς 10 N/m.***
Αν το απομακρύνουμε λίγο από τη θέση του κατά τη διεύθυνση του άξονα του ελατηρίου:
α) να δείξετε ότι θα εκτελέσει Γ.Α.Τ.
β) να βρείτε την περίοδο του.



Λύση:

Το πρόβλημα 16 είναι το “λυμένο πρόβλημα 3” του παρόντος βιβλίου.

17. ***Το σώμα μάζας m = 1 Kg που φαίνεται στην εικόνα αρχικά ηρεμεί πάνω σε λείο οριζόντιο επίπεδο δεμένο στα ελεύθερα άκρα ελατηρίου με σταθερές k_1 = 10 N/m και k_2 = 6 N/m.***
Αν απομακρύνουμε το σώμα από τη Θ.Ι. κατά x = 0,1 m:
α) να δείξετε ότι το σώμα θα εκτελέσει Γ.Α.Τ.
β) να βρείτε την περίοδο του.
γ) να βρείτε τη μέγιστη κινητική του ενέργεια.



Λύση:

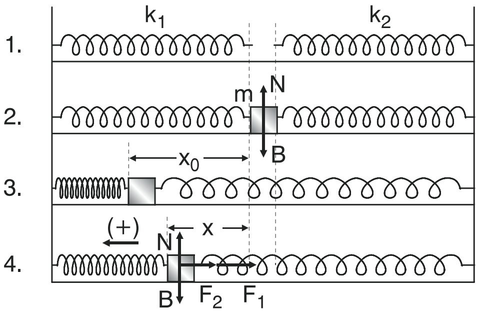
ΠΑΡΑΤΗΡΗΣΗ:

Στην εκφώνηση του προβλήματος δεν αναφέρεται αν, στη θέση που το σώμα ισορροπεί, τα ελατήρια:

- έχουν το φυσικό τους μήκους
- εμφανίζουν και τα δύο επιμήκυνση
- εμφανίζουν και τα δύο συσπείρωση.

Σε όλες τις παραπάνω περιπτώσεις μπορεί το σώμα να ισορροπεί. Το πρόβλημα θα λυθεί θεωρώντας ότι τα ελατήρια έχουν το φυσικό τους μήκος. Πάντως και στις τρεις περιπτώσεις το σώμα θα εκτελέσει γραμμική αρμονική ταλάντωση.

α) Στη θέση 1 τα ελατήρια έχουν το φυσικό τους μήκος.
Στη θέση 2 το σώμα ισορροπεί, άρα N = B.
Στη θέση 3 εκτρέπουμε το σώμα προς τα αριστερά, κατά x0 = 0,1m και το αφήνουμε ελεύθερο.
Προσοχή, όσο συσπειρώνονται το πρώτο ελατήριο τόσο ακριβώς επιμηκύνεται το δεύτερο.



Στη θέση 4 το σώμα διέρχεται από μια τυχαία θέση της τροχιάς του υπό την επίδραση του βάρους του $\vec{B}$, της κάθετης αντίδρασης $\vec{N}$ της δύναμης επαναφοράς $\vec{F}_1$ από το πρώτο ελατήριο και της δύναμης επαναφοράς $\vec{F}_2$ από το δεύτερο ελατήριο. Ισχύουν, $N = B$ αφού $\Sigma F_\psi = 0$, $F_1 = \kappa_1 x$ και $F_2 = \kappa_2 x$, όπου x η κοινή παραμόρφωση των ελατηρίων η οποία στη συγκεκριμένη περίπτωση ταυτίζεται με την απομάκρυνση του σώματος από τη θέση ισορροπίας. Επειδή $\Sigma F_\psi = 0$ θα είναι $\Sigma F = \Sigma F_x$. Θεωρούμε ως θετική φορά των δυνάμεων στη διεύθυνση της κίνησης, τη φορά της απομάκρυνσης (προς τα αριστερά). Έτσι έχουμε:

$\Sigma F_x = -F_1 - F_2 \Rightarrow \Sigma F_x = -\kappa_1 x - \kappa_2 x \Rightarrow \mathbf{\Sigma F_x = -(\kappa_1 + \kappa_2)x \Rightarrow \Sigma F_x = -D \cdot x}$,

όπου $D = \kappa_1 + \kappa_2$.

Άρα το σώμα εκτελεί γραμμική αρμονική ταλάντωση.

β) Η περίοδος της ταλάντωσης είναι

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{D}} \xRightarrow{D=\kappa_1+\kappa_2} T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{\kappa_1+\kappa_2}} \overset{\text{S.I.}}{\Rightarrow} T = 2\pi\sqrt{\frac{1}{10+6}}\,\text{s} \Rightarrow T = 2\pi\sqrt{\frac{1}{16}}\,\text{s} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow T = 2\pi\frac{1}{4}\,\text{s} \Rightarrow \boxed{\mathbf{T = \frac{\pi}{2}\,s}}$$

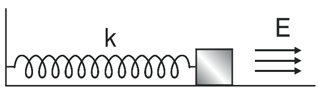
γ) Η μέγιστη κινητική ενέργεια Εκ,max ισούται με την ολική ενέργεια Εολ της ταλάντωσης. Η αρχική απομάκρυνση . Έτσι έχουμε:

$$E_{\kappa max} = E_{o\lambda} \Rightarrow E_{\kappa max} = \frac{1}{2}Dx_0^2 \Rightarrow E_{\kappa max} = \frac{1}{2}(\kappa^1 + \kappa^2)x_0^2 \overset{\text{S.I.}}{\Rightarrow}$$

$$\Rightarrow E_{\kappa max} = \frac{1}{2}(10+6)\cdot(0{,}1)^2\,\text{J} \Rightarrow E_{\kappa max} = \frac{1}{2}\cdot 16 \cdot 0{,}01\,\text{J} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow E_{\kappa max} = 8 \cdot 0{,}01\,\text{J} \Rightarrow \mathbf{E_{\kappa max} = 0{,}08\,J.}$$

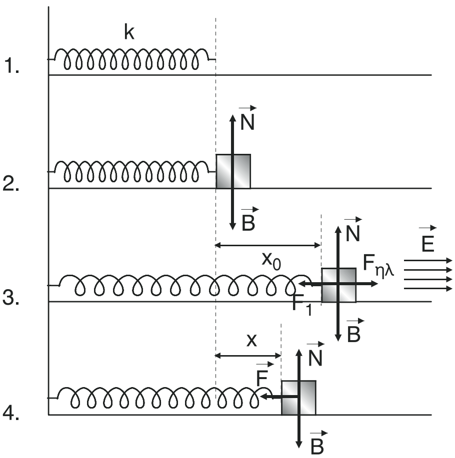
18. ***Το σώμα μάζας 1 Kg που φαίνεται στην εικόνα αρχικά ηρεμεί πάνω σε λείο οριζόντιο επίπεδο δεμένο στο άκρο ελατηρίου σταθεράς 64 N/m. Το σώμα είναι φορτισμένο με φορτίο 6,4 · 10⁻³ C και βρίσκεται σε μια περιοχή όπου υπάρχει ομογενές ηλεκτρικό πεδίο έντασης 1000 N/C παράλληλης με τον άξονα του ελατηρίου. Αν το ηλεκτρικό πεδίο καταργηθεί να βρείτε:***



α) τη μέγιστη ταχύτητα που θα αποκτήσει το σώμα.

β) το χρόνο που θα περάσει ώσπου να γίνει μέγιστη η ταχύτητά του.

Λύση:



Στη θέση 1 το ελατήριο σταθεράς $κ = 64\ \dfrac{N}{m}$ έχει το φυσικό του μήκος.

Στη θέση 2 το σώμα μάζας m = 1 Kg και φορτίου $q = 6{,}4 \cdot 10^{-3}$ C ισορροπεί χωρίς την επίδραση του πεδίου. Άρα N = B.

Στη θέση 3 το σώμα έχει εκτραπεί λόγω της δύναμης που δέχτηκε από το πεδίο κατά x_0 από τη θέση ισορροπίας η οποί ταυτίζεται στη συγκεκριμένη περίπτωση με τη θέση φυσικού μήκους του ελατηρίου.

Στη θέση αυτή το σώμα **παραμένει ακίνητο** υπό την επίδραση του βάρους του $\vec{B}$, της κάθετης αντίδρασης $\vec{N}$ (ισχύει N = B), της δύναμης επαναφοράς $\vec{F}_1$ του ελατηρίου ($F_1 = κ \cdot x_0$) και της ηλεκτρικής δύναμης $F_{ηλ}$ που δέχεται από το πεδίο $\left(F_{ηλ} = E \cdot q,\ \text{όπου } E = 100\ \dfrac{N}{C} \text{ η ένταση του πεδίου}\right)$.

Ισχύει: $ΣF_x = 0 \Rightarrow F_{ηλ} - F_1 = 0 \Rightarrow F_{ηλ} = F_1 \Rightarrow E \cdot q = κ \cdot x_0 \Rightarrow$

$$\Rightarrow x_0 = \frac{E \cdot q}{κ} \Rightarrow x_0 = \frac{10^3 \cdot 6{,}4 \cdot 10^{-3}}{64}\ m \Rightarrow x_0 = \frac{6{,}4}{64}\ m \Rightarrow \boxed{x_0 = 0{,}1\ m}$$

Στη θέση 4 το σώμα διέρχεται από μια τυχαία θέση της τροχιάς του υπό την επίδραση του βάρους του $\vec{B}$, της κάθετης αντίδρασης $\vec{B}$, με N = B, και της δύναμης επαναφοράς $\vec{B}$ του ελατηρίου. Η δύναμη του πεδίου καταργήθηκε μετά την κατάργηση του πεδίου. Θεωρούμε ως θετική φορά των δυνάμεων κατά τη διεύθυνση της κίνησης, τη φορά της απομάκρυνσης (προς τα δεξιά) έχουμε:

$\Sigma F_x = -F \overset{F=\kappa x}{\Rightarrow} \Sigma F_x = -\kappa x \Rightarrow \Sigma F_x = -D \cdot x$ όπου $D = \kappa$.

Άρα το σώμα θα εκτελέσει απλή αρμονική ταλάντωση με περίοδο

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{D}} \overset{D=\kappa}{\Rightarrow} T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{\kappa}} \Rightarrow T = 2\pi\sqrt{\frac{1}{64}}\,s \Rightarrow T = 2\pi\frac{1}{8}\,s \Rightarrow \boxed{\mathbf{T = \frac{\pi}{4}\,s}}$$

και μέγιστη απομάκρυνση την αρχική εκτροπή $\mathbf{x_0 = 0{,}1\ m}$ από τη θέση ισορροπίας.

α) Η μέγιστη ταχύτητα του σώμαοτς θα είναι:

$$U_0 = \omega x_0 \Rightarrow U_0 = \frac{2\pi}{T}x_0 \Rightarrow U_0 = \frac{2\pi}{\frac{\pi}{4}}\,0{,}1\,\frac{m}{s} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow U_0 = \frac{8\pi}{\pi}\,0{,}1\,\frac{m}{s} \Rightarrow \boxed{\mathbf{U_0 = 0{,}8\,\frac{m}{s}}}$$

β) Ο χρόνος **t** που θα περάσει από τη στιγμή που καταργήθηκε το πεδίο ($x = x_0$) μέχρι τη στιγμή που αποκτά τη μέγιστη, σε μέτρο, ταχύτητα ($\mathbf{x = 0}$) είναι ίσος με $\frac{T}{4}$.

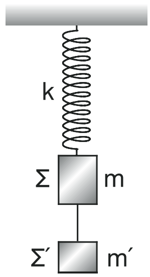
$$\text{Άρα } t = \frac{T}{4} \Rightarrow t = \frac{\frac{\pi}{4}}{4}\,s \Rightarrow \boxed{\mathbf{t = \frac{\pi}{16}\,s}}$$

19. ***Το σώμα Σ μάζας m = 0,5 Kg που φαίνεται στην εικόνα αρχικά ηρεμεί δεμένο στο άκρο ελατηρίου σταθεράς k = 50 N/m. Είναι δεμένο επίσης μέσω νήματος με σώμα Σ' μάζας m΄ = 1Kg. Αν το νήμα κοπεί να βρείτε:***

α) την περίοδο της Γ.Α.Τ. που θα εκτελέσει το σώμα Σ.

β) τη μέγιστη ταχύτητά του.

Δίδεται: g = 10 m/s².

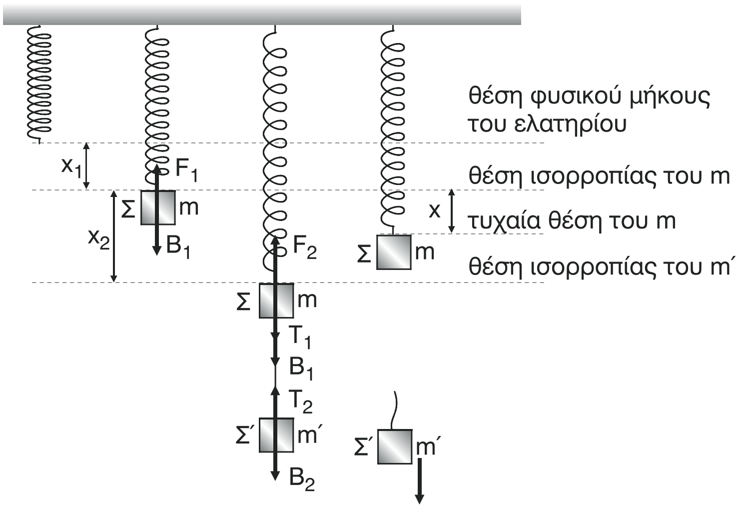


Λύση:

Στη θέση ισορροπίας του σώματος Σ μάζας m έχουμε:

$$\Sigma F = 0 \Rightarrow F_1 - B_1 = 0 \Rightarrow F_1 = B_1 \Rightarrow \kappa x_1 = m_1 g \Rightarrow x_1 = \frac{m_1 g}{\kappa} \overset{S.I.}{\Rightarrow}$$

$$\Rightarrow x_1 = \frac{0,5 \cdot 10}{50}\ \text{m} \Rightarrow x_1 = \frac{5}{50}\ \text{m} \Rightarrow x_1 = 0,1\ \text{m}$$



Στη θέση ισορροπίας του συστήματος των δύο σωμάτων έχουμε:

Για το m: $\Sigma F = 0 \Rightarrow F_2 - B_1 - T_1 = 0$

Για το m΄: $\Sigma F = 0 \Rightarrow T_2 - B_2 = 0 \Rightarrow F_2 - B_1 - T_1 + T_2 - B_2 = 0.$

Όμως $T_1 = T_2$ (Τάσεις κατά μήκος του ίδιου νήματος).

Άρα, $F_2 - B_1 - B_2 = 0 \Rightarrow F_2 = B_1 + B_2 \Rightarrow \kappa(x_1 + x_2) = mg + m'g \Rightarrow$

$\Rightarrow \kappa x_1 + \kappa x_2 = mg + m'g \Rightarrow mg + \kappa x^2 = mg + m'g \Rightarrow \kappa x^2 = m'g \Rightarrow$

$$\Rightarrow x^3 = \frac{m'g}{\kappa} \Rightarrow \frac{1 \cdot 10}{50}\ \text{m} \Rightarrow x_2 = \frac{1}{5}\ \text{m} \Rightarrow \mathbf{x_2 = 0,2\ m.}$$

Μετά το κόψιμο του νήματος το σώμα Σ μάζας m εκτελεί γραμμική αρμονική ταλάντωση γύρω από τη θέση ισορροπίας του με πλάτος $x_0 = x_2 \overset{\text{S.I.}}{\Rightarrow}$

$$\boxed{\mathbf{x_0 = 0,2\ m}}$$

α) Η περίοδος της ταλάντωσης είναι

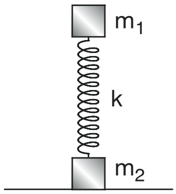
$$T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{\kappa}} \overset{\text{S.I.}}{\Rightarrow} T = 2\pi\sqrt{\frac{0,5}{50}}\ \text{s} \Rightarrow T = 2\pi\sqrt{0,01}\ \text{s} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow T = 2\pi \cdot 0,1\ \text{s} \Rightarrow \boxed{\mathbf{T = 0,2\pi\ s}}$$

β) Η μέγιστη ταχύτητα του σώματος Σ είναι:

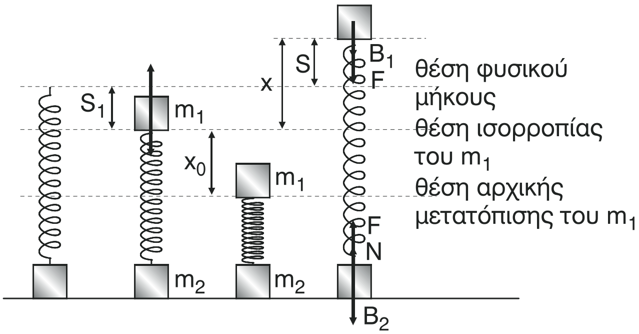
$$U_0 = \omega x_0 \Rightarrow U_0 = \frac{2\pi}{T} x_0 \overset{S.I.}{\Rightarrow} U_0 = \frac{2\pi}{0,2\pi} \cdot 0,2 \frac{m}{s} \Rightarrow \boxed{U_0 = 2 \frac{m}{s}}$$

20. ***Τα σώματα με μάζες m_1 = 0,2 Kg και m_2 = 0,8 Kg που φαίνονται στην εικόνα ηρεμούν δεμένα στα άκρα του κατακόρυφου ελατηρίου σταθεράς k = 100 N/m. Να βρείτε πόσο το πολύ μπορούμε να σπρώξουμε το σώμα m1 προς τα κάτω, ώστε όταν το αφήσουμε ελεύθερο μόλις και να μη σηκωθεί από το δάπεδο το σώμα m^2. Δίνεται $g = 10 \frac{m}{s^2}$.***



Λύση:

Στο σώμα μάζας m_2 ενεργεί το βάρος του $\vec{B}_2$ (κατακόρυφο και με φορά προς τα κάτω), η κάθετη αντίδραση $\vec{N}$ από το επίπεδο (κατακόρυφη και με φορά προς τα πάνω και η δύναμη επαναφοράς $\vec{F}$ του ελατηρίου οι οποίες είναι κατακόρυφη με φορά:



i) προς τα κάτω αν το ελατήριο εμφανίζει συσπείρωση

ii) προς τα πάνω αν το ελατήριο εμφανίζει επιμήκυνση.

i) Αν η $\vec{F}$ είναι προς τα κάτω, λόγω ισορροπίας του m_2 έχουμε:

$N = F + B_2$ (1). Όμως για να χαθεί η επαφή του m_2 με το επίπεδο πρέπει να γίνει N = 0. Από τη σχέση (1) όπου τα F, B_2 είναι μέτρα δυνάμεων προκύπτει ότι αποκλείεται να συμβεί N = 0, αφού $N = F + B_2 > 0$ για οποιαδήποτε τιμή της F [F = κ · (παραμόρφωση)].

ii) Αν η $\vec{F}$ είναι προς τα πάνω, λόγω ισορροπίας του m_2 έχουμε:

$N + F = B_2 \Rightarrow N = B_2 - F$ (2). Από τη σχέση (2) συμπεραίνουμε ότι μπορεί να συμβεί $N = 0$ όταν η F πάρει την κατάλληλη τιμή ($F = B_2$).

Αν συμβολίσουμε με S την **επιμήκυνση του ελατηρίου** έχουμε $\mathbf{F = \kappa \cdot S}$.

Ισχύει:

$$N \geq 0 \overset{(2)}{\Rightarrow} B_2 - N \geq 0 \Rightarrow B_2 - \kappa \cdot S \geq 0 \Rightarrow B_2 \geq \kappa S \Rightarrow \kappa S \geq B_2 \Rightarrow S \leq \frac{mg}{\kappa} \quad (3)$$

Άρα η μέγιστη επιμήκυνση S_{max} του ελατηρίου ώστε μόλις (οριακά) και να μην σηκωθεί το m_2 (δηλαδή να γίνει $N = 0$) από τη σχέση (3) προκύπτει ότι είναι

$$S_{max} = \frac{m_2 g}{\kappa} \overset{S.I.}{\Rightarrow} S_{max} = \frac{0{,}8 \cdot 10}{100} m \Rightarrow \boxed{\mathbf{S_{max} = 0{,}08\ m}}$$

Δείξαμε ότι το m_2 **κινδυνεύει** να χάσει την επαφή του με το επίπεδο όταν το ελατήριο εμφανίζει επιμήκυνση οπότε το m_1 βρίσκεται πάνω από τη θέση φυσικού μήκους του ελατηρίου. Αν x η απομάκρυνση του m_1 από τη θέση ισορροπίες του, ισχύει $x = S + S_1$ (4) (τυχαία θέση στο σχήμα), όπου S_1 η παραμόρφωση του ελατηρίου στη θέση ισορροπίας του m_1.

Στη θέση αυτή ισχύει

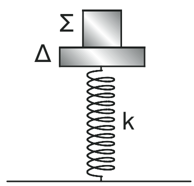
$$F_1 = B_1 \Rightarrow K \cdot S_1 = m_1 g \Rightarrow S_1 = \frac{m_1 g}{\kappa} \Rightarrow S_1 = \frac{0{,}2 \cdot 10}{100} m \Rightarrow \boxed{\mathbf{S_1 = 0{,}02\ m}}$$

Από τη σχέση (4) προκύπτει ότι

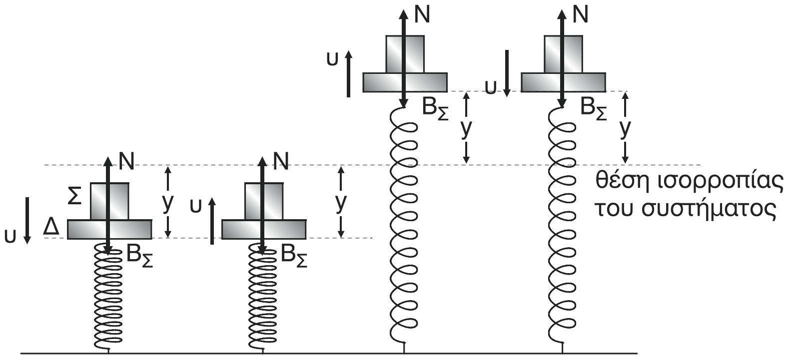
$$x_{max} = S_{max} + S_1 \Rightarrow x_{max} = (0{,}08 + 0{,}02)m \Rightarrow \boxed{\mathbf{x_{max} = 0{,}1\ m}}$$

Αφού η απομάκρυνση της ταλάντωσης του m_1 δεν πρέπει να ξεπερνάει την τιμή x_{max} ώστε το m_2 να είναι σε επαφή με το επίπεδο, το ίδιο, προφανώς, ισχύει και για την μέγιστη απομάκρυνση της ταλάντωσης η οποία ισούται με την αρχική προς τα κάτω μετατόπιση του m_1 από τη θέση ισορροπίας του.

21. ***Πάνω στο δίσκο Δ μάζας 0,1 Kg που φαίνεται στην εικόνα έχει τοποθετηθεί σώμα Σ μάζας 0,3 Kg. Ο δίσκος είναι δεμένος στο ελεύθερο άκρο κατακόρυφου ελατηρίου σταθεράς 40 N/m. Να βρείτε τη μέγιστη τιμή ψ0,max του πλάτους της Γ.Α.Τ. που μπορεί να εκτελεί ο δίσκος χωρίς να χάνει το σώμα Σ την επαφή του μ'αυτόν.***



Λύση:



Το σύστημα δίσκος – σώμα εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση με σταθερά επαναφοράς $D = κ = (m_Σ + m_Δ)ω^2 \Rightarrow ω^2 = \dfrac{κ}{m_Σ + m_Δ}$ (1),

όπου $κ = 40\ \dfrac{N}{m}$ η σταθερά επαναφοράς του ελατηρίου, $m_Σ = 0{,}3$ Kg η μάζα του σώματος, $m_Δ = 0{,}1$ Kg η μάζα του δίσκου και ω η κυκλική συχνότητα της ταλάντωσης. Για να μην χάσει την επαφή του το σώμα με το δίσκο θα πρέπει να συμμετέχει στην ταλάντωση του συστήματος άρα να έχει κάθε στιγμή ταχύτητα ίση με την ταχύτητα ταλάντωσης του συστήματος. Για να συμβαίνει αυτό πρέπει η επιτάχυνση $α_Σ$ του σώματος είναι κάθε στιγμή **ίση** με την επιτάχυνση **α** της ταλάντωσης του συστήματος, το μέτρο της οποίας είναι $\boldsymbol{|α| = ω^2|ψ|}$ (2), όπου ψ το μέτρο της απομάκρυνσης του συστήματος από τη θέση ισορροπίας του. Το σώμα Σ ταλαντώνεται υπό την επίδραση της κάθετης αντίδρασης $\vec{N}$ και του βάρους του $\vec{B}_Σ$.

Στη θέση 1 το σύστημα κινείται προς μια ακραία θέση. Επειδή το μέτρο της ταχύτητας μειώνεται θα είναι $N > B_Σ$, ενώ το μέτρο $|α_Σ|$ της επιτάχυνσης του σώματος είναι $|α_Σ| = |α| \overset{(2)}{=} ω^2\ |ψ|$ (3).

Άρα έχουμε: $N - B_Σ = m_Σ\ |α_Σ| \Rightarrow N = m_Σ \cdot |α| + B_Σ$ (4).

Το σώμα θα χάσει την επαφή του με το δίσκο, αν συμβεί **N = 0**. Από τη σχέση (4) προκύπτει ότι N > 0 για οποιαδήποτε τιμή της $α_Σ$. Άρα στην περίπτωση αυτή το σώμα αποκλείεται να χάσει την επαφή του με το δίσκο.

Στη θέση 2 το σύστημα κινείται προς τη θέση ισορροπίας. Επειδή το μέτρο ταχύτητας αυξάνεται θα είναι $N > B_Σ$. Άρα έχουμε:

$$N - B_Σ = m_Σ\ |α_Σ| \Rightarrow N = m_Σ\ |α| + B_Σ.$$

Οπότε, πάλι, **αποκλείεται** να χάσει την επαφή του το σώμα με το δίσκο στην περίπτωση αυτή.

Στη θέση 3 το σύστημα κινείται προς την άλλη ακραία θέση. Επειδή το μέτρο της ταχύτητας μειώνεται θα είναι $\mathbf{N < B_Σ}$. Άρα έχουμε:

$$B_Σ - N = m_Σ|α_Σ| \overset{(3)}{\Rightarrow} \mathbf{N = B_Σ - m_Σ\ |α|\ \ (5)}$$

Επειδή το $|α|$ αυξάνεται το N θα μειώνεται, οπότε, στην περίπτωση αυτή το σώμα κινδυνεύει να χάσει την επαφή του με το δίσκο, δηλαδή να γίνει $N = 0$, αν το α πάρει την κατάλληλη τιμή ($B_Σ = m_Σ\ |α|$).

Στη θέση 4 το σύστημα κινείται προς τη θέση ισορροπίας. Επειδή το μέτρο της ταχύτητας αυξάνεται θα είναι $N < B_Σ$. Άρα έχουμε:

$$B_Σ - N = m_Σ\ |α_Σ| \overset{(3)}{\Rightarrow} N = B_Σ - m_Σ|α|$$

Επειδή το $|α|$ μειώνεται, το N θα αυξάνεται, οπότε **αποκλείεται** να γίνει $N = 0$ και το σώμα να χάσει την επαφή του με τον δίσκο.

Επομένως: η μόνη περίπτωση στην οποία το σώμα κινδυνεύει να χάσει την επαφή του με το δίσκο είναι εκείνη (θέση 3) κατά την οποία το σύστημα βρίσκεται πάνω από τη θέση ισορροπίας κινούμενο προς την ακραία θέση (προς τα πάνω).

Για την περίπτωση αυτή ισχύει:

$$N \geq 0 \overset{(5)}{\Rightarrow} B_Σ - m_Σ\ |α| \geq 0 \Rightarrow m_Σ \cdot g \geq m_Σ|α| \Rightarrow g \geq α \overset{(3)}{\Rightarrow} g \geq ω^2|ψ| \overset{(1)}{\Rightarrow}$$

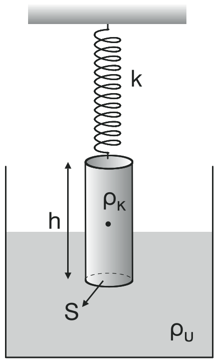
$$\Rightarrow g \geq \frac{κ}{m_Σ + m_Δ}\ |ψ| \Rightarrow g(m_Σ + m_Δ) \geq κ \cdot |ψ| \Rightarrow |ψ| \leq \frac{g(m_Σ + m_Δ)}{κ} \overset{\text{S.I.}}{\Rightarrow}$$

$$\Rightarrow |ψ| \leq \frac{10(0{,}3 + 0{,}1)}{40}\ m \Rightarrow |ψ| \leq \frac{0{,}4}{4} \Rightarrow \boxed{\mathbf{|ψ| \leq 0{,}1\ m}}$$

Δηλαδή η απομάκρυνση της ταλάντωσης δεν πρέπει να ξεπερνάει, κατ' απόλυτη τιμή, τα 0,1 m, ώστε το σώμα να είναι σε επαφή με το δίσκο. Προφανώς ο περιορισμός αυτός θα πρέπει να ισχύει και για την μέγιστη απομάκρυνση ψ0 της ταλάντωσης. Άρα πρέπει

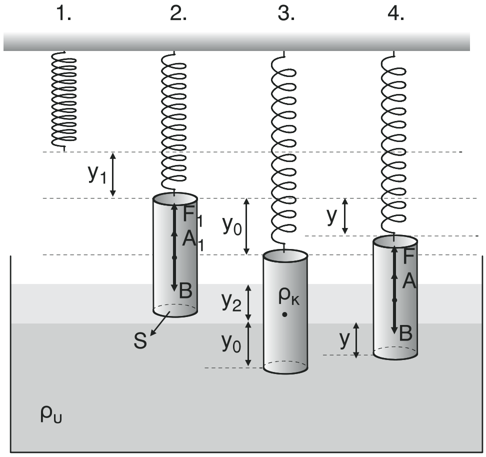
$$|ψ_0| \leq 0{,}1\ m \overset{ψ_0>0}{\Rightarrow} ψ_0 \leq 0{,}1\ m \Rightarrow \boxed{\mathbf{ψ_{0,max} = 0{,}1m}}$$

22. ***Θεωρώντας γνωστά όλα τα μεγέθη που σημειώνονται στην εικόνα καθώς και την επιτάχυνση της βαρύτητας g:***
α) δείξτε ότι ο κύλινδρος θα εκτελέσει Γ.Α.Τ. αν απομακρυνθεί λίγο από τη Θ.Ι. του και αφεθεί στη συνέχεια ελεύθερος.
β) βρείτε την περίοδό του.
Να θεωρήσετε ότι ο κύλινδρος κατά την κίνηση του είναι διαρκώς εν μέρει βυθισμένος στο υγρό και δεν συναντά τριβές και αντιστάσεις και ότι η στάθμη του υγρού παραμένει σταθερή.



Λύση:

α) Στη θέση το ελατήριο σταθεράς **κ**, έχει το φυσικό του μήκος. Στη θέση 2 ο κύλινδρος, μάζας **m**, ύψους **h** πυκνότητα $\boldsymbol{\rho_\kappa}$ και εμβαδών βάσης ^{S} ισορροπεί μέσα σε υγρό πυκνότητας $\boldsymbol{\rho_\upsilon}$, υπό την επίδραση του βάρους του $\vec{\mathbf{B}}$**,** της δύναμης επαναφοράς $\vec{F}_1$ του ελατηρίου με $\mathbf{F_1 = \kappa \cdot \psi_1}$ και της άνωσης $\mathbf{A_1 = \rho_\upsilon g \cdot S \cdot \psi_2}$ (Βλέπε "λυμένο πρόβλημα 4" του παρόντος βιβλίου).



Έχουμε:

$$\Sigma F = 0 \Rightarrow F_1 + A_1 - B = 0 \Rightarrow F_1 + A_1 = B \Rightarrow \mathbf{\kappa \cdot \psi_1 + \rho_\upsilon g \cdot S \cdot \psi_2 = B\ (1)}$$

Στη θέση 3 βυθίσαμε τον κύλινδρο κατά ψ_0 επιπλέον και τον αφήνουμε ελεύθερο.

Στη θέση 4 ο κύλινδρος διέρχεται από μια τυχαία θέση της τροχιάς του υπό την επίδραση του βάρους του $\vec{B}$, της δύναμης επαναφοράς του ελατηρίου F με $\mathbf{F = \kappa(\psi_1 + \psi)}$ και της άνωσης A με $A = \rho_\upsilon g S(\psi_1 + \psi)$, όπου ψ η απομάκρυνση από τη θέση ισορροπίας. Θεωρώντας ως θετική φορά των δυνάμεων τη φορά της απομάκρυνσης (προς τα κάτω) έχουμε:

$$\Sigma F = B - F - A \Rightarrow \Sigma F = B - \kappa(\psi_1 + \psi) - \rho_\upsilon g S(\psi_2 + \psi) \overset{(1)}{\Rightarrow}$$

$$\Rightarrow \Sigma F = \kappa\psi_1 + \rho_\upsilon g S \cdot \psi_2 - \kappa\psi_1 - \kappa\psi - \rho_\upsilon g \cdot S\psi_2 - \rho_\upsilon g \cdot S_\psi \Rightarrow$$

$\Rightarrow \Sigma F = -\kappa\psi - \rho_\upsilon g \cdot S_\psi \Rightarrow \Sigma F = -(\kappa + \rho_\upsilon g S)_\psi \Rightarrow \Sigma F = -D \cdot \psi$,

όπου $\mathbf{D = \kappa + \rho_\upsilon g \cdot S}$ **(2)**

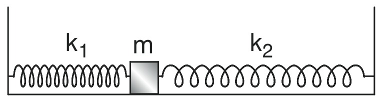
Άρα ο κύλινδρος εκτελεί γραμμική αρμονική ταλάντωση με σταθερά επαναφοράς $D = \kappa + \rho_\upsilon g \cdot S$.

β) Η περίοδος της ταλάντωσης είναι $T = 2\pi\sqrt{\dfrac{m}{D}}$ όμως

$m = \rho_\kappa \cdot V_\kappa \Rightarrow m = \rho_\kappa \cdot S \cdot h$.

$$\text{Άρα, } T = 2\pi\sqrt{\frac{\rho_\kappa \cdot S \cdot h}{D}} \overset{(2)}{\Rightarrow} \boxed{\mathbf{T = 2\pi\sqrt{\frac{\rho_\kappa \cdot Sh}{\kappa + \rho_\upsilon \cdot g \cdot S}}}}$$

23. ***Σώμα μάζας m = 0,1 Kg είναι αρχικά ακίνητο πάνω σε λείο οριζόντιο επίπεδο και είναι δεμένο στο ελεύθερο άκρο ελατηρίου σταθεράς k_1 = 10 N/m,ενώ απλά ακουμπά στο ελεύθερο άκρο ελατηρίου σταθεράς k_2 = 30 N/m.***



Αν προσδώσουμε οριζόντια ταχύτητα στο σώμα κατά τη διεύθυνση των αξόνων των ελατηρίων να βρείτε την περίοδο της κίνησης που θα εκτελέσει.

Λύση:

Έστω ότι προσδίδουμε στο σώμα μια οριζόντια ταχύτητα $\vec{U}_0$ με φορά προς τα αριστερά. Τότε το σώμα μάζας m που είναι δεμένο στο ελατήριο σταθεράς κ_1 θα εκτελέσει γραμμική αρμονική ταλάντωση με περίοδο

$$T_1 = 2\pi\sqrt{\frac{m}{\kappa_1}} \overset{S.I.}{\Rightarrow} T_1 = 2\pi\sqrt{\frac{0,1}{10}}\ s \Rightarrow T_1 = 2\pi\sqrt{0,01}\ s \Rightarrow$$

$$\Rightarrow T_1 = 2\pi \cdot 0,15 \Rightarrow \boxed{\mathbf{T_1 = 0,2\pi \cdot s}}$$

Ο χρόνος t_1 που θα μεσολαβήσει μέχρι το σώμα να ξαναπεράσει για πρώτη φορά από την αρχική του θέση (κινούμενο προς τα δεξιά) είναι:

$$t_1 = \frac{T_1}{2} \overset{S.I.}{\Rightarrow} t_1 = \frac{0{,}2\pi}{2}\,s \Rightarrow \boxed{t_1 = 0{,}1\pi\ s}$$

Στη συνέχεια στο σώμα θα αρχίσει να ενεργεί και η δύναμη επαναφοράς του ελατηρίου με σταθερά κ_2. Έτσι το σώμα θα αρχίσει να εκτελεί νέα γραμμική αρμονική ταλάντωση (βλέπει λύση προβλήματος 17 του σχολικού βιβλίου) με περίοδο

$$T_2 = 2\pi\sqrt{\frac{m}{\kappa_1 + \kappa_2}} \overset{S.I.}{\Rightarrow} T_2 = 2\pi\sqrt{\frac{0{,}1}{10 + 30}}\,s \Rightarrow T_2 = 2\pi\sqrt{\frac{0{,}1}{40}}\,s \Rightarrow$$

$$\Rightarrow T_2 = 2\pi\sqrt{\frac{1}{400}}\,s \Rightarrow T_2 = 2\pi\,\frac{1}{20}\,s \Rightarrow \boxed{T_2 = 0{,}1\pi\ s}$$

Ο χρόνος $\mathbf{t_2}$ που θα μεσολαβήσει στη συνέχεια μέχρι το σώμα να ξαναγυρίσει στην αρχική του θέση ολοκληρώνοντας έτσι μια πλήρη περιοδική κίνηση είναι:

$$t_2 = \frac{T_2}{2} \overset{S.I.}{\Rightarrow} t_2 = \frac{0{,}1\pi}{2}\,s \Rightarrow \boxed{t_2 = 0{,}05\pi\ s}$$

Άρα η περίοδος T της περιοδικής κίνησης είναι:

$$T = t_1 + t_2 \Rightarrow T = (0{,}1\pi + 0{,}05\pi)s \Rightarrow \boxed{T = 0{,}15\pi\ s}$$

24. ***Ομογενής κύλινδρος πυκνότητας ρ ηρεμεί αρχικά με τον άξονα του κατακόρυφο, βυθισμένος εν μέρει σε υγρό πυκνότητας 4ρ.***
Αν προσδώσουμε στον κύλινδρο κατακόρυφη ταχύτητα υ_0 = 2m/s να βρείτε:
α) την απόσταση μεταξύ της κατώτερης και της ανώτερης θέσης που θα βρεθεί ο κύλινδρος.
β) το χρόνο που μεσολαβεί από τη στιγμή που ο κύλινδρος βρίσκεται στην κατώτερη θέση του ώσπου να βρεθεί στην ανώτερη.
Δίδεται το ύψος του κυλίνδρου h = 0,4 m και η επιτάχυνση της βαρύτητας $g = 10\ m/s^2$.
Να θεωρήσετε ότι ο κύλινδρος δεν συναντά αντιστάσεις και τριβές κατά την κίνησή του και ότι η στάθμη του υγρού παραμένει σταθερή.

Λύση:

Ο κύλινδρος θα εκτελέσει γραμμική αρμονική ταλάντωση (βλέπε “λυμένο πρόβλημα 4” του παρόντος βιβλίου) με περίοδο

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{\rho \cdot h}{4\rho \cdot g}} \Rightarrow T = 2\pi \sqrt{\frac{h}{4g}} \Rightarrow T = 2\pi \sqrt{\frac{0{,}4}{4 \cdot 10}}\ \mathrm{s} \Rightarrow T = 2\pi \sqrt{\frac{0{,}4}{40}}\ \mathrm{s} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow T = 2\pi \sqrt{0{,}01}\ \mathrm{s} \Rightarrow T = 2\pi \cdot 0{,}15\ \mathrm{s} \Rightarrow \boxed{\mathbf{T = 0{,}2\pi\ s}}$$

α) Η ταχύτητα $U_0 = 2\ \frac{m}{s}$ που προσδίδουμε προς τα κάτω στον κύλινδρο είναι και η μέγιστη ταχύτητα αφού είναι η ταχύτητα που έχει στη θέση ισορροπίας του.

Άρα $\mathbf{U_0 = \omega \cdot \psi_0}$, όπου $\boldsymbol{\omega = \frac{2\pi}{T} \Rightarrow \omega = \frac{2\pi}{0{,}2\pi}\ \frac{rad}{s} \Rightarrow \omega = 10\ \frac{rad}{s}}$ και $\boldsymbol{\psi_0}$ η μέγιστη απομάκρυνση.

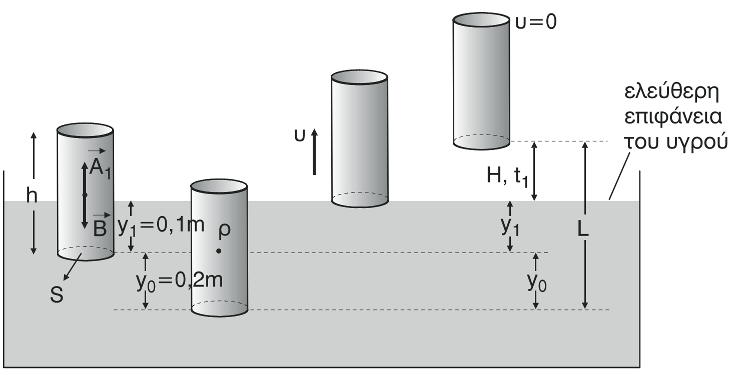
Έχουμε $U_0 = \omega\psi_0 \Rightarrow \psi_0 = \frac{U_0}{\omega} \Rightarrow \psi_0 = \frac{2}{10}\ m \Rightarrow \boxed{\boldsymbol{\psi_0 = 0{,}2\ m}}$

ΠΑΡΑΤΗΡΗΣΗ

Αν ψ_1 το μήκος του κυλίνδρου που είναι βυθισμένο μέσα στο υγρό όταν ο κύλινδρος ισορροπεί ισχύει: (βλέπε και “λυμένο πρόβλημα 4” του παρόντος βιβλίου)

$B_\kappa = A_1 \Rightarrow m_\kappa g = 4\rho g \cdot S \cdot \psi_1 \Rightarrow \rho S \cdot \psi_1 \Rightarrow \rho S h = 4\rho g S \psi_1 \Rightarrow$

$$\Rightarrow h = 4\psi_1 \Rightarrow \psi_1 = \frac{h}{4} \Rightarrow \boxed{\boldsymbol{\psi_1 = 0{,}1\ m}}$$



Στη θέση $\psi = \psi_0$ της ταλάντωσης η κάτω βάση του κυλίνδρου απέχει από την επιφάνεια του υγρού απόσταση $\psi_1 + \psi_0 = 0{,}3$ m. Έτσι καθώς ο κύλινδρος περνάει από τη θέση ισορροπίας και κινείται προς τα πάνω, όταν η απομάκρυνση γίνει $\psi = 0{,}1$m (θετική φορά των απομακρύνσεων η προς τα κάτω) η κάτω βάση του κυλίνδρου βρίσκεται στην ελεύθερη επιφάνεια του υγρού έχοντας ταχύτητα μέτρου

$$U = \omega\sqrt{\psi_0^2 - \psi^2} \Rightarrow U = 10\sqrt{0{,}04 - 0{,}01}\,\frac{m}{s} \Rightarrow \boxed{\mathbf{U = \sqrt{3}\,\frac{m}{s}}}$$

Στη συνέχει κάνει κατακόρυφη βολή προς τα πάνω και φτάνει σε ύψος

$$H = \frac{U^2}{2g} \Rightarrow H = \frac{3}{20}\,m \Rightarrow \boxed{\mathbf{H = 0{,}15\ m}}$$

α) Η απόσταση S μεταξύ κατώτερης και ανώτερης θέσης είναι:

$$L = \psi_0 + \psi_1 + H \Rightarrow L = (0{,}2 + 0{,}1 + 0{,}15)m \Rightarrow \boxed{\mathbf{L = 0{,}45m}}$$

β) Ο χρόνος t_1 που χρειάζεται ο κύλινδρος να διανύσει ανεβαίνοντας το ύψος Η είναι

$$t_1 = \frac{U}{g} \Rightarrow \boxed{\mathbf{t_1 = \frac{\sqrt{3}}{10}\,s}}$$

Αν για t = 0 θεωρήσουμε τη στιγμή που $\psi = \psi_0$ έχουμε: $\psi = \psi_0 ημ\left(\omega t + \frac{\pi}{2}\right)$

Όταν

$$\psi = -0{,}1 \Rightarrow \psi_0 ημ\left(\omega t + \frac{\pi}{2}\right) = -0{,}1 \Rightarrow 0{,}2ημ\left(10t + \frac{\pi}{2}\right) = -0{,}1 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow ημ\left(10t + \frac{\pi}{2}\right) = -\frac{1}{2} \Rightarrow ημ\left(10t + \frac{\pi}{2}\right) = ημ\,\frac{7\pi}{6} \Rightarrow \begin{cases} 10t + \frac{\pi}{2} = 2κ\pi + \frac{7\pi}{6} \\ \quad ή \\ 10t + \frac{\pi}{2} = 2κ\pi - \frac{\pi}{6} \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} t = \dfrac{\kappa\pi}{5} + \dfrac{\pi}{15} \quad (1) \\ \text{ή} \\ t = \dfrac{\kappa\pi}{5} - \dfrac{\pi}{15} \quad (2) \end{cases} \kappa \in Z$$

Θέλουμε ψ = – 0,1 m για πρώτη φορά.

Άρα θα πάρουμε τη μικρότερη τιμή του t από τις σχέσεις (1) και (2).

Έτσι, από (1) για κ = 0 έχουμε: $\mathbf{t = \dfrac{\pi}{15}\ s = t_2}$.

Έτσι, ο χρόνος Δt που ψάχνουμε είναι $\mathbf{\Delta t = t_1 + t_2} \Rightarrow$

$$\mathbf{\Delta t = \left(\frac{\sqrt{3}}{10} + \frac{\pi}{15}\right) s \simeq 0{,}38253\ s.}$$

ΚΡΙΤΗΡΙΑ ΑΞΙΟΛΟΓΗΣΗΣ

1ο Κριτηριο Αξιολογησησ

ΘΕΜΑ 1ο

Στις ερωτήσεις 1-3 βάλτε σε κύκλο το γράμμα με τη σωστή απάντηση.

1. **Στο κέντρο κυκλικού μεταλλικού σύρματος ακτίνας r, που διαρρέεται από ρεύμα έντασης I, η ένταση του μαγνητικού πεδίου έχει μέτρο B. Κόβουμε το σύρμα σε τρία ίσα μέρη και με το ένα μέρος δημιουργούμε κυκλικό αγωγό στον οποίο διαβιβάζουμε ρεύμα έντασης 2I. Τότε, η ένταση του μαγνητικού πεδίου στο κέντρο του νέου αγωγού έχει μέτρο:**

   α. 3B β. $\frac{B}{3}$ γ. $\frac{B}{6}$ δ. 6B

   Μονάδες 5

2. **Η μαγνητική ροή που διέρχεται μέσα από επίπεδη επιφάνεια η οποία βρίσκεται μέσα σε ομογενές μαγνητικό πεδίο:**

   α. είναι διανυσματικό μέγεθος
   β. εξαρτάται από τον προσανατολισμό της επιφάνειας μέσα στο μαγνητικό πεδίο
   γ. ισούται με την πυκνότητα των δυναμικών γραμμών
   δ. μετριέται στο S.I. σε $T \cdot m$

   Μονάδες 5

3. **Η δύναμη Laplace που δέχεται ένα ευθύγραμμος ρευματοφόρος αγωγός μέσα σε ομογενές μαγνητικό πεδίο:**

   α. είναι κάθετη στον αγωγό και στην ένταση του πεδίου
   β. είναι κάθετη στον αγωγό και παράλληλη στην ένταση του πεδίου
   γ. είναι παράλληλη στον αγωγό και κάθετη στην ένταση του πεδίου
   δ. είναι παράλληλη στον αγωγό και στην ένταση του πεδίου.

   Μονάδες 5

4. **Χαρακτηρίστε με Σ τις παρακάτω προτάσεις, αν είναι σωστές, και με Λ, αν είναι λανθασμένες.**

   α. Αν διπλασιάσουμε την ένταση του ρεύματος που διαρρέει έναν κυκλικό αγωγό και ταυτόχρονα αναστρέψουμε τη φόρα του, τότε το μέτρο της έντασης του μαγνητικού πεδίου στο κέντρο του αγωγού θα διπλασιαστεί ενώ η διεύθυνση της έντασης θα παραμείνει σταθερή. **Σ Λ** β. Αν η μαγνητική ροή που διέρχεται από ένα κύκλωμα μεταβάλλεται σε συνάρτηση με το χρόνο σύμφωνα με τη σχέση $\Phi = 3t + 4$ (S.I.), τότε η επαγωγική τάση που αναπτύσσεται είναι ίση με 3 V. **Σ Λ**

γ. Ο κανόνας του Lenz αναφέρεται στην εμφάνιση της δύναμη Laplace. **Σ Λ**

δ. Στο μαγνητικό ενός ευθύγραμμου ρευματοφόρου αγωγού εμφανίζονται και οι δύο μαγνητικοί πόλοι. **Σ Λ**

ε. Η σχετική μαγνητική διαπερατότητα μ του κενού είναι ίση με 1. **Σ Λ**

Μονάδες 5

5. **Να συμπληρώσετε τα κενά των παρακάτω προτάσεων:**
Οι μαγνητικές .... γραμμές είναι .... ενώ οι ηλεκτρικές .... Το μέτρο της ένταση του μαγνητικού πεδίου γύρω από ευθύγραμμο ρευματοφόρο αγωγό δίνεται από τη σχέση .... ενώ στο κέντρο κυκλικού ρευματοφόρου αγωγού δίνεται από τη σχέση ....

Μονάδες 5

ΘΕΜΑ 2ο

1. **Να διατυπώσετε το νόμο της ηλεκτρομαγνητικής επαγωγής (νόμος Faraday) γράφοντας και την κατάλληλη μαθηματική σχέση.**

Μονάδες 7

2. **Σωληνοειδές διαρρέεται από ρεύμα έντασης I και η ένταση του μαγνητικού πεδίου στο κέντρο του είναι B. Κόβουμε το σωληνοειδές σε 4 ίσα κομμάτια και στο ένα από αυτά διαβιβάζουμε ρεύμα έντασης 2I. Τότε το μέτρο της έντασης του μαγνητικού πεδίου στο κέντρο του κομματιού αυτού γίνεται:**

α. 2B β. B γ. $\frac{B}{2}$ δ. 4B

Μονάδες 2

Δικαιολογήστε την απάντησή σας.

Μονάδες 6

3. **Να διατυπώσετε τον κανόνα του Lenz και να δώσετε ένα παράδειγμα εξηγώντας την εφαρμογή του.**

Μονάδες 6

4. **Αν σε απόσταση r = 2π cm από ευθύγραμμο αγωγό που διαρρέεται από ρεύμα έντασης I, η ένταση του μαγνητικού πεδίου είναι $B = 10^{-6}$ T τότε**

σε απόσταση $r_1 = \frac{\pi}{2}$ cm από τον ίδιο αγωγό πόση είναι η ένταση του μαγνητικού πεδίου;

Μονάδες 4

ΘΕΜΑ 3ο

Ευθύγραμμος ρευματοφόρος αγωγός βρίσκεται ολόκληρος μέσα σε ομογενές μαγνητικό πεδίο κάθετος στις δυναμικές γραμμές του πεδίου δεχόμενος από το πεδίο δύναμη ίση με 2N. Τοποθετώντας τον αγωγό έτσι ώστε να σχηματίζει με τις δυναμικές γραμμές γωνία φ, η δύναμη που δέχεται από το πεδίο γίνεται 1 N.

α. Βρείτε τη γωνία φ

Μονάδες 7

β. Αν για τη νέα θέση του αγωγού θέσουμε το μισό μήκος του εκτός πεδίου, βρείτε πόση δύναμη δέχεται από το πεδίο;

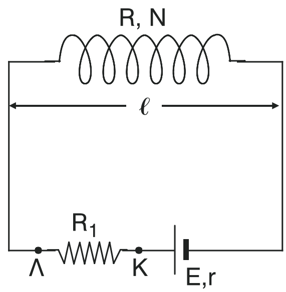
Μονάδες 8

γ. Με το μισό μήκος του εκτός πεδίου τοποθετούμε τον αγωγό έτσι ώστε να σχηματίζει γωνία θ με τις δυναμικές γραμμές, τέτοια ώστε συνθ = 0,8. Πόση δύναμη δέχεται τώρα ο αγωγός από το πεδίο;

Μονάδες 10

ΘΕΜΑ 4ο

Στο κύκλωμα του σχήματος έχουμε, $E = 24$ V, $r = 1\ \Omega$, $R_1 = 2\ \Omega$, $N = 100$ σπείρες και $\ell = 1$ m. Αν $V_{ΚΛ} = -8$ V, βρείτε:



α. την ένταση I του ρεύματος που διαρρέει το πηνίο

Μονάδες 5

β. το μέτρο B της έντασης του μαγνητικού πεδίου στο κέντρο του πηνίου

Μονάδες 5

γ. την αντίσταση R του πηνίου καθώς και την αντίσταση $R_Σ$ της κάθε σπείρας

Μονάδες 5

δ. το μέτρο B της έντασης του μαγνητικού πεδίου στο κέντρο του πηνίου αν συμπιέζοντας το μειώσουμε το μήκος του στο μισό.

Δίνεται $κ_μ = 10^{-7}\ \frac{T \cdot m}{A}$.

Μονάδες 6

2ο ΚΡΙΤΗΡΙΟ ΑΞΙΟΛΟΓΗΣΗΣ

ΘΕΜΑ 1ο

Στις ερωτήσεις 1-3 βάλτε σε κύκλο το γράμμα με τη σωστή απάντηση.

1. **Με το πείραμα του Oersted αποδείχτηκε ότι:**
   α. οι μαγνητικές δυναμικές γραμμές είναι κλειστές
   β. το ηλεκτρικό ρεύμα δημιουργεί μαγνητικό πεδίο
   γ. η μαγνητική βελόνα δέχεται μαγνητικές δυνάμεις
   δ. το ηλεκτρικό φορτίο δημιουργεί γύρω του ηλεκτρικό πεδίο

Μονάδες 5

2. **Η ΗΕΔ από επαγωγή που αναπτύσσεται σε κάποιο πηνίο:**
   α. δεν εξαρτάται από το πλήθος των σπειρών του πηνίου
   β. δεν εξαρτάται από το εμβαδό των σπειρών του πηνίου
   γ. είναι πάντα σταθερή
   δ. μετριέται στο S.I. σε $\frac{\text{Wb}}{\text{s}}$

Μονάδες 5

3. **Η δύναμη Laplace που δέχεται ευθύγραμμος ρευματοφόρος αγωγός:**
   α. είναι ανάλογη με τη γωνία φ που σχηματίζει ο αγωγός με τις δυναμικές γραμμές
   β. εξαρτάται μόνο από την ένταση του μαγνητικού πεδίου
   γ. εξαρτάται και από την ένταση του ρεύματος που διαρρέει τον αγωγό
   δ. είναι ανάλογο με το συνημίτονο της γωνίας που σχηματίζει ο αγωγός με τις δυναμικές γραμμές.

Μονάδες 5

4. **Χαρακτηρίστε με Σ τις παρακάτω προτάσεις, αν είναι σωστές, και με Λ, αν είναι λανθασμένες.**
   α. Η μαγνητική ροή, όπως και η επαγωγική τάση, είναι μονόμετρο μέγεθος **Σ Λ**
   β. Η φορά του επαγωγικού ρεύματος καθορίζεται με βάση τον κανόνα του Neumann. **Σ Λ**

γ. Το μαγνητικό πεδίο ενός σωληνοειδούς είναι όμοιο με αυτό ενός ραβδομαγνήτη. **Σ Λ**

δ. Η σχέση $K_\mu = \frac{B \cdot r}{2\pi I}$ αναφέρεται σε κυκλικό ρευματοφόρο αγωγό. **Σ Λ**

ε. Όλα τα μέταλλα ανήκουν στα σιδηρομαγνητικά υλικά. **Σ Λ**

Μονάδες 5

5. Να αντιστοιχίσετε τα στοιχεία της στήλης Α με τα στοιχεία της στήλης Β.

Στήλη Α	**Στήλη Β**
Α. Δύναμη Laplace	α. $\frac{B \cdot r}{\pi} = 2\, K_\mu\, I$
Β. Μαγνητικό πεδίου κυκλικού αγωγού	β. $I\eta\mu\varphi = \frac{F}{B \cdot \ell}$
Γ. Μαγνητικό πεδίο σωληνοειδούς	γ. $Br = 2IK_\mu$
Δ. Μαγνητικό πεδίο ευθύγραμμου αγωγού	δ. $4\pi K_\mu NI = B \cdot \ell$
Ε. Μαγνητική ροή	

Μονάδες 5

ΘΕΜΑ 2ο

1. Να γράψετε τις μαθηματικές σχέσεις που μας δίνουν το μέτρο της έντασης του μαγνητικού πεδίου στο κέντρο κυκλικού ρευματοφόρου αγωγού, στο κέντρο ρευματοφόρου σωληνοειδούς και σε κάποια απόσταση απο ευθύγραμμο ρευματοφόρο αγωγό πολύ μεγάλου μήκους. Να εξηγήσετε τη σημασία των συμβόλων.

Μονάδες 9

2. Αν τριπλασιάσουμε την ένταση του ρεύματος που διαρρέει ένα ευθύγραμμο αγωγό βρείτε πόσο % θα μεταβληθεί το μέτρο της έντασης του μαγνητικού πεδίου σ' ένα συγκεκριμένο σημείο.

Μονάδες 6

3. Να δείξετε με δύο παραδείγματα ότι ο κανόνας του Lenz είναι συνέπεια μιας γενικότερης αρχής της φύσης την οποία κα να αναφέρετε.

Μονάδες 10

ΘΕΜΑ 3ο

Στο κέντρο ενός κυκλικού ρευματοφόρου αγωγού η ένταση του μαγνητικού πεδίου έχει μέτρο $B = 3\sqrt{2} \cdot 10^{-5}$ T. Αν σρέψουμε τον αγωγό κατά 90° γύρω από μια διάμετρό του, να βρείτε:

α. Τη μεταβολή του μέτρου της έντασης του μαγνητικού πεδίου στο κέντρο του κυκλικού αγωγού.

β. Το μέτρο της μεταβολής της έντασης του μαγνητικού πεδίου στο κέντρο του κυκλικού αγωγού.

Μονάδες 17

ΘΕΜΑ 4ο

Κυκλικό πλαίσιο αποτελείται από 40 σπείρες και βρίσκεται μέσα σε ομογενές μαγνητικό πεδίο έντασης 3Τ με το επίπεδό του κάθετο στις δυναμικές γραμμές. Περιστρέφουμε το πλαίσιο και μέσα σε χρόνο 0,012 s το επίπεδό του σχηματίζει με τις δυναικές γραμμές γωνία 30°. Αν το εμβαδό της κάθε σπείρας είναι $4 \cdot 10^{-4}$ m^2, να βρείτε:

α. τη μεταβολή της μαγνητική ροής που διέρχεται από το πλαίσιο.

Μονάδες 12

β. τη μέση επαγωγική ΗΕΔ, κατ' απόλυτη τιμή, που αναπτύχθηκε στο πλαίσιο.

Μονάδες 13

3ο ΚΡΙΤΗΡΙΟ ΑΞΙΟΛΟΓΗΣΗΣ

ΘΕΜΑ 1ο

Στις ερωτήσεις 1-3 βάλτε σε κύκλο το γράμμα με τη σωστή απάντηση.

1. Αν σε μια απλή αρμονική ταλάντωση η απομάκρυνση είναι ψ = 0,4ημ15t (S.I.), τότε η χρονική εξίσωση της ταχύτητας είναι:

α. υ = 0,4συν15t (S.I.)
β. υ = 9ημ15t (S.I.)
γ. υ = 6ημ15t (S.I.)
δ. υ = 6συν15t (S.I.)

Μονάδες 5

2. Σε κάθε απλή αρμονική ταλάντωση:

α. η ταχύτητα είναι ομόρροπη με τη δύναμη επαναφοράς
β. η μέγιστη δυναμική ενέργεια παραμένει σταθερή
γ. η δυναμική ενέργεια δεν μεταβάλλεται
δ. η επιτάχυνση είναι αντιστρόφως ανάλογη της απομάκρυνσης

Μονάδες 5

3. Σε απλό εκκρεμές που εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση

α. η περίδος είναι ανάλογη του μήκους
β. η σταθερά επαναφοράς είναι ανάλογη της μάζας
γ. η συχνότητα είναι αντιστρόφως ανάλογη του μήκους
δ. η μόνη δύναμη που ενεργεί στο σφαιρίδιο το βάρος του.

Μονάδες 5

4. Χαρακτηρίστε με Σ τις παρακάτω προτάσεις, αν είναι σωστές, και με Λ, αν είναι λανθασμένες.

α. Αν η απομάκρυνση σε μια γραμμική αρμονική ταλάντωση είναι x = 0,1ημ10t (S.I.) τότε η μέγιστη επιτάχυνση είναι ίση με 10 $\frac{m}{s^2}$. **Σ Λ**

β. Η κινητική ενέργεια σε μια απλή αρμονική ταλάντωση αυξάνεται συνεχώς. **Σ Λ** γ. Το πηλίκο της δυναμικές προςτην κινητική ενέργεια σε μια απλή αρμονική ταλάντωση παραμένει σταθερό. **Σ Λ**

δ. Η περίοδος απλού εκκρεμούς δίνεται από τη σχέση $T^2 \cdot g = 4\pi^2 \cdot \ell$. **Σ Λ**

ε. Ένα απλό εκκρεμές μπορεί να εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση και σε περιοχή που δεν υπάρχει κάποιο βαρυτικό πεδίο. **Σ Λ**

Μονάδες 5

5. **Να συμπληρώσετε τα κενά των παρακάτω προτάσεων.**
Η απομάκρυνση σε μια γραμμική .... είναι αρμονική συνάρτηση του .... ενώ το άθροισμα της .... και της κινητικής ενέργειας παραμένει ....

Μονάδες 5

ΘΕΜΑ 2ο

1. **Να αποδείξετε ότι σε μια γραμμική αρμονική ταλάντωση η ολική ενέργεια ισούται τόσο με τη μέγιστη δυναμική όσο και με τη μέγιστη κινητική ενέργεια.**

Μονάδες 8

2. **Βρείτε το λόγο $\frac{E_\kappa}{E_\Delta}$ σε μια απλή αρμονική ταλάντωση όταν $x = \frac{x_0}{\sqrt{2}}$.**

Μονάδες 7

3. **Να δείξετε ότι ένα απλό εκκρεμές μια γωνία εκτροπής μέχρι 3^o εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση και να βρείτε την περίοδο της ταλάντωσης.**

Μονάδες 10

ΘΕΜΑ 3ο

Υλικό σημείο εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση με ταχύτητα U = 2συν10t (S.I.). Βρείτε:

α. το πλάτος της ταλάντωσης

Μονάδες 7

β. την περίοδο της ταλάντωσης

Μονάδες 5

γ. τη χρονική εξίσωση της απομάκρυνσης

Μονάδες 7

δ. τη χρονική εξίσωση της επιτάχυνσης

Μονάδες 8

ΘΕΜΑ 4ο

Σώμα μάζας m = 1 kg εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση πλάτους 0,2 m δεμένο στο άκρο ελατηρίου σταθεράς K = 100 $\frac{N}{m}$.

α. Βρείτε τη χρονική εξίσωση της απομάκρυνσης αν για t = 0 είναι x = 0 και U > 0.

Μονάδες 9

β. Βρείτε την κινητική ενέργεια του σώματος όταν η απομάκρυνση είναι x = 0,1 m

Μονάδες 8

γ. Να γίνουν οι γραφικές παραστάσεις x = f(t) και $E_κ$ = f(t) για χρόνο από 0 έως T, όπου T η περίοδος της ταλάντωσης.

Μονάδες 8

ΑΠΑΝΤΗΣΕΙΣ

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 1

Απαντήσεις στις ερωτήσεις πολλαπλής επιλογής

1.	β	**24.**	α
2.	δ	**25.**	α
3.	β	**26.**	δ
4.	β	**27.**	β
5.	γ	**28.**	β
6.	α	**29.**	δ
7.	β	**30.**	γ
8.	β	**31.**	α
9.	α	**32.**	α
10.	γ	**33.**	α
11.	δ	**34.**	α
12.	β	**35.**	δ
13.	α	**36.**	δ
14.	γ	**37.**	α
15.	α	**38.**	α
16.	γ	**39.**	β
17.	α	**40.**	β
18.	γ	**41.**	α
19.	γ	**42.**	β
20.	β	**43.**	α
21.	δ	**44.**	α
22.	α	**45.**	γ
23.	β	**46.**	β

Απαντήσεις στις ερωτήσεις του τύπου Σωστό - Λάθος

1.	α. Λ	β. Λ	γ. Σ	δ. Λ
2.	α. Λ	β. Λ	γ. Σ	δ. Λ
3.	α. Λ	β. Σ	γ. Λ	δ. Λ
4.	α. Λ	β. Λ	γ. Σ	δ. Λ
5.	α. Λ	β. Σ	γ. Σ	δ. Σ
6.	α. Σ	β. Λ	γ. Σ	δ. Σ
7.	α. Λ	β. Σ	γ. Λ	δ. Λ
8.	α. Λ	β. Λ	γ. Λ	δ. Λ
9.	α. Λ	β. Σ	γ. Σ	δ. Λ
10.	α. Σ	β. Λ	γ. Λ	δ. Λ
11.	α. Σ	β. Σ	γ. Σ	δ. Σ
12.	α. Λ	β. Σ	γ. Σ	δ. Σ
13.	α. Σ	β. Σ	γ. Σ	δ. Σ
14.	α. Σ	β. Σ	γ. Σ	δ. Σ
15.	α. Λ	β. Σ	γ. Λ	δ. Λ

Απαντήσεις στις ερωτήσεις αντιστοίχισης

1. Α→δ Β→ε Γ→α Δ→γ Ε→β

2. Α→α Β→α Γ→α Δ→α Ε→β

3. Α→ε Β→β Γ→α Δ→γ Ε→δ

4. Α→β Β→ε Γ→γ Δ→α Ε→δ

5. Α→γ Β→α Γ→β

Απαντήσεις στις ερωτήσεις συμπλήρωσης κενών

1. Coulomb, ηλεκτρικών, μέτρο γινομένου, αντιστρόφως, απόστασης

2. δυναμικού, $1\ \frac{Nm^2}{C^2}$, διηλεκτρικής, $1\ \frac{C^2}{Nm^2}$.

3. ομογενές, δυναμικές, παράλληλες, σταθερή, φορά, $F = E \cdot |q|$

4. χωρητικότητα, γεωμετρικά, οπλισμών, $C = \varepsilon \cdot \varepsilon_0 \frac{s}{\ell}$.

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 2

Απαντήσεις στις ερωτήσεις πολλαπλής επιλογής

1.	γ	**21.**	α	**41.**	β	**56.**	γ
2.	α	**22.**	β	**42.**	α	**57.**	γ
3.	α	**23.**	γ	**43.**	α	**58.**	β
4.	δ	**24.**	α	**44.**	β	**59.**	α
5.	β	**25.**	β	**45.**	β	**60.**	β
6.	α	**26.**	γ	**46.**	γ	**61.**	δ
7.	γ	**27.**	δ	**47.**	α	**62.**	β
8.	α	**28.**	β	**48.**	β	**63.**	δ
9.	δ	**29.**	γ	**49.**	β	**64.**	α
10.	γ	**30.**	α	**50.**	δ	**65.**	α
11.	α	**31.**	α	**51.**	α	**66.**	α
12.	β	**32.**	α	**52.**	β	**67.**	δ
13.	γ	**33.**	α	**53.**	α	**68.**	γ
14.	α	**34.**	α	**54.**	α	**69.**	γ
15.	δ	**35.**	β	**55.**	α		
16.		**36.**	γ				
17.	δ	**37.**	δ				
18.	β	**38.**	β				
19.	α	**39.**	α				
20.	γ	**40.**	α				

Απαντήσεις στις ερωτήσεις του τύπου Σωστό - Λάθος

1.	α. Λ	β. Λ	γ. Λ	δ. Λ
2.	α. Λ	β. Σ	γ. Σ	δ. Σ
3.	α. Σ	β. Λ	γ. Λ	δ. Σ
4.	α. Λ	β. Λ	γ. Σ	δ. Λ
5.	α. Σ	β. Σ	γ. Λ	δ. Σ
6.	α. Λ	β. Λ	γ. Λ	δ. Λ
7.	α. Σ	β. Σ	γ. Σ	δ. Σ
8.	α. Σ	β. Λ	γ. Σ	δ. Σ
9.	α. Σ	β. Σ	γ. Λ	δ. Λ
10.	α. Λ	β. Λ	γ. Σ	δ. Σ
11.	α. Σ	β. Σ	γ. Σ	δ. Λ
12.	α. Λ	β. Λ	γ. Σ	δ. Σ
13.	α. Σ	β. Λ	γ. Σ	δ. Σ
14.	α. Σ	β. Σ	γ. Σ	δ. Σ
15.	α. Λ	β. Σ	γ. Σ	δ. Λ
16.	α. Σ	β. Σ	γ. Σ	δ. Σ
17.	α. Σ	β. Λ	γ. Λ	δ. Λ
18.	α. Σ	β. Σ	γ. Σ	δ. Λ
19.	α. Λ	β. Σ	γ. Λ	δ. Σ
20.	α. Σ	β. Λ	γ. Σ	δ. Σ
21.	α. Λ	β. Σ	γ. Σ	δ. Λ
22.	α. Σ	β. Λ	γ. Σ	δ. Λ
23.	α. Σ	β. Σ	γ. Σ	δ. Λ
24.	α. Λ	β. Λ	γ. Σ	δ. Σ
25.	α. Σ	β. Σ	γ. Σ	δ. Λ
26.	α. Σ	β. Σ	γ. Σ	δ. Λ
27.	α. Σ	β. Σ	γ. Α	δ. Λ
28.	α. Λ	β. Σ	γ. Σ	δ. Σ
29.	α. Λ	β. Σ	γ. Λ	δ. Λ

Απαντήσεις στις ερωτήσεις αντιστοίχισης

1.	1→ε	2→δ	3→γ	4→στ	5→β
2.	1→α	2→β	3→γ	4→δ	5→στ
3.	1→β	2→δ	3→στ	4→γ	5→ε

Απαντήσεις στις ερωτήσεις συμπλήρωσης κενών

1. ρευμά, προσανατολισμένη, πραγματική, μεταλλικούς, φορά, ηλεκτρονίων, συμβατική φορά, ηλεκτρικού ρεύματος.

2. διατομή, 1 C, ηλεκτρικό, 1 C, 1A, θεμελιώδης.

3. κόμβο, άθροισμα, εντάσεων, μηδέν, πρώτος, συνέπεια, διατήρησης, φορτίου, δεύτερος, συνέπεια, διατήρησης, ενέργειας.

4. ένταση, θερμοκρασίας, ανάλογη τάσης, ανάλογη, ανάλογη, εμβαδού, υλικό, θερμοκρασία.

5. ενέργεια, Watt, ηλεκτρικής ενέργειας, 1000, 3600000, 1 J, cal.